

---

## Тема 13.

# Синтез регулятора на основе модели объекта управления и желаемого вида передаточной функции замкнутой системы

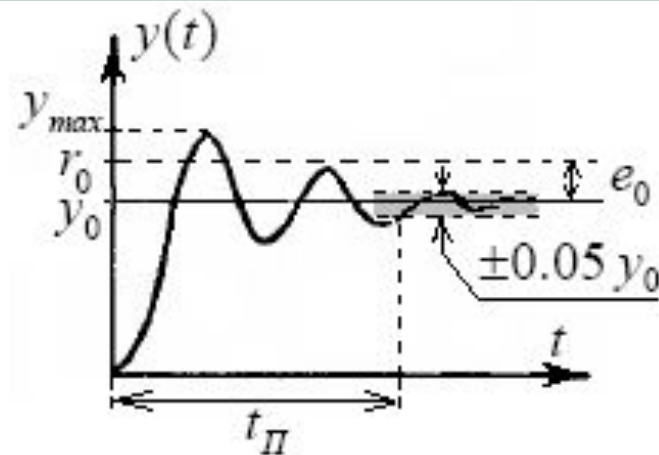
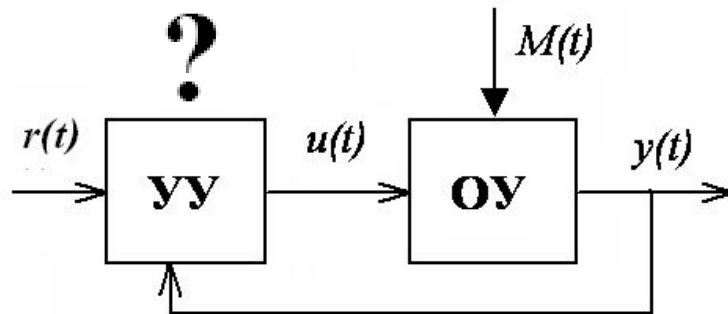
---

# Обсуждаемые вопросы

---

1. *Постановка задачи синтеза*
2. *Основная расчетная схема метода синтеза*
3. *Основное расчетное соотношение метода синтеза*
4. *Примеры*

## Постановка задачи синтеза



**Задача синтеза:** Необходимо найти структуру и параметры алгоритма управления (устройства управления) на основе заданной модели объекта управления таким образом, чтобы обеспечить требуемые показатели качества переходных процессов в системе управления.

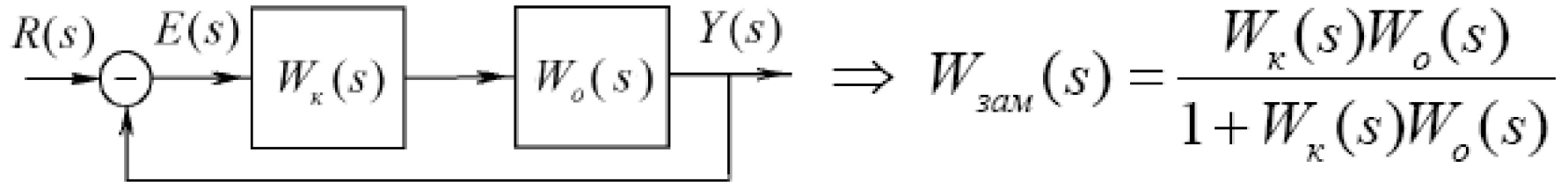
Требования к показателям качества переходных процессов в замкнутой системе:  $\sigma$ ,  $t_{\Pi}$ ,  $e_0$  (или  $e_c$ )

## Основная расчетная схема метода синтеза

$W_o(s)$  - передаточная функция модели объекта управления

$W_k(s)$  - передаточная функция корректирующего звена

?



Исходя их требований к показателям качества переходных процессов в замкнутой системе:  $\sigma$ ,  $t_{П}$ ,  $e_0$  (или  $e_c$ )

сформируем  $W_{зам}^{жел}(s)$ . Полагаем, что  $W_{зам}(s) = W_{зам}^{жел}(s)$  тогда

$$W_{зам}^{жел}(s) = \frac{W_k(s)W_o(s)}{1 + W_k(s)W_o(s)} \Rightarrow W_k(s) = \frac{W_{зам}^{жел}(s)}{W_o(s)[1 - W_{зам}^{жел}(s)]}$$

## Основное расчетное соотношение метода синтеза

Пусть

$$W_o(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_{m+1}s^m + \dots + b_3s^2 + b_2s + b_1}{a_{n+1}s^n + a_n s^{n-1} + \dots + a_3s^2 + a_2s + a_1}$$

$$W_{зам}^{жел}(s) = \frac{A_{зам}^{жел}(0)}{A_{зам}^{жел}(s)} = \frac{\bar{a}_1}{\bar{a}_{n+1}s^n + \bar{a}_n s^{n-1} + \dots + \bar{a}_3s^2 + \bar{a}_2s + \bar{a}_1}$$

$$W_{к}(s) = \frac{W_{зам}^{жел}(s)}{W_o(s)[1 - W_{зам}^{жел}(s)]} \Rightarrow$$

$$W_{к}(s) = \frac{A(s)A_{зам}^{жел}(0)}{B(s)[A_{зам}^{жел}(s) - A_{зам}^{жел}(0)]}$$

## Пример: ПИ регулятор для апериодического звена

$$W_{\kappa}(s) = \frac{A(s)A_{\text{зам}}^{\text{жел}}(0)}{B(s)[A_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s) - A_{\text{зам}}^{\text{жел}}(0)]}$$

$$W_o(s) = \frac{k_0}{T_0s + 1}, \quad W_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \Rightarrow$$

$$W_{\kappa}(s) = \frac{T_0s + 1}{k_0\tau s} = \frac{T_0}{k_0\tau} + \frac{1}{k_0\tau s}$$

Скоростная ошибка по входу  $r(t) \Rightarrow R(s) = L\{a_r t 1(t)\} = \frac{a_r}{s^2}$

$$e_{c/r} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s[1 - W_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s)]R(s)$$

$$e_{c/r} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ 1 - \frac{1}{\tau s + 1} \right] \frac{a_r}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{\tau s}{\tau s + 1} \right] \frac{a_r}{s^2} = \tau a_r$$

Относительная скоростная ошибка  $\bar{e}_{c/r} = \left| \frac{e_{c/r}}{a_r} \right| = \tau$

# Пример: ПИ регулятор с фильтром для апериодического звена

7

$$W_{\kappa}(s) = \frac{A(s)A_{зам}^{жсвл}(0)}{B(s)[A_{зам}^{жсвл}(s) - A_{зам}^{жсвл}(0)]}$$

$$W_o(s) = \frac{k_0}{T_0s + 1}, \quad W_{зам}^{жсвл}(s) = \frac{1}{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s + 1} \Rightarrow$$

$$W_{\kappa}(s) = \frac{T_0s + 1}{k_0(\tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s)} = \frac{T_0s + 1}{k_0 \bar{a}_2 \tau s \left[ \frac{\tau}{\bar{a}_2} s + 1 \right]}$$

Скоростная ошибка по входу  $r(t)$

$$R(s) = L\{a_r t 1(t)\} = \frac{a_r}{s^2}$$

$$e_{cl/r} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ 1 - W_{зам}^{жсвл}(s) \right] R(s)$$

$$e_{cl/r} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ 1 - \frac{1}{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s + 1} \right] \frac{a_r}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s}{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s + 1} \right] \frac{a_r}{s^2} = \bar{a}_2 \tau a_r$$

Относительная скоростная ошибка

$$\bar{e}_{cl/r} = \left| \frac{e_{cl/r}}{a_r} \right| = \bar{a}_2 \tau$$

## Пример: ПИД регулятор для звена 2-го порядка

$$W_{\kappa}(s) = \frac{A(s)A_{зам}^{жел}(0)}{B(s)[A_{зам}^{жел}(s) - A_{зам}^{жел}(0)]}$$

$$W_o(s) = \frac{k_0}{T_0^2 s^2 + a_2 T_0 s + 1}, \quad W_{зам}^{жел}(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$W_{\kappa}(s) = \frac{T_0^2 s^2 + a_2 T_0 s + 1}{k_0 \tau s} = \frac{T_0^2}{k_0 \tau} s + \frac{a_2 T_0}{k_0 \tau} + \frac{1}{k_0 \tau s}$$

Получаем нереализуемый ПИД регулятор, т.к. используется операция идеального дифференцирования.

$$W_o(s) = \frac{k_0}{T_0^2 s^2 + a_2 T_0 s + 1}, \quad W_{зам}^{жел}(s) = \frac{1}{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s + 1} \Rightarrow$$

$$W_{\kappa}(s) = \frac{T_0^2 s^2 + a_2 T_0 s + 1}{k_0 (\tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s)}$$

Получаем реализуемый ПИД регулятор, т.к. одинакова степень полинома в числителе и в знаменателе передаточной функции корректирующего звена.



## Условия реализуемости метода синтеза

---

$$W_k(s) = \frac{A(s)A_{зам}^{жел}(0)}{B(s)[A_{зам}^{жел}(s) - A_{зам}^{жел}(0)]}$$

---

- 1)  $B(s) = 0 \Rightarrow \operatorname{Re} s_i < 0 \quad \forall i$
- 2)  $\deg A(s) \leq \deg B(s) + \deg A_{зам}^{жел}(s)$

## Синтез систем с астатизмом произвольного порядка

---

$$W_o(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad W_{зам}^{жел}(s) = \frac{B_{зам}^{жел}(s)}{A_{зам}^{жел}(s)} \quad \Rightarrow$$

$$W_k(s) = \frac{W_{зам}^{жел}(s)}{W_o(s)[1 - W_{зам}^{жел}(s)]} \Rightarrow W_k(s) = \frac{A(s)B_{зам}^{жел}(s)}{B(s)[A_{зам}^{жел}(s) - B_{зам}^{жел}(s)]}$$


---

Условия практической реализуемости метода синтеза

$$1) B(s) = 0 \Rightarrow \operatorname{Re} s_i < 0 \quad \forall i$$

$$2) \deg A(s) + \deg B_{зам}^{жел}(s) \leq \deg B(s) + \deg A_{зам}^{жел}(s)$$

## Пример: Регулятор для апериодического звена

$$W_{\kappa}(s) = \frac{A(s)B_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s)}{B(s)[A_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s) - B_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s)]}$$

$$W_o(s) = \frac{k_0}{T_0s + 1}, \quad W_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s) = \frac{\bar{a}_2\tau s + 1}{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2\tau s + 1} \Rightarrow$$

$$W_{\kappa}(s) = \frac{(T_0s + 1)(\bar{a}_2\tau s + 1)}{k_0\tau^2 s^2}$$

Скоростная ошибка по входу  $r(t) \Rightarrow R(s) = L\{a_r t 1(t)\} = \frac{a_r}{s^2}$

$$e_{c/r} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s[1 - W_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s)]R(s) \Rightarrow$$

$$e_{c/r} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ 1 - \frac{\bar{a}_2\tau s + 1}{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2\tau s + 1} \right] \frac{a_r}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{\tau^2 s^2}{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2\tau s + 1} \right] \frac{a_r}{s^2} = 0$$

## Пример: Регулятор для звена 2-го порядка

$$W_{\kappa}(s) = \frac{A(s)B_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s)}{B(s)[A_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s) - B_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s)]}$$

$$W_o(s) = \frac{k_0}{T_0^2 s^2 + a_2 T_0 s + 1}, \quad W_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s) = \frac{\bar{a}_2 \tau s + 1}{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s + 1} \Rightarrow$$

$$W_{\kappa}(s) = \frac{(T_0^2 s^2 + a_2 T_0 s + 1)(\bar{a}_2 \tau s + 1)}{k_0 \tau^2 s^2}$$

Получаем нереализуемый регулятор, т.к. используется операция идеального дифференцирования.

## Пример: Реализуемый регулятор для звена 2-го порядка

$$W_{\kappa}(s) = \frac{A(s)B_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s)}{B(s)[A_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s) - B_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s)]}$$

$$W_o(s) = \frac{k_0}{T_0^2 s^2 + a_2 T_0 s + 1},$$

$$W_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s) = \frac{\bar{a}_2 \tau s + 1}{\tau^3 \bar{a}_4 s^3 + \bar{a}_3 \tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s + 1} \Rightarrow$$

$$W_{\kappa}(s) = \frac{(T_0^2 s^2 + a_2 T_0 s + 1)(\bar{a}_2 \tau s + 1)}{k_0 (\tau^3 \bar{a}_4 s^3 + \bar{a}_3 \tau^2 s^2)}$$

Скоростная ошибка по входу  $r(t) \Rightarrow R(s) = L\{a_r t 1(t)\} = \frac{a_r}{s^2}$

$$e_{cl/r} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s [1 - W_{\text{зам}}^{\text{жел}}(s)] R(s) \Rightarrow$$

$$e_{cl/r} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ 1 - \frac{\bar{a}_2 \tau s + 1}{\tau^3 \bar{a}_4 s^3 + \bar{a}_3 \tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s + 1} \right] \frac{a_r}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ \frac{\tau^3 \bar{a}_4 s^3 + \bar{a}_3 \tau^2 s^2}{\tau^2 s^2 + \bar{a}_2 \tau s + 1} \right] \frac{a_r}{s^2} = 0$$

---

Тема 14.  
Модальный метод синтеза  
непрерывных систем

---