ВЗАИМНО ОБРАТНЫЕ ФУНКЦИИ

Для обозначения функции, кроме известного вам $y=y(x)$, часто используют буквы f, g, F

Например, $y=f(x)$

$g(x)=2x-1$

$F(x)=x^2$

Независимую переменную x называют – аргументом

Дано:

$f(x) = 2x + 3$

Найти:

$f(5)$

Решение:

$f(5) = 2 \cdot 5 + 3 = 13$

Ответ: $f(5) = 13$

Дано:

$f(x) = 2x + 3$, $f(x) = 42$

Найти: x

Решение:

$42 = 2x + 3$

$2x = 39$

$x = 19{,}5$

Ответ: $x=19{,}5$

Дано:

$$v(t) = v_0 - gt$$

Найти:

t – ?

Решение:

$$v_0 - gt = v$$

$$gt = v_0 - v$$

$$t = \frac{v_0 - v}{g}$$

т.е. $t(v) = \frac{v_0 - v}{g}$

$$v(t) = v_0 - gt$$

Обратимая функция

$$t(v) = \frac{v_0 - v}{g}$$

Обратная функция к $v(t)$

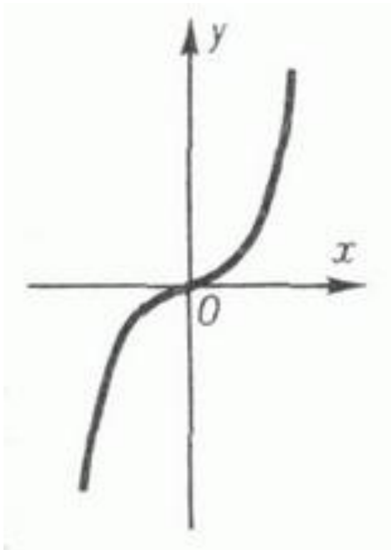
Если функция $y = f(x)$ принимает каждое своё значение y только при одном значении x, то эту функцию называют ***обратимой***

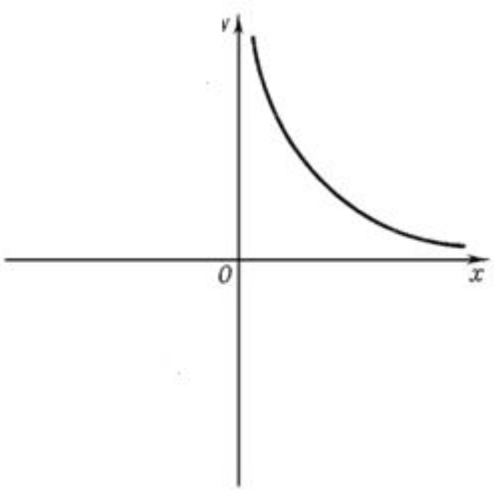
Выберите обратимые функции.

1. $f(x)=2x-2$
2. $f(x)=x^2$
3. $f(x)=x^2+2$
4. $f(x)=x^3$
5. $f(x)=x^3+5$

В каком случае функция будет принимать каждое своё значение только при одном значении аргумента?

Возрастающую или убывающую функцию называют – монотонной





Теорема *Монотонная функция является обратимой*

Пусть $y = f(x)$ – обратимая функция. Тогда каждому y из множества значений функции соответствует одно определённое число x из области её определения, такое, что $f(x) = y$.

Это соответствие определяет функцию x от y, которую обозначим $x = g(y)$. Поменяем местами x и y: $y = g(x)$.

Функцию $y = g(x)$ называют ***обратной*** к функции

$y = f(x)$.

Найти функцию, обратную к функции

$$y=2x-2$$

Решаем это уравнение относительно x, т. е. выражаем x через y

$$y+2=2x$$

$$x=\frac{y+2}{2}$$

Меняем местами x и y

$$y=\frac{x+2}{2}$$

Функция $y=\frac{x+2}{2}$ *обратна функции* $y=2x-2$

Найти функцию, обратную данной $y = \frac{1}{x-2}$

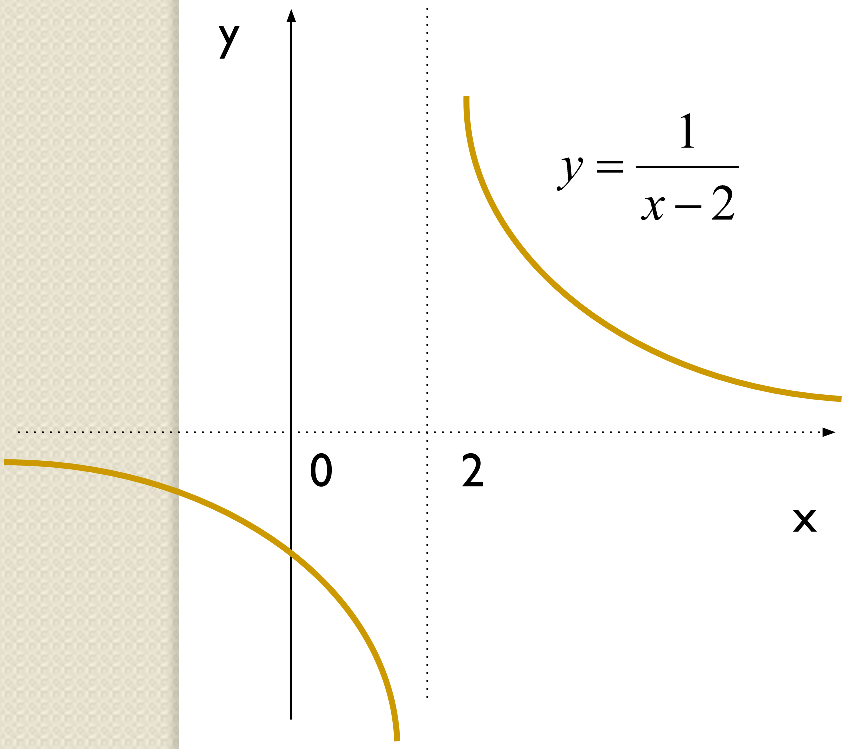
Решение:

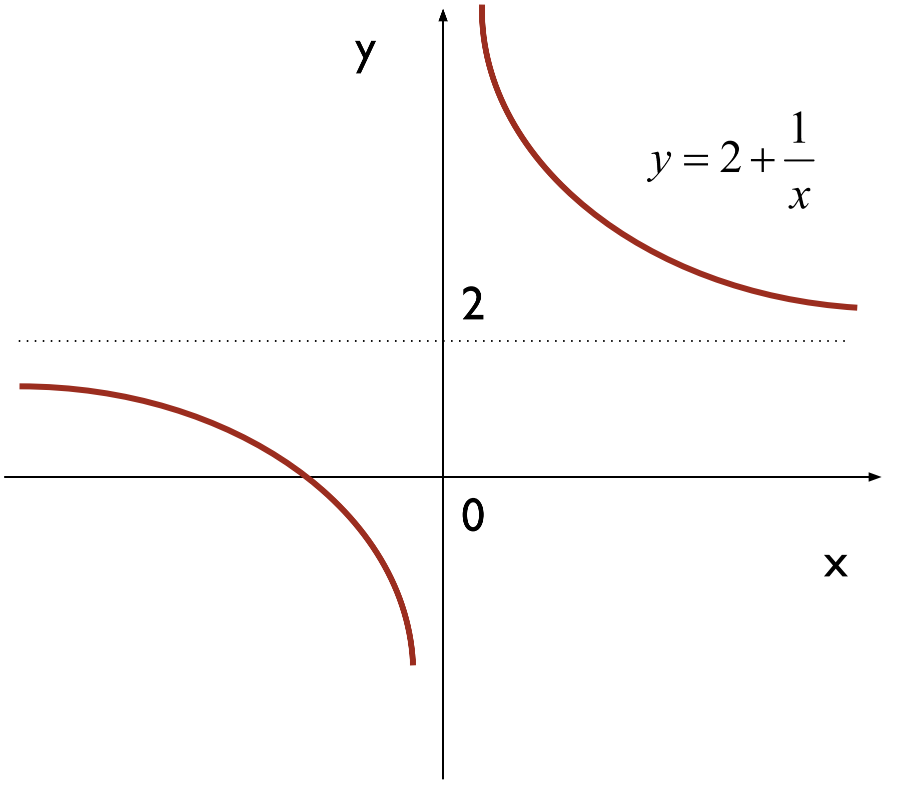
$$\frac{1}{x-2} = y$$

$$x - 2 = \frac{1}{y}$$

$$x = 2 + \frac{1}{y} \Longrightarrow y = 2 + \frac{1}{x}$$

Ответ: $y = 2 + \frac{1}{x}$



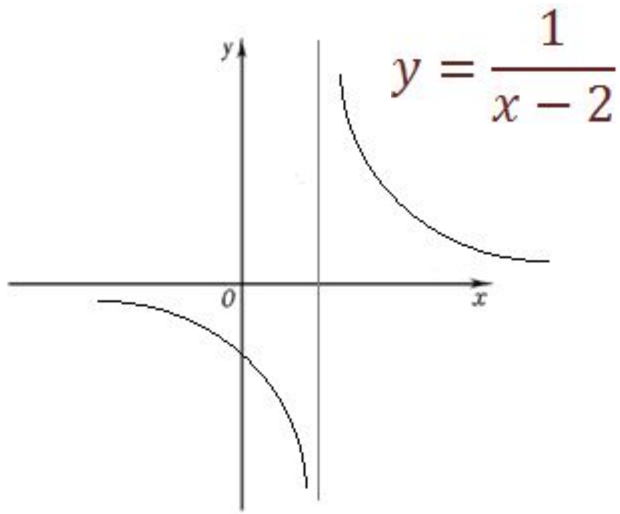


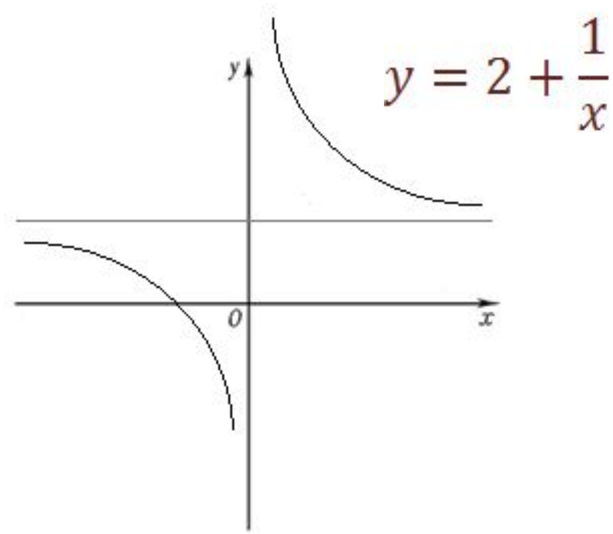
1. D(y)=(-∞;2) ∪ (2;+∞)
2. E(y)=(-∞;0) ∪ (0;+∞)

1. D(y)=(-∞;0) ∪ (0;+∞)
2. E(y)=(-∞;2) ∪ (2;+∞)

Свойства обратных функций

1. *Область определения обратной функции совпадает с множеством значений исходной, а множество* значений *обратной фун*



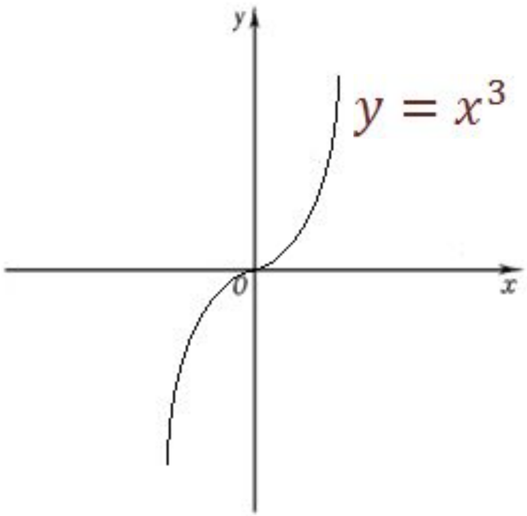


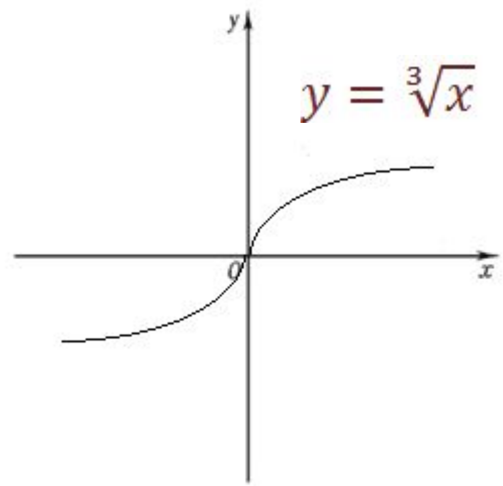
1. D(y)=(-∞;2)∪(2;+∞)
2. E(y)=(-∞;0)∪(0;+∞)

1. D(y)=(-∞;0)∪(0;+∞)
2. E(y)=(-∞;2)∪(2;+∞)

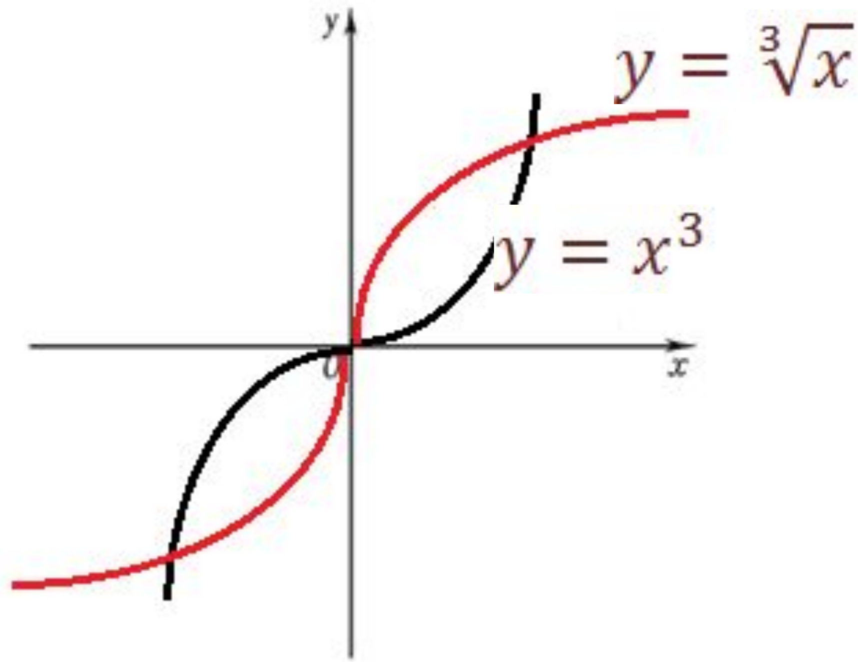
2. *Если функция возрастает, то обратная к ней функция также возрастает;*

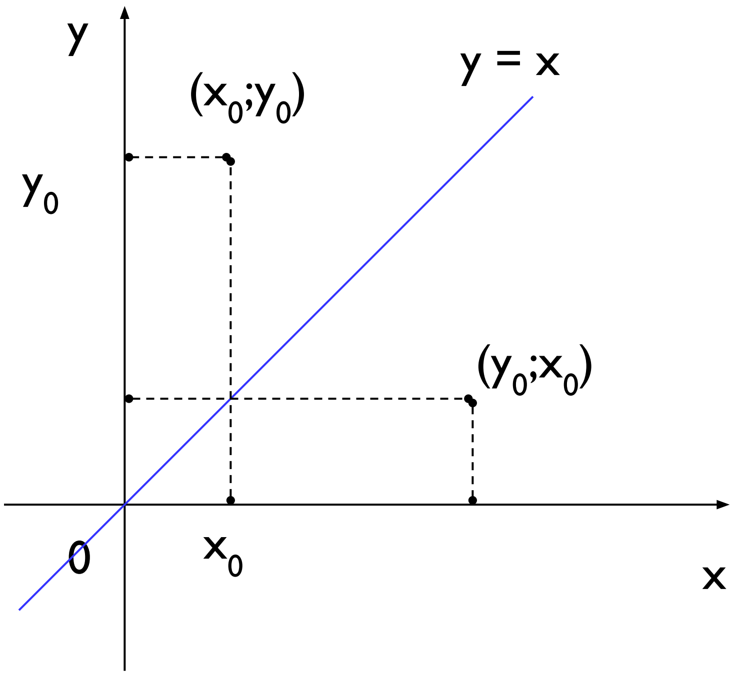
если функция убывает, то обратная к ней функция также убывает.

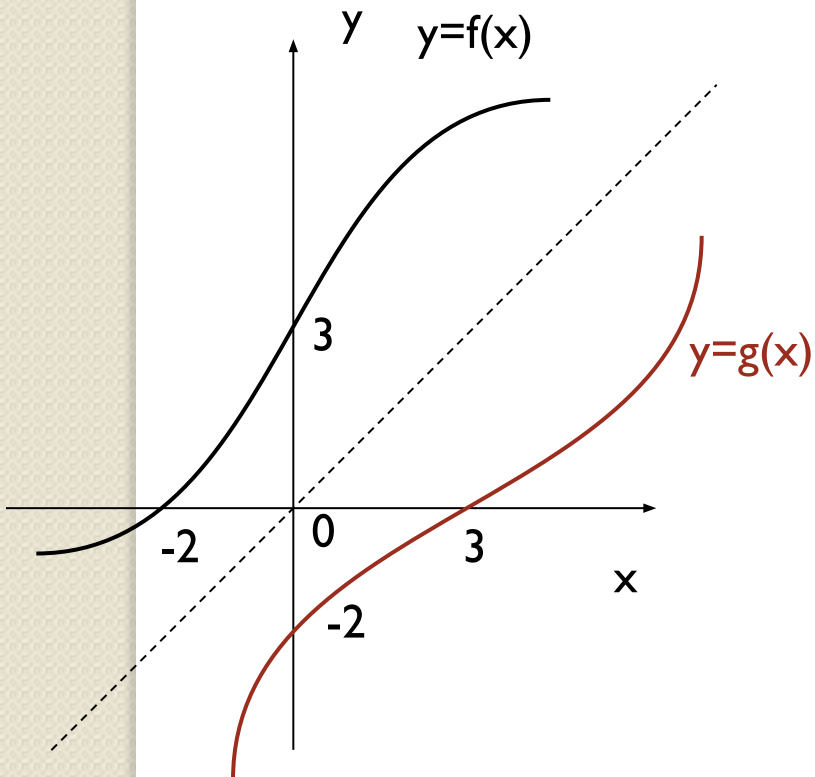


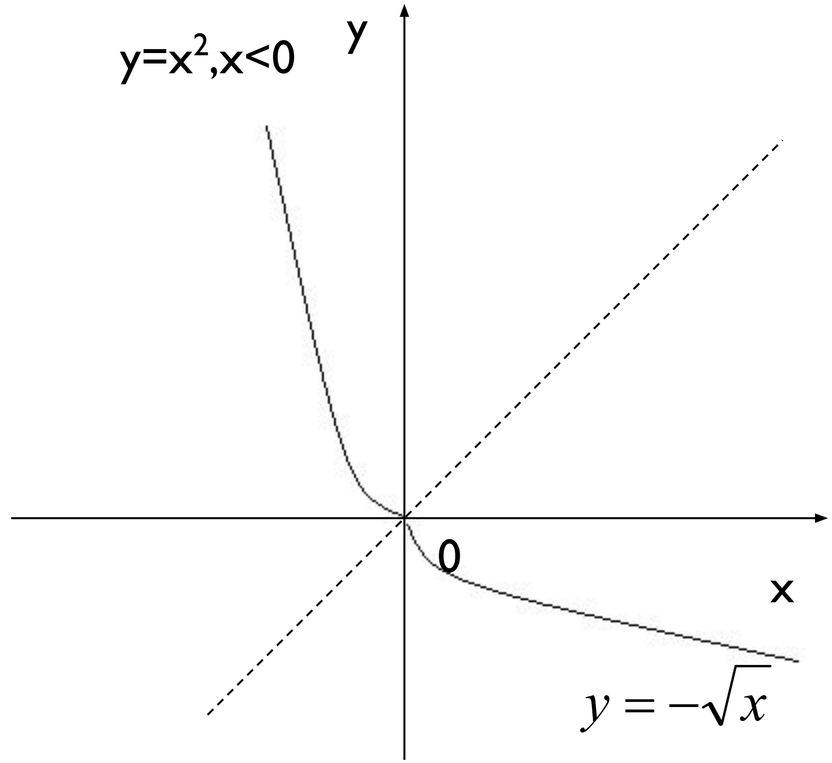


3. *Если функция имеет обратную, то график обратной функции симметричен графику данной функции относительно прямой* $y = x$.




y
y = x
$(x_0;y_0)$
y_0
$(y_0;x_0)$
0
x_0
x





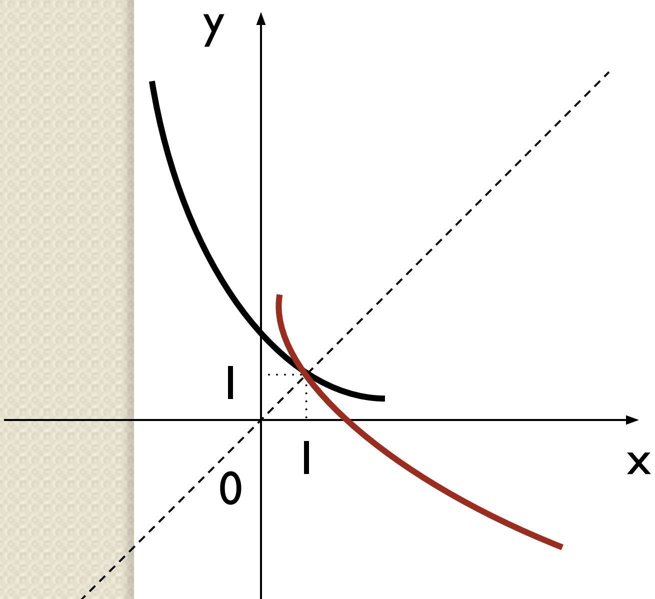
1. D(f)=R
2. E(f)=R
3. возрастающая

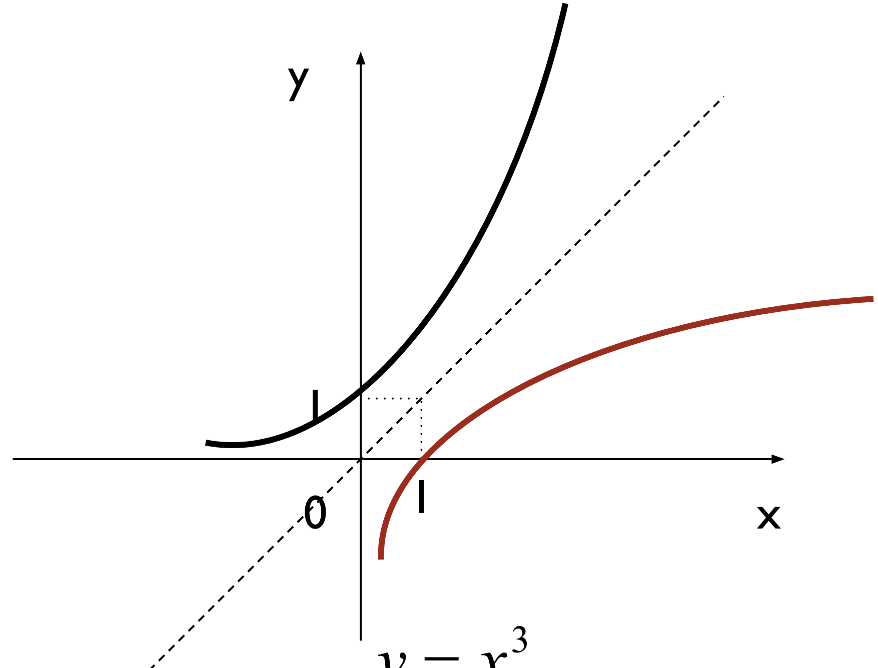
1. D(g)=R
2. E(g)=R
3. возрастающая

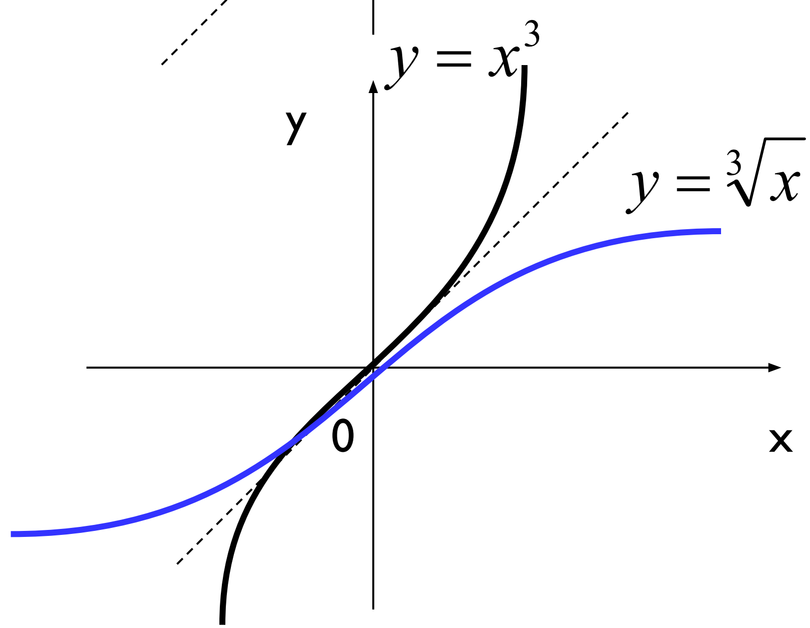
1. D(y)=(-∞;0]
2. E(y)=[0;+∞)
3. убывающая

1. D(y)=[0;+∞)
2. E(y)=(-∞;0]
3. убывающая

Построить график функции, обратной данной.







Дано: $y = x^3$

Построить функцию, обратную к данной.

Решение: $x^3 = y$

$$x = \sqrt[3]{y} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x}$$