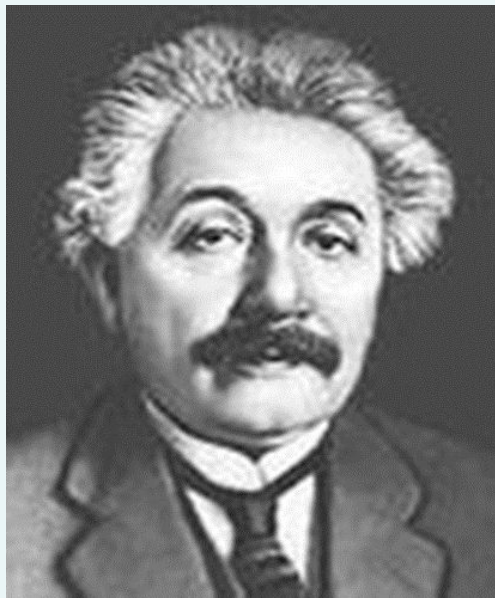


Специальная теория относительности (СТО)

Постулаты Эйнштейна (1905 г.)

- **Принцип относительности:** все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой.
- **Принцип постоянства скорости света:** скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета.



Эйнштейн Альберт
1879 – 1955

Принцип существования предельной скорости материальных объектов

Фундаментальный закон природы:

существует предельная скорость движения материальных объектов, она одинакова во всех ИСО и численно равна скорости света в вакууме.

Понятно, что одновременно удовлетворять принципам относительности Эйнштейна и принципу постоянства скорости света преобразования Галилея не могут.

Но этим условиям удовлетворяют преобразования Лоренца, с которых начинается специальная теория относительности и из которых вытекает ряд необычных с точки зрения ньютоновской механики следствий.

Преобразования Лоренца

Получим преобразования Лоренца, опираясь на постулаты Эйнштейна.

Учитывая однородность пространства и времени, можно предположим, что новые преобразования линейны, тогда

$$x = \gamma(x' + vt')$$

По принципу относительности все инерциальные системы отсчета равноправны, следовательно, можно записать

$$x' = \gamma(x - vt)$$

Преобразования Лоренца

- Пусть в момент $t = 0$, когда начала систем отсчета K и K' совпадали, произошла вспышка света. Тогда распространение света будет происходить по законам:

- Следовательно, $x = ct,$

$$x' = ct'$$

$$ct = \gamma(c + v)t'$$

$$ct' = \gamma(c - v)t$$

Преобразования Лоренца

- Подставив значение t' из второго уравнения в первое, получим

$$ct = \gamma^2 \left(c^2 - v^2 \right) \frac{t}{c}$$

- откуда
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Преобразования Лоренца

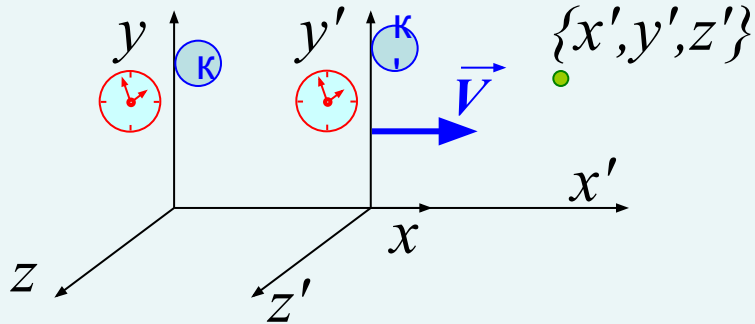
- Подставив значение γ в одну из формул

$$x = \gamma(x' + vt')$$
$$x' = \gamma(x - vt)$$

и решив полученное уравнение относительно t ,
получим

$$t = \gamma \left(t' + \frac{vx'}{c^2} \right)$$

Преобразования Лоренца



$$V / c = \beta$$

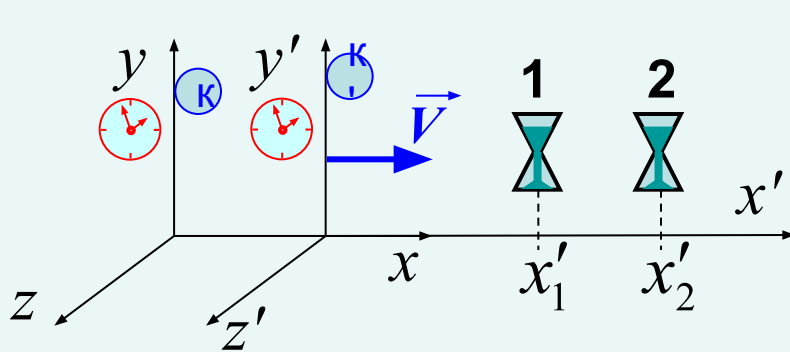
$$1 / \sqrt{1 - V^2 / c^2} = 1 / \sqrt{1 - \beta^2} = \gamma$$

$$x = \gamma(x' + V \cdot t')$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{x' + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} & y &= y' \\ t &= \frac{t' + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} & z &= z' \end{aligned}$$

$$t = \gamma(t' + \beta \cdot x' / c)$$

Относительность одновременности



Пусть в системе $\textcircled{K'}$

$$t'_1 = t'_2, \quad \text{но} \quad x'_1 \neq x'_2$$

Покажем, что в системе $\textcircled{K}$

$$t_1 \neq t_2$$

Доказательство:

$$\begin{aligned} t_1 - t_2 &= \gamma \left(t' + \frac{\beta}{c} x'_1 - t'_2 - \frac{\beta}{c} x'_2 \right) = \\ &= \gamma \frac{\beta}{c} \Delta x' \neq 0 \end{aligned}$$

$$x = \frac{x' + V \cdot t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}; \quad t = \frac{t' + \frac{V}{c^2} \cdot x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

или

$$\begin{aligned} x &= \gamma (x' + V \cdot t') \\ t &= \gamma (t' + \beta \cdot x' / c) \end{aligned}$$

Пространство и время в движущихся ИСО

- Следствия из преобразований Лоренца:
Лоренцево сокращение длины

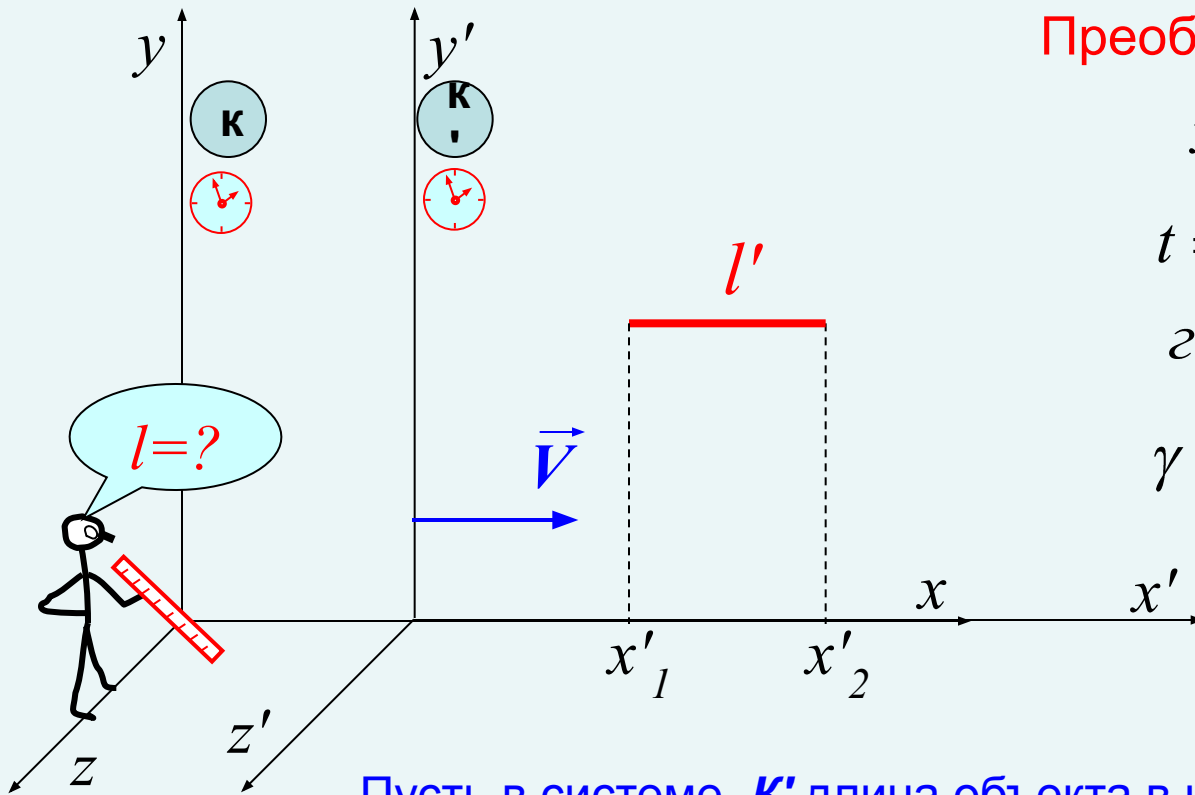
Преобразования Лоренца:

$$x = \gamma(x' + V \cdot t')$$

$$t = \gamma(t' + \beta \cdot x' / c)$$

$$\text{где } \beta = V / c,$$

$$\gamma = 1 / \sqrt{1 - V^2 / c^2}$$

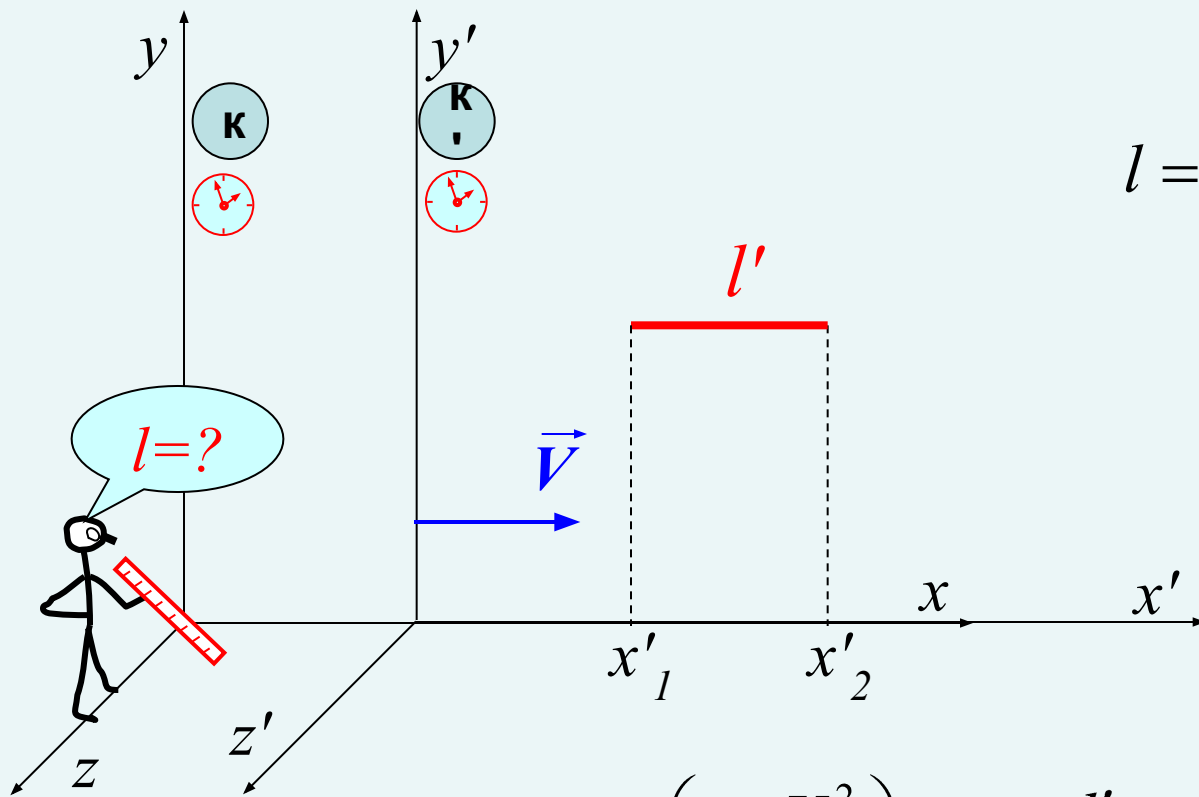


Пусть в системе K' длина объекта в направлении скорости системы V равна l' . Определим длину объекта в системе K .

$$l = x_2 - x_1 = \gamma(x'_2 + Vt'_2 - x'_1 - Vt'_1), \quad l = \gamma(l' + V(t'_2 - t'_1))$$

Условие одновременности измерения координат: $t_1 = t_2$

$$\gamma(t'_1 + \frac{V}{c^2} x'_1) = \gamma(t'_2 + \frac{V}{c^2} x'_2), \quad t'_2 - t'_1 = -\frac{V}{c^2} l'$$



$$l = \gamma(l' + V(t'_2 - t'_1))$$

$$t'_2 - t'_1 = -\frac{V}{c^2} l'$$

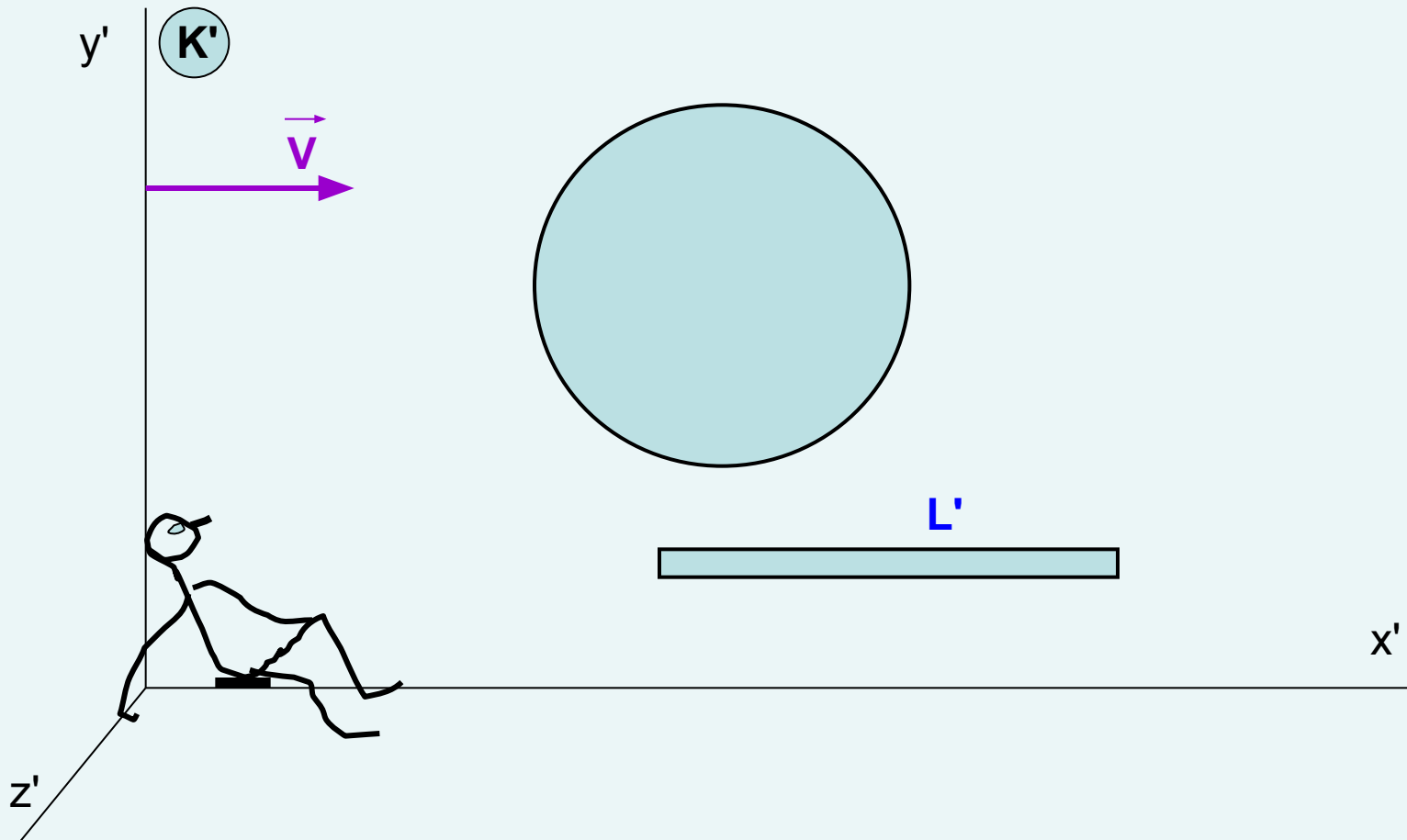
$$l = \gamma l' \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) = \frac{l'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right)$$

$$l = l' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

$$l < l' \quad !$$

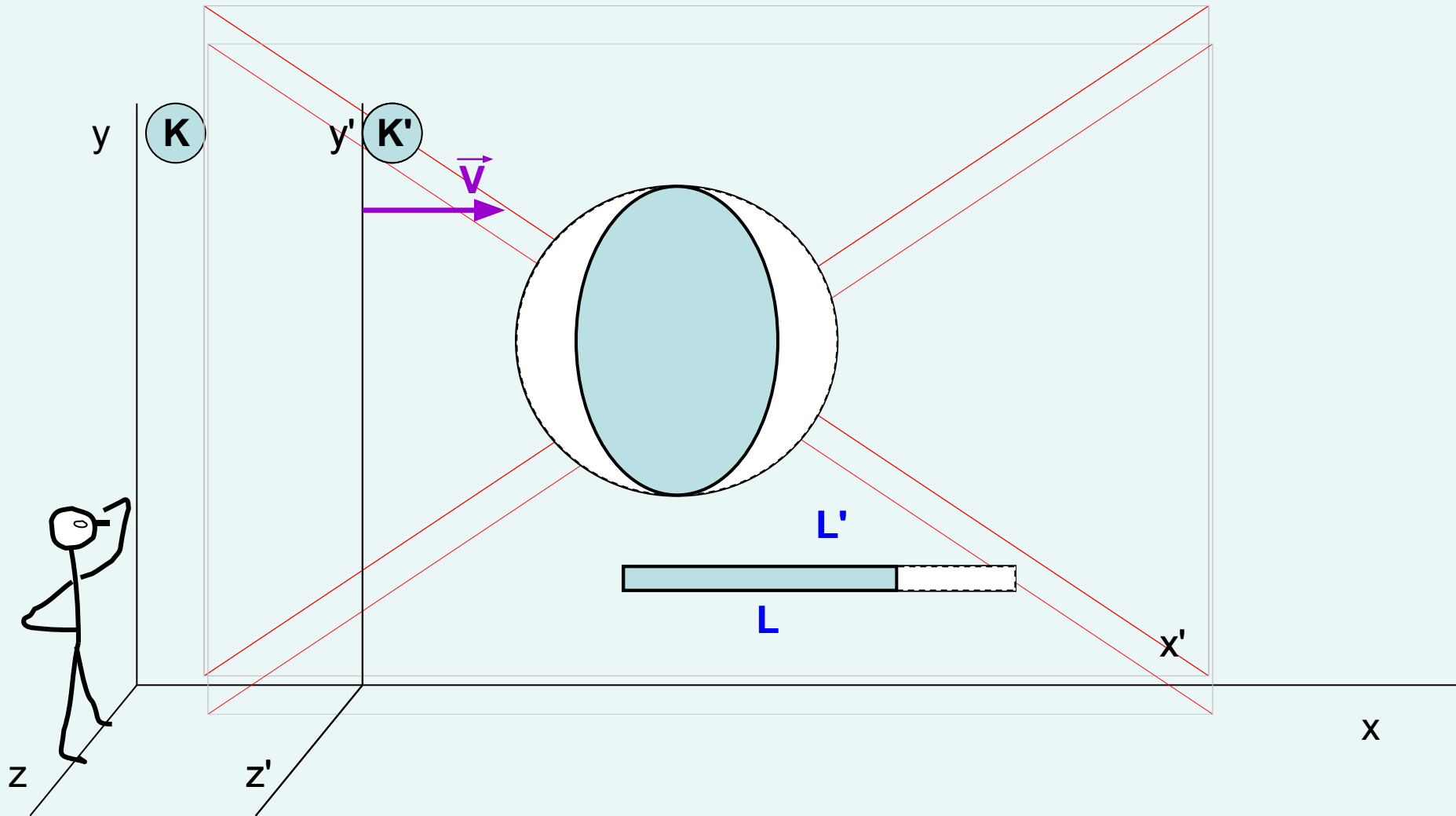
Лоренцево сокращение длины

Наблюдатель в движущейся системе отсчета:

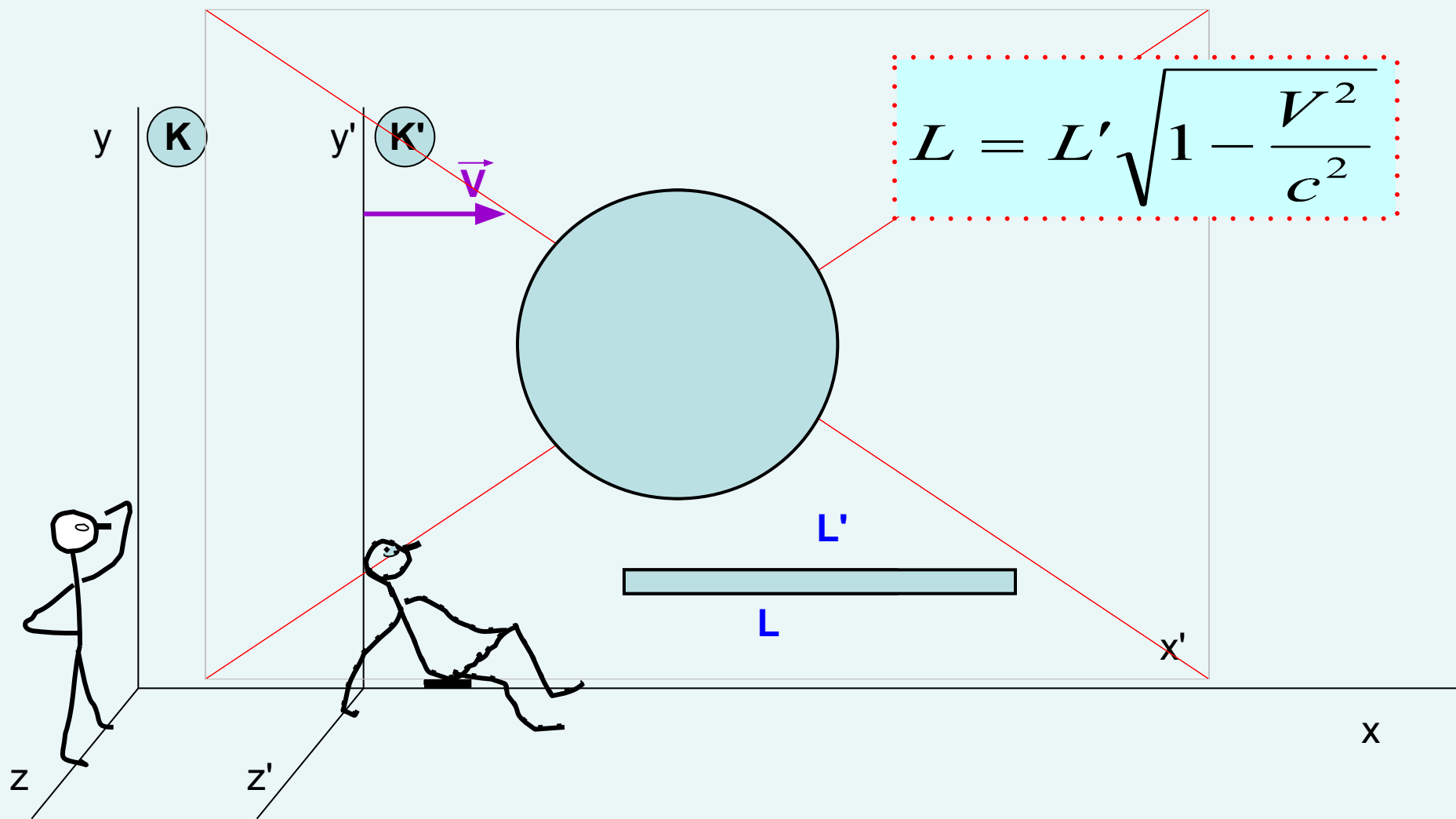


Лоренцево сокращение длины

Наблюдатель в неподвижной системе отсчета:



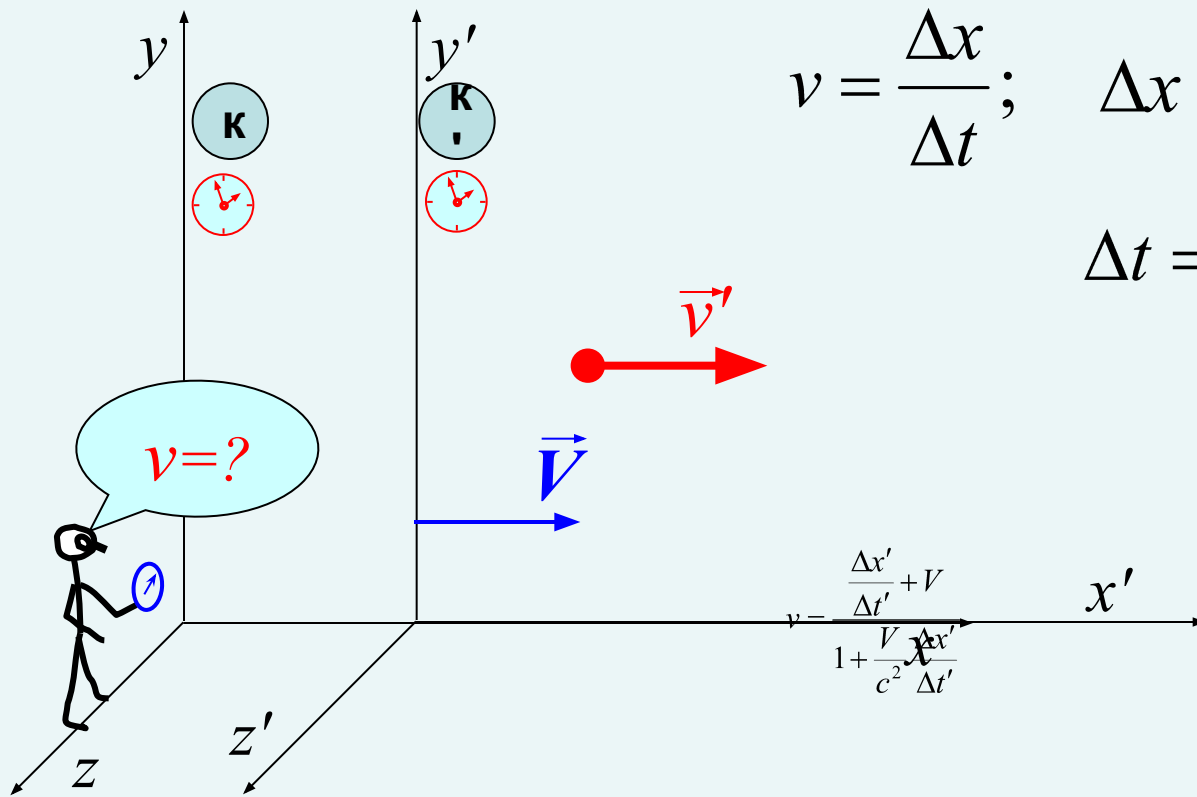
Лоренцево сокращение длины



Пространство и время в движущихся ИСО

- Следствия из преобразований
Лоренца:

Закон сложения скоростей
в теории относительности



$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}; \quad \Delta x = \gamma(\Delta x' + V\Delta t')$$

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{V}{c^2} \Delta x'\right)$$

$$v = \frac{\Delta x' + V\Delta t'}{\Delta t' + \frac{V}{c^2} \Delta x'}$$

делим на $\Delta t'$:

Преобразования Лоренца

$$x = \gamma(x' + V \cdot t')$$

$$t = \gamma(t' + \beta \cdot x' / c)$$

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{Vv'}{c^2}}$$

- закон сложения
скоростей в теории
относительности

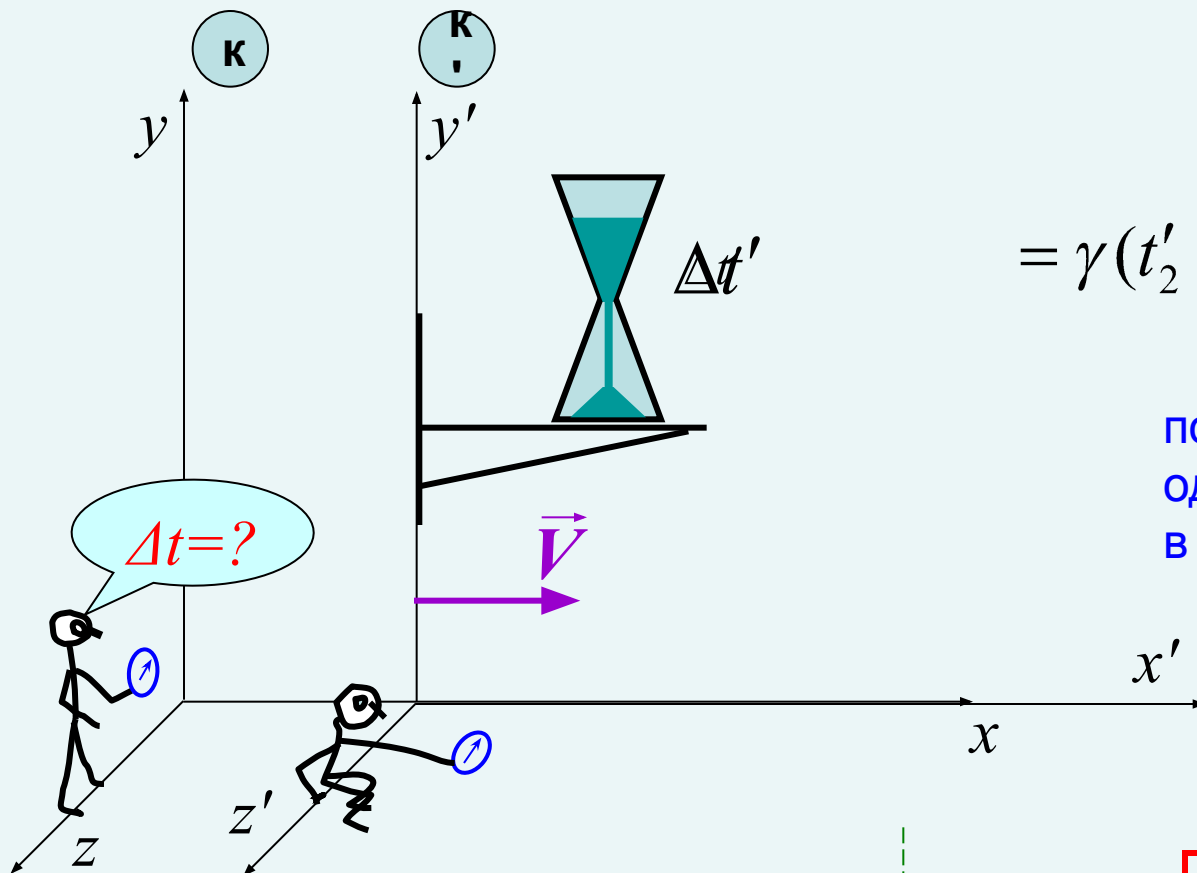
Пространство и время в движущихся ИСО

- Следствия из преобразований

Лоренца:

Лоренцево замедление

Собственное время жизни объекта



Преобразование Лоренца
для времени:

$$t = \gamma \left(t' + \frac{V \cdot x'}{c^2} \right)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 =$$

$$= \gamma \left(t'_2 + \cancel{\frac{V}{c^2} x'_2} - t'_1 - \cancel{\frac{V}{c^2} x'_1} \right)$$

ПОСКОЛЬКУ ИЗ УСЛОВИЯ
ОДНОМЕСТНОСТИ СОБЫТИЯ
В СИСТЕМЕ K':

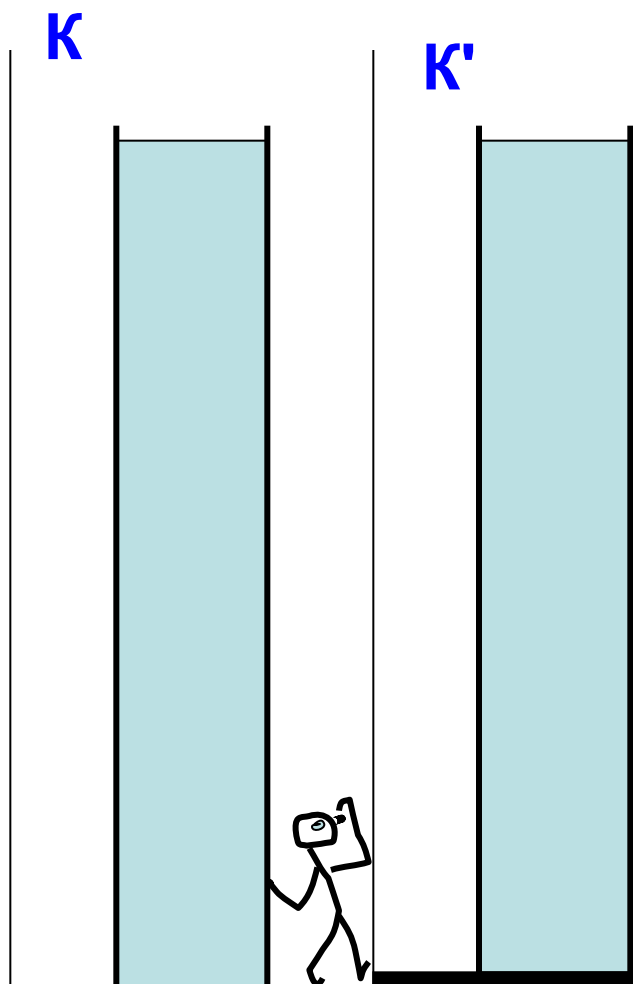
$$x'_1 = x'_2$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\Delta t > \Delta t'$$

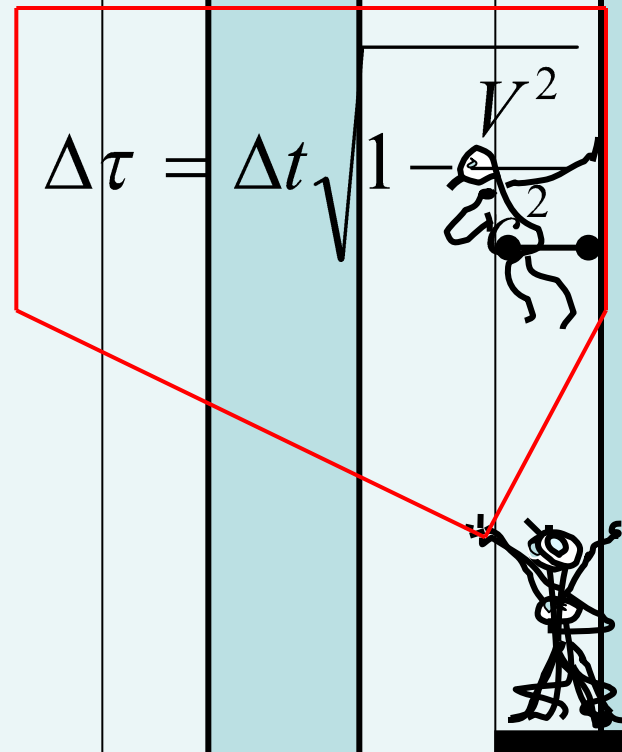
Для наблюдателя, находящегося в неподвижной системе отсчета K , процессы, протекающие в движущейся системе K' , кажутся замедленными.



И для наблюдателя, находящегося в движущейся системе отсчета K' , процессы, протекающие в «неподвижной» системе K , также кажутся замедленными.

K K'

Собственное время объекта – время, отсчитанное по часам, движущимся вместе с объектом:



Пространство и время в движущихся ИСО

- Единое пространственно-
временное описание. Интервал

$$x' = f(x, t), \quad t' = \varphi(x, t)$$

$$\Delta r \neq \text{inv}, \quad \Delta t \neq \text{inv}$$

$$c = \text{inv}$$

$$\Delta \tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \text{inv}$$

$$\Delta I = \sqrt{(c\Delta t)^2 - \Delta r^2} = \text{inv}$$

(доказать самостоятельно!)

- Следствия из преобразований Лоренца:

Лоренцево сокращение длины

$$l = l' \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

Закон сложения скоростей в
теории относительности

$$v = \frac{v' + V}{1 + \frac{Vv'}{c^2}}$$

Лоренцево замедление
Собственное время жизни объекта

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Энергия и импульс

- Релятивистская энергия и релятивистский импульс будут определяться следующими выражениями:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{p} = \frac{\vec{mv}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Закон взаимосвязи массы и энергии был установлен Эйнштейном и является фундаментальным законом природы

$$E = mc^2 \quad \text{-энергия покоя}$$

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{-энергия движения}$$

Связь между релятивистским импульсом и энергией

- Запишем выражения для импульса и энергии и исключим из них скорость

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

- После преобразований получим

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2$$

- Можно записать еще одну формулу

$$E = \frac{pc^2}{v}$$

Кинетическая энергия

- Кинетическая энергия релятивистской частицы определяется

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - mc^2$$

Уравнение динамики

- Основное уравнение динамики

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$