

Порівняння декількох (трьох і більше) груп даних



1. Порівняння незалежних груп даних.
Дисперсійний аналіз (однофакторний і багатфакторний).
2. Однофакторний параметричний дисперсійний аналіз.
3. Непараметричні методи порівняння груп.

Порівняння незалежних груп даних. Дисперсійний аналіз (однофакторний і багатofакторний).

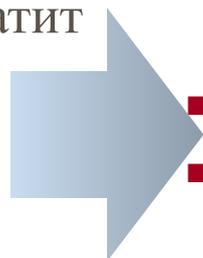
- **Задача:** перевірити, чи відрізняються 3 і більше груп по певній ознаці (ознакам)

наприклад, чи залежить активність ферменту протеїнкази С в клітинах печінки

від стадії захворювання на гепатит (1 фактор)

від стадії захворювання і віку пацієнтів (2 фактори)

від стадії захворювання, віку пацієнтів і методів терапії (3 фактори)



- **Фактор** – чинник, який повинен мати вплив на результат експерименту,
- Рівні фактора – значення, які приймає фактор (напр., концентрації речовини, стадії захворювання тощо)
- **Дисперсійний аналіз:**
- **Однофакторний** (one-way ANOVA – analysis of variance),
- **Двофакторний** (two-way ANOVA)
- **Багатofакторний** (MANOVA)

2. Однофакторний параметричний дисперсійний аналіз

■ *Алгоритм:*

■ *Задача:* перевірити, чи відрізняються 3 і більше груп по певній якісній ознаці

1) перевірити гіпотезу про приналежність до нормально розподіленої сукупності (тест Шапіро-Уїлка),

■ *Умова:* нормально розподілені групи даних (дисперсії – рівні)

2) перевірити гіпотезу про рівність дисперсій (тест Левена),

3) Проведення власне дисперсійного аналізу,

4) Апостеріорне порівняння даних, попарне (у випадку, коли дисперсійний аналіз відхилив H_0)

Однофакторний дисперсійний аналіз для рівночисельних груп

- **1.** Маємо груповані дані, для яких рахуємо **середні**:

| № випробування, i | Рівні фактора F | | | |
|------------------------|-----------------|-----------------|-----|------------------|
| | F1 | F2 | ... | F p |
| 1 | x_{11} | x_{12} | ... | x_{1p} |
| 2 | x_{21} | x_{22} | ... | x_{2p} |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| q | x_{q1} | x_{q2} | ... | x_{qp} |
| Групові середні | \bar{x}_{gp1} | \bar{x}_{gp2} | ... | $\bar{x}_{gp p}$ |

Загальне середнє:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^p x_{ij} / N$$

2. Рахуємо суми, число ступенів свободи і дисперсії

Суми:

- Загальна сума

$$S_{\text{заг}} = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^p (x_{ij} - \bar{x})^2$$

- Факторна сума

$$S_{\text{факт}} = q \sum_{j=1}^p (\bar{x}_{\text{гр } p} - \bar{x})^2$$

- Залишкова сума

$$S_{\text{зал}} = S_{\text{заг}} - S_{\text{факт}}$$

Число ступенів свободи:

- Для факторної суми:

$$k_{\text{факт}} = p - 1$$

- Для залишкової суми:

$$k_{\text{зал}} = p(q - 1) = N - p$$

дисперсії:

- факторна:

$$D_{\text{факт}} = \frac{S_{\text{факт}}}{k_{\text{факт}}}$$

- залишкова:

$$D_{\text{зал}} = \frac{S_{\text{зал}}}{k_{\text{зал}}}$$

3. Власне дисперсійний аналіз

- **Суть:** порівнюємо факторну і залишкову дисперсії – так порівнюємо величини розсіяння між групами (факторна дисперсія, не випадкова) і всередині груп (залишкова дисперсія, випадкова)

- ***F-критерій:***

Фактичне значення

$$F_{\phi} = \frac{D_{\text{факт}}}{D_{\text{зал}}}$$

- ***Табличне, критичне значення***

$F_{\text{крит}}(\alpha, k_{\text{факт}}, k_{\text{зал}})$

- При

$$F_{\phi} < F_{\text{крит}}$$

– приймаємо H_0

Проведення параметричного однофакторного дисперсійного аналізу в програмі Statistica 7.0:

The screenshot displays the Statistica 7.0 interface. The main window shows a data table with 10 variables (Var1 to Var10). A dialog box titled 'Basic Statistics and Tables: ДИСП АН' is open, showing a list of statistical tests. 'Breakdown & one-way ANOVA' is selected. The background table shows the following data:

| Variable | SS | Effect |
|----------|----------|--------|
| Var2 | 41,41833 | |

The dialog box also shows a p-value of 0,232707. The menu items in the dialog box include:

- Quick
- Descriptive statistics
- Correlation matrices
- t-test, independent, by groups
- t-test, independent, by variables
- t-test, dependent samples
- t-test, single sample
- Breakdown & one-way ANOVA**
- Breakdown; non-factorial tables
- Frequency tables
- Tables and banners
- Multiple response tables
- Difference tests: r, %, means
- Probability calculator

| | 1 Var1 | 2 Var2 |
|---|-----------|-----------|
| 4 | ПЕРШЕ | 23,6 |
| 5 | ПЕРШЕ | 30 |

Workbook1* - Breakdown Table of Descriptive Statistics (ДИСП АНАЛІЗ ДО ПАРИ10)

- Workbook1*
 - Basic Statistics/Tests of Homogeneity of Variances
 - Breakdown re...
 - Breakdown...

Statistics by Groups - Results: ДИСП АНАЛІЗ ДО ПАРИ10

DEPENDENT: 1 variable: Var2

GROUPING: 1-Var1 (4): ПЕРШЕ ДРУГЕ ТРЕТЄ ЧЕТВЕРТЕ

Quick | Descriptives | ANOVA & tests | Post-hoc

Analysis of Variance

Tests of homog. of variances

Levene tests

Brown-Forsythe tests

Categorized normal prob. plots

Categorized half-normal p-plots

Categorized detrended p-plots

Plot of means vs. std. devs

Interaction plots

Plot confidence intervals for means: 95.00 %

p-level for highlighting: .05

Summary

Cancel

Options

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Var1 | Var2 | Var3 | Var4 | Var5 | Var6 | Var7 | Var8 | Var9 | Var10 |

Workbook1* - Analysis of Variance (ДИСП АНАЛІЗ ДО ПАРИ10)

| Analysis of Variance (ДИСП АНАЛІЗ ДО ПАРИ10) | | | | | | | | | |
|--|-----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|--|
| Marked effects are significant at p < ,05000 | | | | | | | | | |
| Variable | SS Effect | df Effect | MS Effect | SS Error | df Error | MS Error | F | p | |
| Var2 | 41,41833 | 3 | 13,80611 | 178,1800 | 20 | 8,909000 | 1,549681 | 0,232707 | |

- Вікно результатів, тут:**
- $df \text{ Effect} - k_{\text{факт'}}$
 - $df \text{ Error} - k_{\text{зал'}}$
 - $MS \text{ Effect} - D_{\text{факт'}}$
 - $MS \text{ Error} - D_{\text{зал'}}$
 - $SS \text{ Error} - S_{\text{зал'}}$
 - $SS \text{ Effect} - S_{\text{факт}}$

Коли $p < 0.05$, варто проводити апостеріорне порівняння даних, щоб встановити силу дії фактора та об'єктивно існуючі відмінності між окремими групами (дію певних рівнів фактора)



Встановлення сили впливу фактора на досліджуваний показник

1 - Метод Плохінського:

- сила впливу фактора визначається як відсоток міжгрупової (факторної) варіації у загальній варіації показника:

$$h^2 = \frac{S_{\text{факт}}}{S_{\text{заг}}}$$

- Статистична похибка показника h^2 :

$$s_{h^2} = (1 - h^2) \frac{k_{\text{факт}}}{k_{\text{зал}}}$$

- Критерій значущості показника h^2 :

$$F = \frac{h^2}{s_{h^2}} \quad \text{Порівнюємо з } F_{\text{крит}}(\alpha, k_{\text{факт}}, k_{\text{зал}})$$

- Гіпотеза: $H_0 : h^2 = 0$, її приймаємо при $F_{\text{ф}} < F_{\text{крит}}$

2 – Метод Снедекора

- Показник h^2 :

$$h^2 = \frac{D_{\text{факт}} - D_{\text{зал}}}{D_{\text{факт}} - D_{\text{зал}} + nD_{\text{зал}}}$$

- Для нерівночисельних комплексів n розраховують:

$$n = \frac{1}{p-1} \left(n - \frac{n_1 + n_2 + \dots}{N} \right)$$

де n_1, n_2, \dots - об'єми вибірок при різних рівнях фактора

- Критерій значущості показника h^2 :

$$F = \frac{D_{\text{факт}}}{D_{\text{зал}}}$$

Порівнюємо з $F_{\text{крит}}(\alpha, k_{\text{факт}}, k_{\text{зал}})$

- Гіпотеза: $H_0 : h^2=0$, її приймаємо при $F_{\text{ф}} < F_{\text{крит}}$

Задача: встановити відмінності групових середніх для різних рівнів фактора



Апостеріорне порівняння груп даних при різних рівнях фактора (post-hoc comparisons of mean)

- **Передумова:** дисперсійний аналіз виявив вірогідний вплив фактора (відхилили H_0 , $p < 0.05$),

Критерій Шеффе:

Виявляє групи з вірогідними відмінностями середніх. Застосовують для рівно- і нерівночисельних груп.

H_0 : групові середні рівні,

Розрахунок F:

$$F = \frac{\bar{x}_i - \bar{x}_j}{\sqrt{M \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}, \text{ де}$$

$$N = \sum_{i=1}^k n_i$$

$$M = \frac{1}{N - k} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x})^2$$

k – кількість вибірок (рівнів фактора),

n_i – об'єм i -тої вибірки,

\bar{x}_i – середнє i -тої вибірки,

N – загальна чисельність

$F < F_{\text{крит}}(\alpha, k-1, N-k)$
 $F < F_{\text{крит}}$ – приймаємо H_0

Тест Шеффе

ДИСП АНАЛІЗ ДО ПАРИ10 (10v by 24c)

| | 1 Var1 | 2 Var2 | 3 Var3 | 4 Var4 | 5 Var5 | 6 Var6 | 7 Var7 | 8 Var8 | 9 Var9 | 10 Var10 |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-------------|
| 1 | ПЕРШЕ | 26,1 | | | | | | | | |
| 2 | ПЕРШЕ | | | | | | | | | |
| 3 | ПЕРШЕ | | | | | | | | | |
| 4 | ПЕРШЕ | | | | | | | | | |
| 5 | ПЕРШЕ | | | | | | | | | |
| 6 | ПЕРШЕ | | | | | | | | | |
| 7 | ДРУГЕ | | | | | | | | | |
| 8 | ДРУГЕ | | | | | | | | | |
| 9 | ДРУГЕ | | | | | | | | | |
| 10 | ДРУГЕ | | | | | | | | | |
| 11 | ДРУГЕ | | | | | | | | | |
| 12 | ДРУГЕ | | | | | | | | | |
| 13 | ТРЕТЄ | | | | | | | | | |
| 14 | ТРЕТЄ | | | | | | | | | |
| 15 | ТРЕТЄ | | | | | | | | | |
| 16 | ТРЕТЄ | | | | | | | | | |
| 17 | ТРЕТЄ | | | | | | | | | |
| 18 | ТРЕТЄ | | | | | | | | | |
| 19 | ЧЕТВЕРТЕ | | | | | | | | | |

Workbook1* - Scheffe Test; Variable: Var2 (ДИСП АНАЛІЗ ДО ПАРИ10)

Scheffe Test; Variable: Var2 (ДИСП АНАЛІЗ ДО ПАРИ10)
Marked differences are significant at $p < ,05000$

| Var1 | {1} | {2} | {3} | {4} |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| | M=25,817 | M=27,683 | M=29,450 | M=27,017 |
| ПЕРШЕ {1} | | 0,760687 | 0,249749 | 0,920902 |
| ДРУГЕ {2} | 0,760687 | | 0,789327 | 0,984830 |
| ТРЕТЄ {3} | 0,249749 | 0,789327 | | 0,583522 |
| ЧЕТВЕРТЕ {4} | 0,920902 | 0,984830 | 0,583522 | |

Scheffe Test; Variable: Var2 (ДИСП АНАЛІЗ ДО ПАРИ10)

Критерій Тьюкі:

- Застосовують для рівночисельних вибірок H_0 : групові середні рівні,
- Розраховують фактичне значення критерію:

$$t_Q = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{S_{\text{зал}} / q}}$$

- Порівнюють його зі стандартним значенням:
- $Q_{\text{табл}}(\alpha, N-k, k-1)$
- При $t_Q < Q_{\text{табл}}$ – приймаємо H_0



У випадку, коли дисперсійний аналіз виявив вірогідний вплив фактора, але тести апостеріорного аналізу – ні, варто провести попарне порівняння груп t-критерієм з поправкою Бонферроні

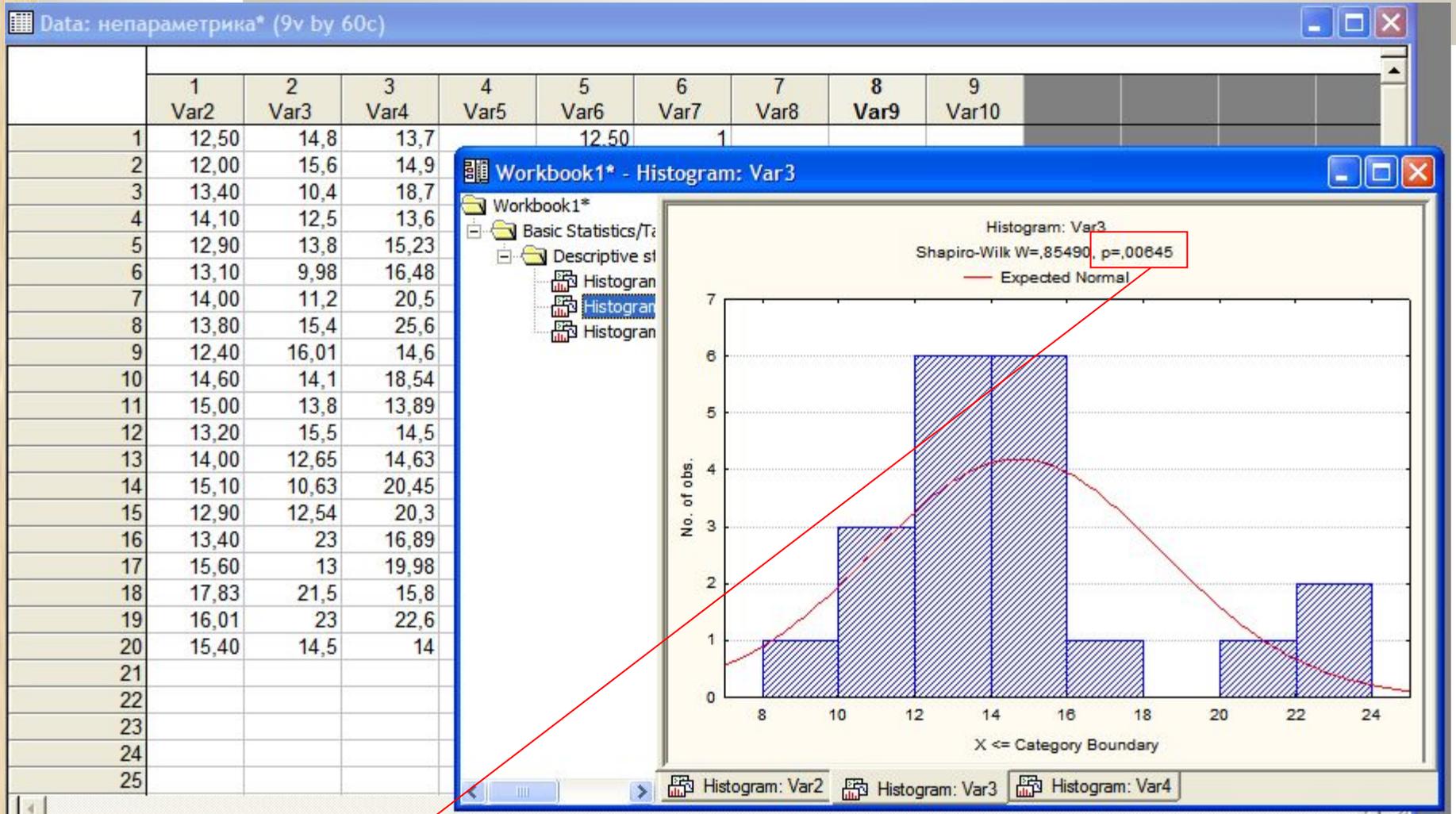
■ ***Поправка Бонферроні:***

Рівень значущості α ділять на кількість рівнів фактора – це буде новий рівень статистичної значущості

■ Наприклад, при $k=6$,
 $\alpha = 0,05/6 = 0,008$

Коли тестами Шапіро-Уїлка або Левена
було відхилено нульові гіпотези,
здійснюють непараметричні методи
порівняння груп даних





Підстава обрати непараметричний дисперсійний аналіз

Тест Краскела-Уолліса (для незалежних груп даних і нерівночисельних груп)

- Аналог двовибіркового тесту Манна-Уїтні – але для більше, ніж 2 груп даних
- H_0 : фактор не змінює показники розподілу даних

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^n \frac{(\sum_{i=1}^n R_i)^2}{n_i} - 3(N+1)$$

- де : N - загальна кількість досліджень; n_i – кількість досліджень на окремих рівнях фактора; R_i – ранги значень показника, ранжованих в спільний ряд, для кожного рівня фактора;
- При $p > 3$ або $n \geq 5$ $H_{\text{табл}} = \chi^2 (\alpha, p-1)$
- Коли $H < H_{\text{табл}}$ – H_0 приймають

Data: непараметрика* (9v by 60c)

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|-------|------|-------|------|-------|------|----|
| | Var2 | Var3 | Var4 | Var5 | Var6 | Var7 | Va |
| 1 | 12,50 | 14,8 | 13,7 | | 12,50 | 1 | |
| 2 | 12,00 | 15,6 | 14,9 | | 12,00 | 1 | |
| 3 | 13,40 | 10,4 | 18,7 | | 13,40 | 1 | |
| 4 | 14,10 | 12,5 | 13,6 | | 14,10 | 1 | |
| 5 | 12,90 | 13,8 | 15,23 | | 12,90 | 1 | |
| 6 | 13,10 | 9,98 | 16,48 | | 13,10 | 1 | |
| 7 | 14,00 | 11,2 | 20,5 | | 14,00 | 1 | |
| 8 | 13,80 | 15,4 | 25,6 | | 13,80 | 1 | |

Спочатку
групуємо дані

Потім обираємо
модуль
“Непараметричні
статистики”,
порівняння
багатьох груп
даних (залежних
або незалежних)

Nonparametric Statistics: непараметрика

Quick

- 2 x 2 Tables (X²/N²/Phi², McNemar, Fisher exact)
- Observed versus expected X²
- Correlations (Spearman, Kendall tau, gamma)
- Comparing two independent samples (groups)
- Comparing multiple indep. samples (groups)**
- Comparing two dependent samples (variables)
- Comparing multiple dep. samples (variables)
- Cochran Q test
- Ordinal descriptive statistics (median, mode, ...)

Buttons: OK, Cancel, Options, Open Data, SELECT CASES, W

Data: непараметрика* (9v by 60c)

| | 1 Var2 | 2 Var3 | 3 Var4 | 4 Var5 | 5 Var6 | 6 Var7 | 7 Var8 | 8 Var9 | 9 Var10 |
|----|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| 1 | 12,50 | 14,8 | 13,7 | | 12,50 | 1 | | | |
| 2 | 12,00 | 15,6 | 14,9 | | 12,00 | 1 | | | |
| 3 | 13,40 | 10,4 | 18,7 | | 13,40 | 1 | | | |
| 4 | 14,10 | 12,5 | 13,6 | | 14,10 | 1 | | | |
| 5 | 12,90 | 13,8 | 15,23 | | 12,90 | 1 | | | |
| 6 | 13,10 | 9,98 | 16,48 | | 13,10 | 1 | | | |
| 7 | 14,00 | 11,2 | 20,5 | | 14,00 | 1 | | | |
| 8 | 13,80 | 15,4 | 25,6 | | 13,80 | 1 | | | |
| 9 | 12,40 | 16,01 | 14,0 | | | | | | |
| 10 | 14,60 | 14,1 | 18,5 | | | | | | |
| 11 | 15,00 | 13,8 | 13,8 | | | | | | |
| 12 | 13,20 | 15,5 | 14,0 | | | | | | |
| 13 | 14,00 | 12,65 | 14,0 | | | | | | |
| 14 | 15,10 | 10,63 | 20,4 | | | | | | |
| 15 | 12,90 | 12,54 | 20,0 | | | | | | |
| 16 | 13,40 | 23 | 16,8 | | | | | | |
| 17 | 15,60 | 13 | 19,9 | | | | | | |
| 18 | 17,83 | 21,5 | 15,0 | | | | | | |
| 19 | 16,01 | 23 | 22,0 | | | | | | |
| 20 | 15,40 | 14,5 | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | | | | |

Kruskal-Wallis ANOVA and Median Test: непараметр ? - X

Quick | Summary

Variables

Dependent variables: none
Grouping variable: none

Codes: none

Summary: Kruskal-Wallis ANOVA & Median test

Multiple comparisons of mean ranks for all groups

Box & whisker | Categorized histogram

Cancel

Options

SELECT CASES | W

p-level for highlighting: .05

Результат тесту Краскела-Уолліса:

Data: непараметрика (9v by 61c)

| | 1 Var2 | 2 Var3 | 3 Var4 | 4 Var5 | 5 Var6 | 6 Var7 | 7 Var8 | 8 Var9 | 9 Var10 |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| 1 | 12,50 | 14,8 | 13,7 | | 12,50 | 1 | | | |
| 2 | 12,00 | 15,6 | 14,9 | | 12,00 | 1 | | | |
| 3 | 13,40 | 10,4 | 18,7 | | 13,40 | 1 | | | |

Workbook2* - Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks; Var6 (непараметрика)

Workbook2*

- Basic Statistics/T...
- Descriptive st...
- Histogram
- Histogram
- Histogram
- Nonparametrics (...)
- Kruskal-Wallis
- Kruskal-W...
- Median T...

Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks; Var6 (непараметрика)
Independent (grouping) variable: Var7
Kruskal-Wallis test: $H(2, N = 60) = 11,29975$, $p = .0035$

| Depend.: Var6 | Code | Valid N | Sum of Ranks |
|------------------|------|------------|-----------------|
| 1 | 1 | 20 | 483,0000 |
| 2 | 2 | 20 | 524,0000 |
| 3 | 3 | 20 | 823,0000 |

Kruskal-Wallis ANOVA by Ranks; Var6 (непараметрика) Median Test, Overall Median = 14,5500; Var6 (нен: <>

Медіанний тест:

Data: непараметрика (9v by 61c)

| | 1 Var2 | 2 Var3 | 3 Var4 | 4 Var5 | 5 Var6 | 6 Var7 | 7 Var8 | 8 Var9 | 9 Var10 |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| 1 | 12,50 | 14,8 | 13,7 | | 12,50 | 1 | | | |
| 2 | 12,00 | 15,6 | 14,9 | | 12,00 | 1 | | | |
| 3 | 13,40 | 10,4 | 18,7 | | 13,40 | 1 | | | |

Workbook2* - Median Test, Overall Median = 14,5500; Var6 (непараметрика)

Median Test, Overall Median = 14,5500; Var6 (непараметрика)
 Independent (grouping) variable: Var7
 Chi-Square = 7,600000 df = 2 p = ,0224

| Dependent: Var6 | 1 | 2 | 3 | Total |
|-------------------------------|----------|----------|----------|----------|
| <= Median: observed | 13,00000 | 12,00000 | 5,00000 | 30,00000 |
| expected | 10,00000 | 10,00000 | 10,00000 | |
| obs.-exp. | 3,00000 | 2,00000 | -5,00000 | |
| > Median: observed | 7,00000 | 8,00000 | 15,00000 | 30,00000 |
| expected | 10,00000 | 10,00000 | 10,00000 | |
| obs.-exp. | -3,00000 | -2,00000 | 5,00000 | |
| Total: observed | 20,00000 | 20,00000 | 20,00000 | 60,00000 |

Відхиляємо H_0

Тест Фрідмана (для залежних, зв'язаних і, отже, рівночисельних груп даних)

- Ранговий дисперсійний аналіз; *одночасово розраховує коефіцієнт конкордації Кендалла* – встановлює міру зв'язку ознак,
- H_0 : фактор не змінює показники розподілу даних

$$\chi_R^2 = \frac{12 \left(\sum_{i=1}^n R_i \right)^2}{n * p * (n - 1)} - 3n(p + 1)$$

- де: p – кількість рангів; n – кількість досліджень на окремих рівнях фактора; R_i – ранги значень показника, ранжованих окремо для кожного рівня фактора (для однакових значень – усереднюють ранги);
- При $p=3$ і $2 \leq n \leq 9$ або $p=4$ і $2 \leq n \leq 4$ - χ^2 табл = $\chi^2 (\alpha, p-1)$
- Коли $\chi^2 < \chi^2$ табл - H_0 приймають

| 1 Var2 | 2 Var3 | 3 Var4 | 4 Var5 | 5 Var6 | 6 Var7 | 7 Var8 | 8 Var9 | 9 Var10 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| 12,50 | 14,8 | 13,7 | | 12,50 | 1 | | | |
| 12,00 | 15,6 | 14,8 | | 12,00 | 1 | | | |
| 13,40 | 10,4 | 18,0 | | 13,40 | 1 | | | |
| 14,10 | 12,5 | 13,0 | | 14,10 | 1 | | | |
| 12,90 | 13,8 | 15,0 | | 12,90 | 1 | | | |
| 13,10 | 9,0 | 13,0 | | 13,10 | 1 | | | |
| 14,00 | 11,0 | 14,0 | | 14,00 | 1 | | | |
| 13,80 | 11,0 | 13,80 | | 13,80 | 1 | | | |
| 12,40 | 16,0 | 12,40 | | 12,40 | 1 | | | |
| 14,60 | 11,0 | 14,60 | | 14,60 | 1 | | | |
| 15,00 | 11,0 | 15,00 | | 15,00 | 1 | | | |
| 13,20 | 11,0 | 13,20 | | 13,20 | 1 | | | |
| 14,00 | 12,0 | 14,00 | | 14,00 | 1 | | | |
| 15,10 | 10,0 | 15,10 | | 15,10 | 1 | | | |
| 12,90 | 12,0 | 12,90 | | 12,90 | 1 | | | |
| 13,40 | 12,0 | 13,40 | | 13,40 | 1 | | | |

Friedman ANOVA by Ranks: непараметрика

Quick |  Summary

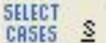
 Variables: Var2-Var4

 Summary: Friedman ANOVA & Kendall's concordance

 Box & whisker plot for all variables

Cancel

 Options ▾

 SELECT CASES  W

Результат тесту Фрідмана:

Приймаємо H_0

| | | | | | | | |
|------|-------|-------|---|--|--|--|--|
| 10,4 | 18,7 | 13,40 | 1 | | | | |
| 12,5 | 13,6 | 14,10 | 1 | | | | |
| 13,8 | 15,23 | 12,90 | 1 | | | | |

Workbook2* - Friedman ANOVA and Kendall Coeff. of Concordance (непараметрика)

Workbook2*

- Basic Statistics/Ta
 - Descriptive st
 - Histogram
 - Histogram
 - Histogram
 - Nonparametrics (Kruskal-Wallis
 - Kruskal-M
 - Median T
 - Friedman ANK
 - Friedman

| Variable | Average Rank | Sum of Ranks | Mean | Std.Dev. | | | |
|----------|--------------|--------------|----------|----------|--|--|--|
| Var2 | 1,750000 | 35,00000 | 14,06200 | 1,435859 | | | |
| Var3 | 1,850000 | 37,00000 | 14,69550 | 3,810561 | | | |
| Var4 | 2,400000 | 48,00000 | 17,24450 | 3,413004 | | | |

Friedman ANOVA and Kendall Coeff. of Concordance (непараметрика)
ANOVA Chi Sqr. (N = 20, df = 2) = 4,900000 p = ,08630
Coeff. of Concordance = ,12250 Aver. rank r = ,07632

Коли непараметричний дисперсійний аналіз виявив достовірний вплив фактора ($p < 0,05$)

- проводимо апостеріорне порівняння груп:

Для незалежних груп:

Для залежних груп – попарно порівнюємо з допомогою тесту Уїлкоксона (але з поправкою Бонферроні)

The screenshot shows the 'Kruskal-Wallis ANOVA and Median Test: непараметричний' dialog box in SPSS. The 'Quick' tab is active. The 'Dependent variables' field contains 'Var6' and the 'Grouping variable' field contains 'Var7'. The 'Codes' field is set to 'none'. The 'Summary' field is set to 'Kruskal-Wallis ANOVA & Median test'. The 'Multiple comparisons of mean ranks for all groups' option is selected and highlighted with a red box. The 'Box & whisker' and 'Categorized histogram' options are also visible. The 'p-level for highlighting' is set to '.05'. The background shows a data grid with variables Var3 and Var4.

| Var3 | Var4 |
|------|-----------|
| 14,8 | 2,400000 |
| 15,6 | 48,000000 |
| 10,4 | 17,244500 |
| 12,5 | 3,413004 |
| 13,9 | |
| 9 | |
| 1 | |
| 16 | |
| 1 | |
| 1 | |
| 12 | |
| 10 | |
| 12 | |
| 2 | |

Встановлення сили впливу фактора на досліджуваний показник (непараметрика):

- сила впливу фактора визначається як відсоток міжгрупової (факторної) варіації у загальній варіації показника:

$$\eta^2 = \frac{C_{\text{факт}}}{C_{\text{заг}}}$$

- де

$$C_{\text{факт}} = \sum \frac{(\sum R)^2}{n} - \frac{N(N+1)^2}{4}$$

$$C_{\text{заг}} = \frac{(N-1)N(N+1)}{12}$$