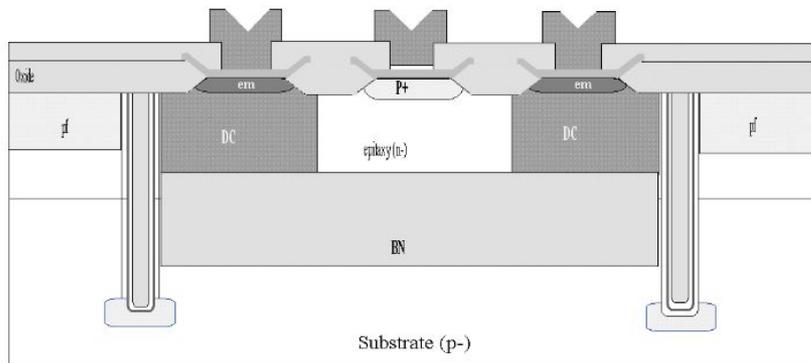
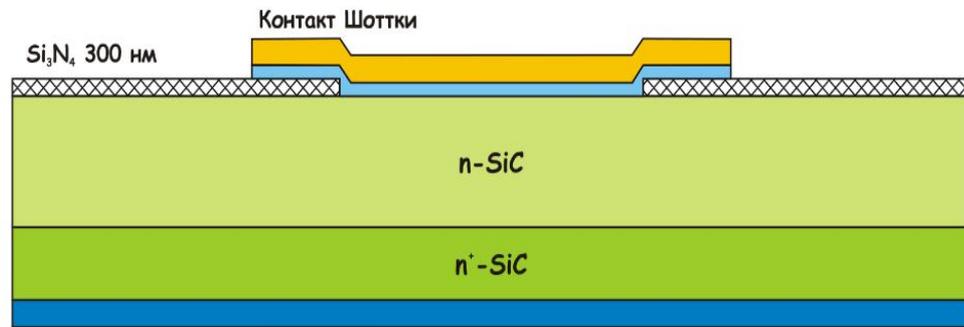


# **Математическое моделирование электро-физических характеристик ППП и элементов ИМС**

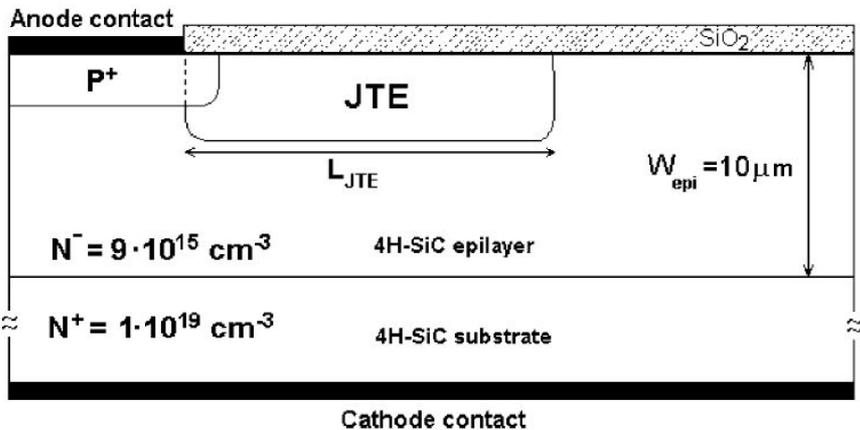
# Полупроводниковые приборы и элементы ИМС



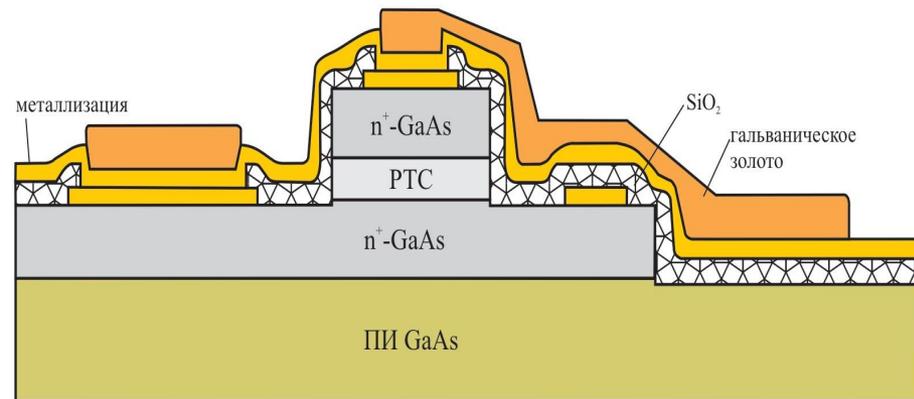
Диод на основе p-n перехода



Диод Шоттки



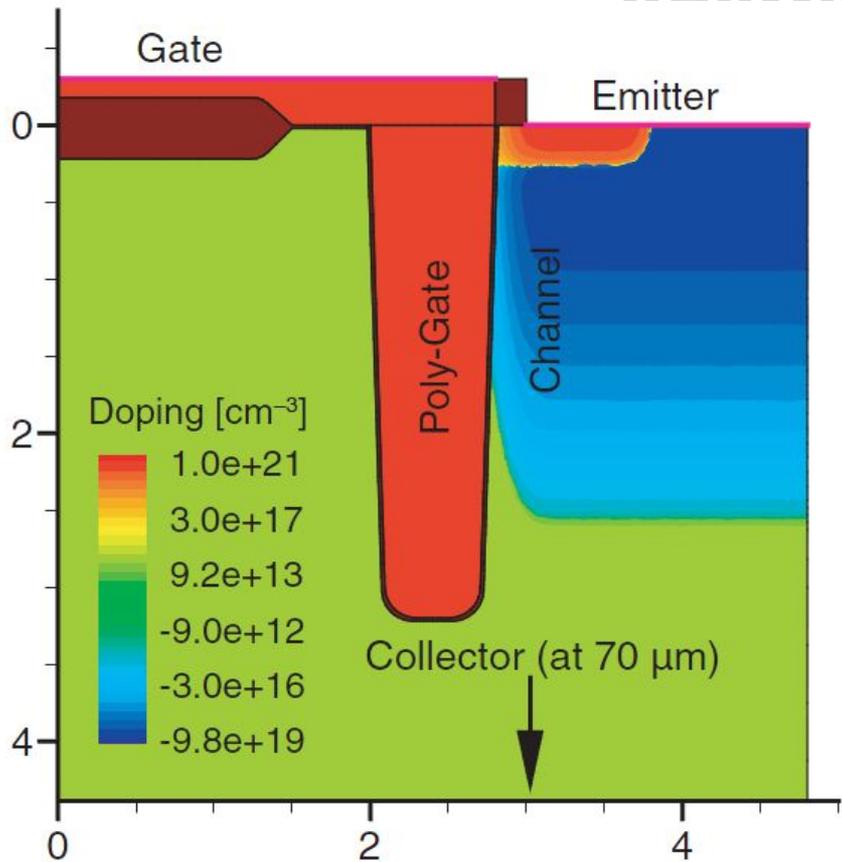
P-I-N диод



Резонансно-туннельный диод



# Полупроводниковые приборы и элементы ИМС



Биполярный транзистор с изолированным затвором

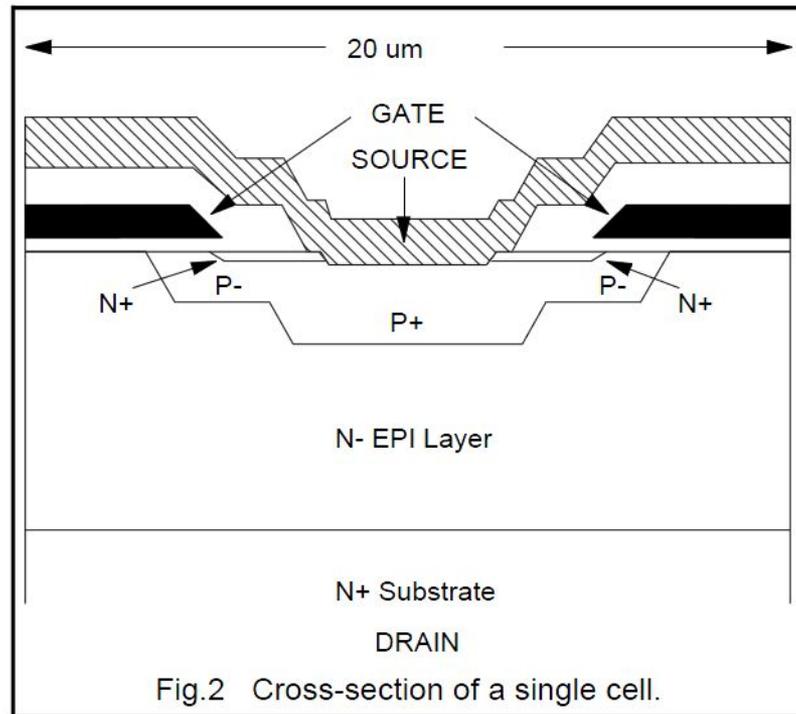
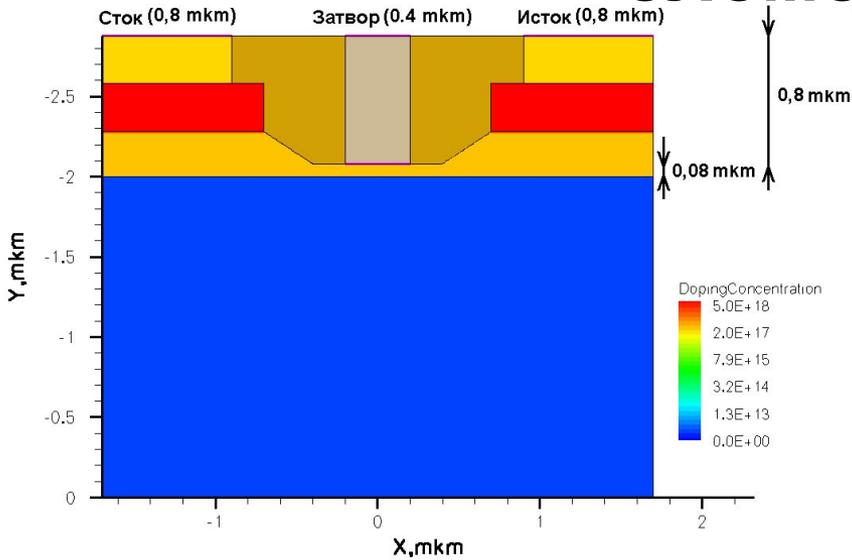


Fig.2 Cross-section of a single cell.

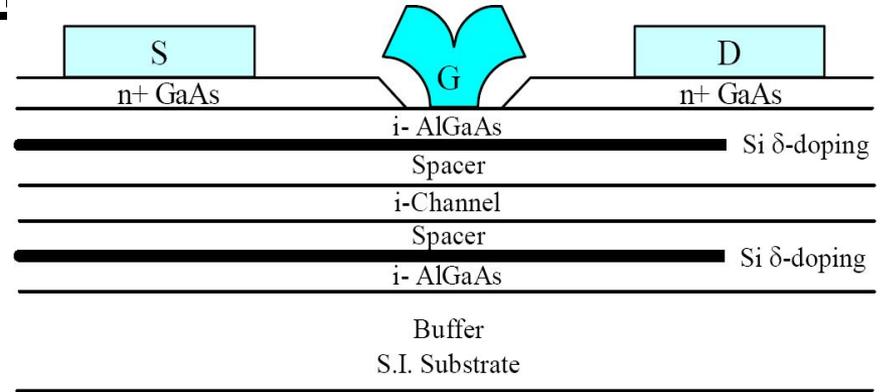
Вертикальный полевой транзистор

# Полупроводниковые приборы и

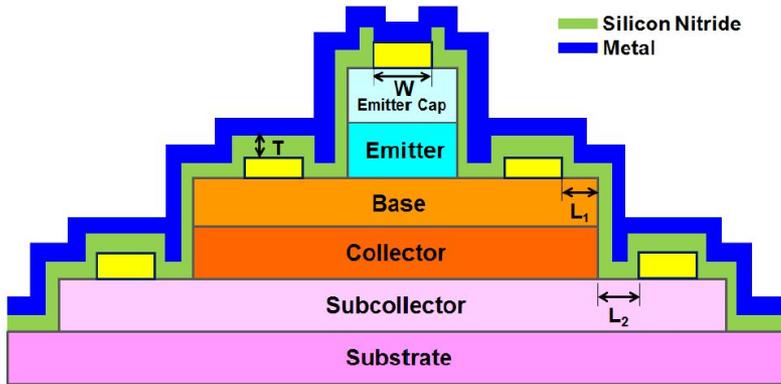
## элементы ИМС



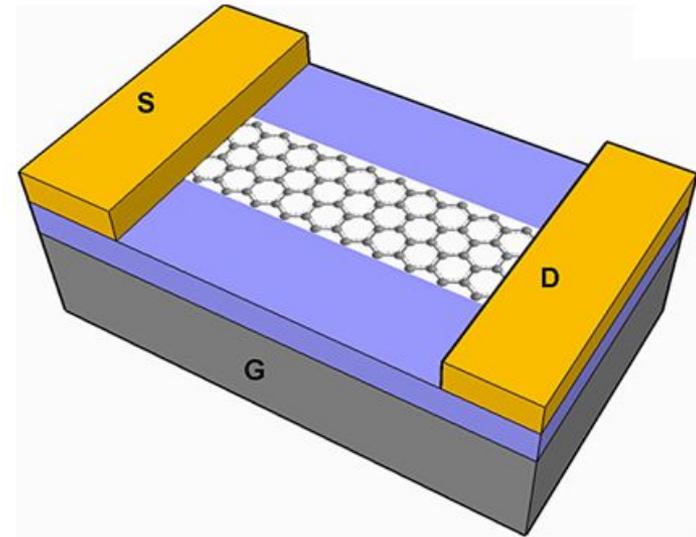
Полевой транзистор с барьером Шоттки



Транзистор с высокой подвижностью электронов

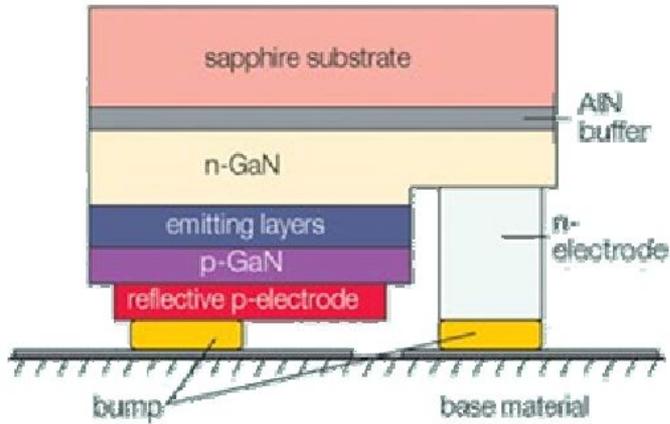


Гетеробиполярный транзистор

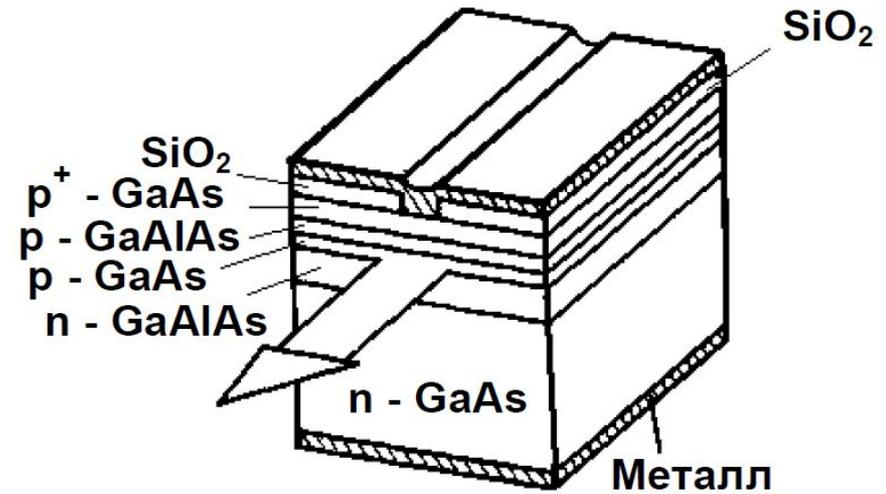


Полевой транзистор на основе графена

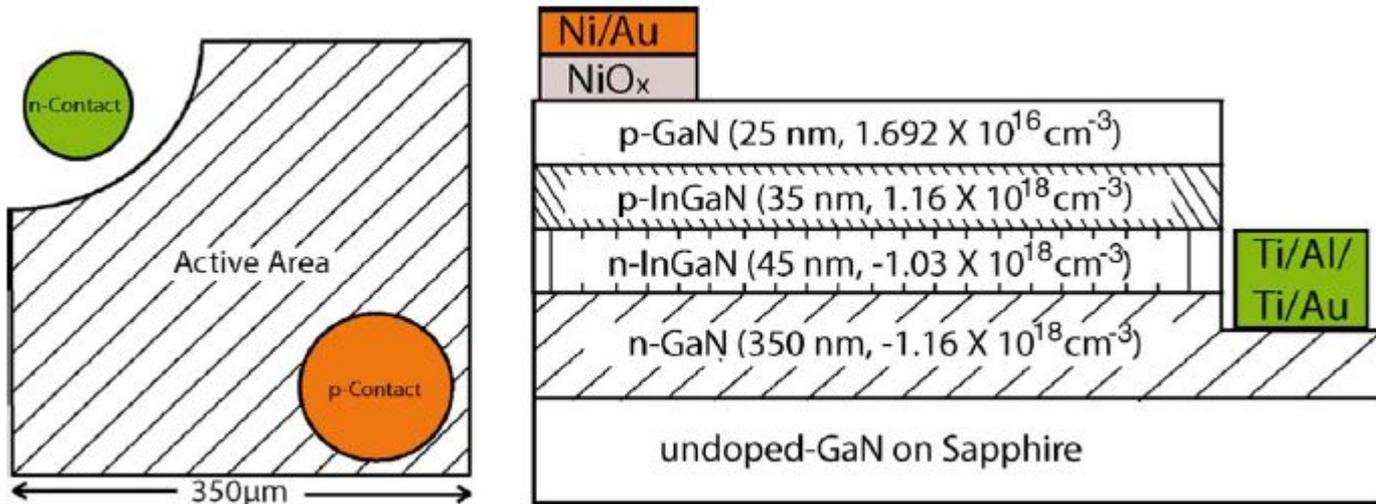
# Полупроводниковые приборы и элементы ИМС



Светоизлучающий диод



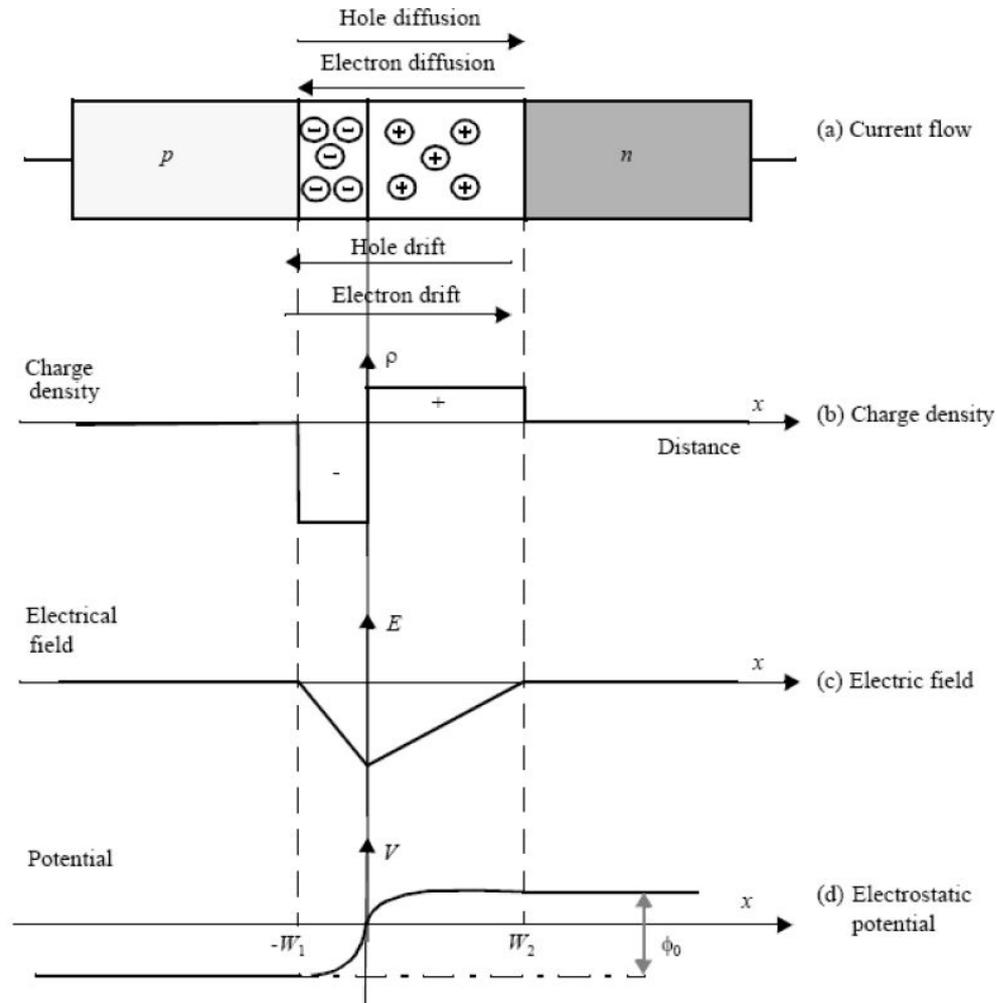
Лазер



Элемент солнечной батареи

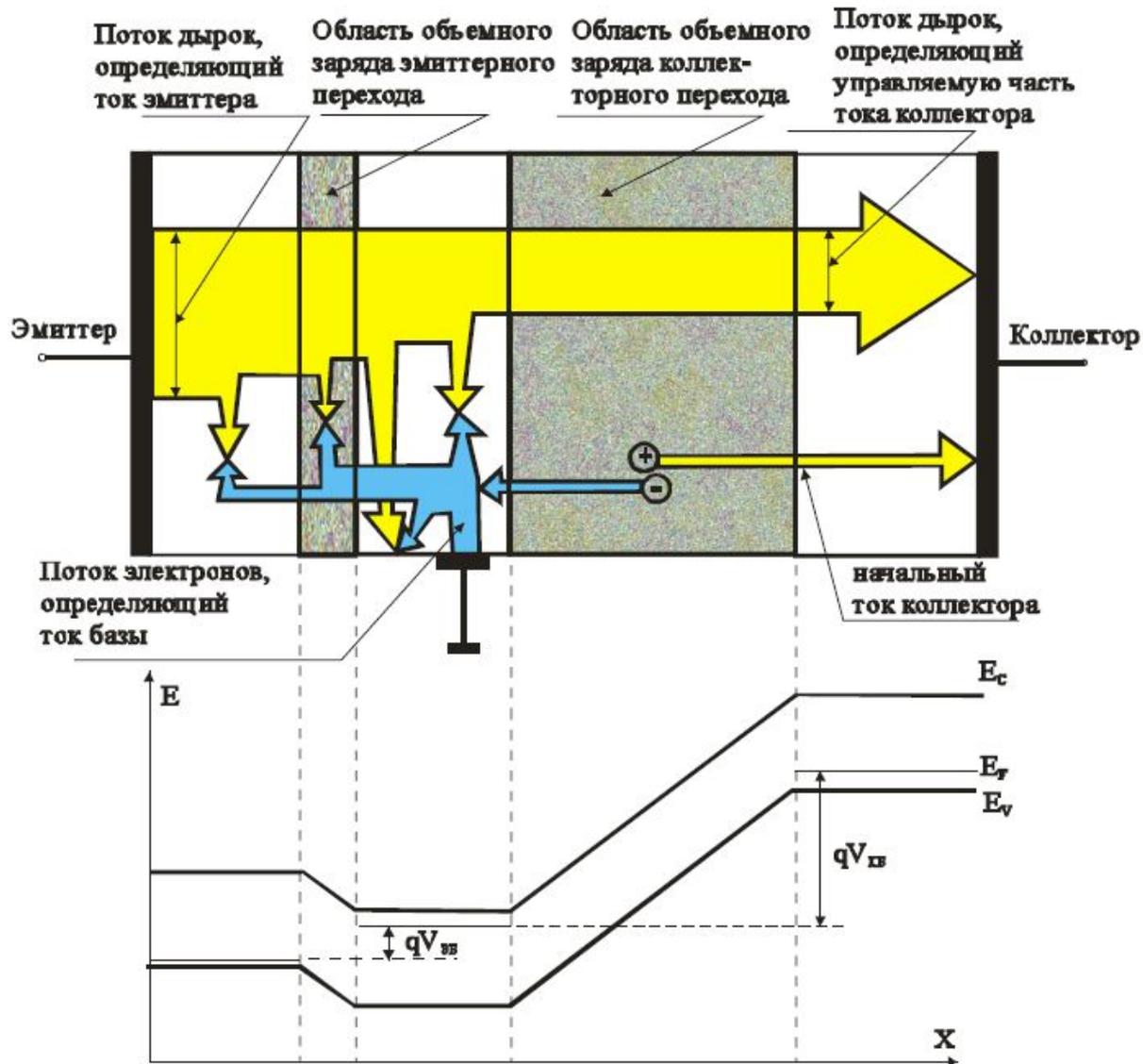
# ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

До 80-х годов XX века наиболее распространенным методом являлся метод разделения прибора на ряд областей квазинейтрального и объемного заряда с выделением в них доминирующего физического процесса.



Идеализированная модель p-n диода

# Основы моделирования



Идеализированная модель биполярного транзистора

# Основы моделирования

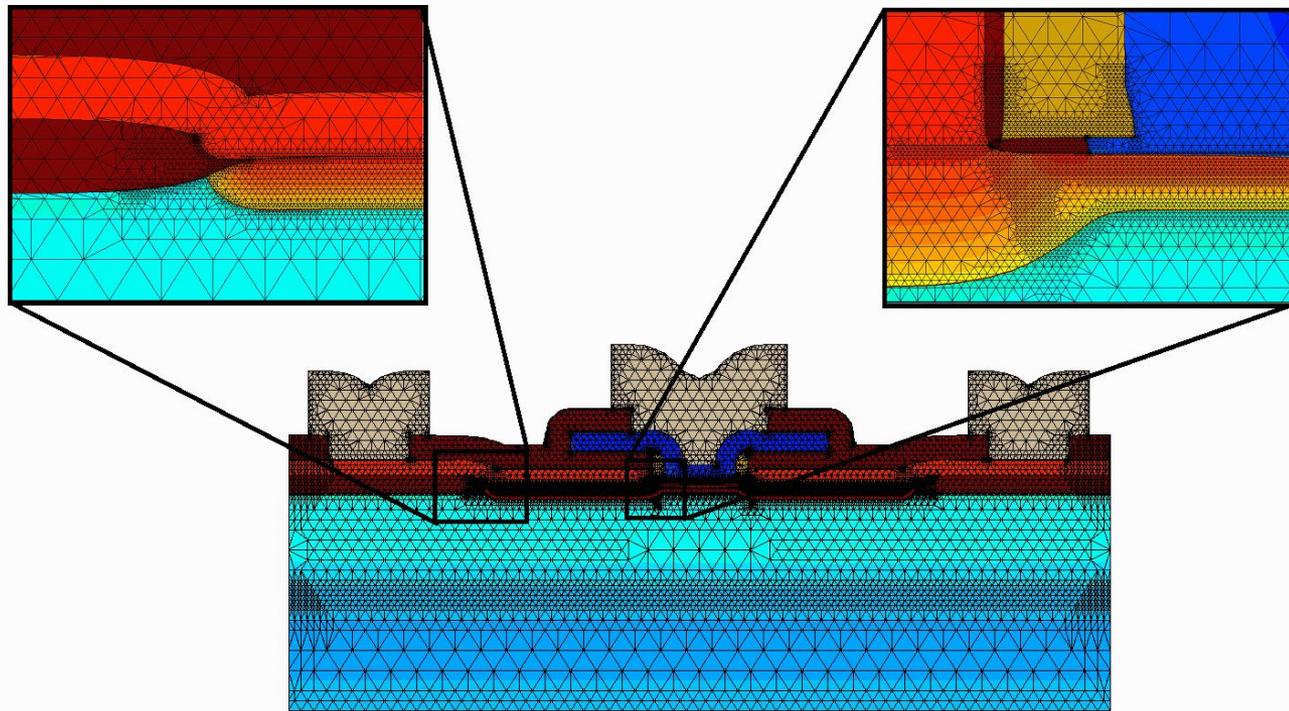
Недостатками такого подхода являлись:

- идеализированное распределение примеси с ортогональными p-n переходами;
- задание средних значений электро-физических параметров в квазинейтральных областях, отсутствие или приблизительный учет изменения положения границ выделяемых областей при изменении уровня инжекции;
- ограничения на топологию устройства;
- отсутствие учета большого количества физических эффектов (сильного легирования, кинетических и др.)

# Основы моделирования

Большой универсальностью пользуется подход в котором Фундаментальная система уравнения (ФСУ) для полупроводника решается методами конечных разностей или методами конечных элементов без выделения характерных областей, единообразно для всей полупроводниковой структуры.

Значительный прогресс в развитии численных методов для многомерных подходов обеспечил широкое внедрение такого подхода в этап разработки полупроводниковых приборов и элементов ИМС.



Двумерная модель биполярного транзистора

# Фундаментальная система уравнений

$$\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \Delta V = -q(p - n - C_A + C_D)$$

Здесь  $V$ ,  $p$ ,  $n$  - потенциал, концентрации дырок и электронов,  
 $C_A$ ,  $C_D$  - концентрации ионизированной акцепторной и донорной примесей;  
 $\varepsilon$  - относительная диэлектрическая проницаемость;  
 $\varepsilon_0$  - абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума.

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{q} \operatorname{div} J_p = -R_p$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{q} \operatorname{div} J_n = -R_n$$

$J_n$ ,  $J_p$  - плотности электронного и дырочного токов;

$R_n$ ,  $R_p$  - суммарные скорости рекомбинации для дырок и электронов.

# Фундаментальная система уравнений

$$J_n = qD_n \nabla n - qn\mu_n E_n = \mu_n n \nabla E_{Fn} = -q\mu_n n \nabla \varphi_n$$

$$J_p = -qD_p \nabla p + qp\mu_p E_p = \mu_p p \nabla E_{Fp} = -q\mu_p p \nabla \varphi_p$$

$E_p, E_n$  – напряженности квазиэлектрического поля для дырок и электронов;  
 $\mu_p, \mu_n$  – коэффициенты подвижности для дырок и электронов;  
 $E_{Fp}, E_{Fn}$  – уровни энергии Ферми относительно уровня вакуума;  
 $\varphi_p, \varphi_n$  – квазипотенциалы Ферми для электронов и дырок.

# Фундаментальная система уравнений

## Уравнение Пуассона

$$\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \Delta V = -q(p - n - C_A + C_D)$$

Уравнение Пуассона является средством для расчёта  $E$ ,  $V$ . Оно является следствием одного из четырех обобщенных уравнений Максвелла:

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad \operatorname{div} (\varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}) = \rho$$

Пренебрегая магнитным полем и связывая потенциал  $V(x, y, z, t)$  с вектором напряженности электрического поля:

$$\mathbf{E} \Rightarrow -\operatorname{grad} V = -\nabla V$$

Получено:

$$\operatorname{div} (\varepsilon \varepsilon_0 \operatorname{grad} V) = -\rho$$

Обозначив объемную плотность заряда:

$$\rho = q(p - n + C_D - C_A)$$

получено искомое уравнение Пуассона

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} V = -\frac{q}{\varepsilon \varepsilon_0} (p - n + C_D - C_A)$$

# Фундаментальная система уравнений

## Уравнение непрерывности

Рассматривается полупроводниковая структура с концентрациями  $C_A$ ,  $C_D$ ,  $n$ ,  $p$ , заполняющая некоторый объем  $V$  и ограниченная замкнутой поверхностью  $S$ . Предположим, что в объеме  $V$ , где протекают потоки электронов и дырок с плотностями  $J_n$ ,  $J_p$  происходит рекомбинация частиц со скоростью  $R(n, p)$ .

Число электронов, покидающих произвольный объем  $V_1$ , ограниченный поверхностью  $S_1$  (в общем объеме  $V$ ) за единицу времени, равно

$$\int \mathbf{J}_n \mathbf{n} d\sigma / q$$

$\mathbf{n}$  - единичный вектор внешней нормали к поверхности.

Число электронов, исчезающих из объема  $V_1$  вследствие рекомбинации за единицу времени, равно

$$\int_{V_1} R dV$$

В то же время изменение числа электронов в объеме  $V_1$  за единицу времени определяется величиной

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_1} n dV$$

# Фундаментальная система уравнений

Тогда уравнение баланса общего числа электронов (дырок) за единицу времени в объеме  $V_1$

$$-\int_{S_1} (\mathbf{J}_n \mathbf{n}) \frac{d\sigma}{q} - \int_{V_1} R dV = \int_{V_1} \frac{\partial n}{\partial t} dV.$$
$$-\int_{S_1} (\mathbf{J}_p \mathbf{n}) \frac{d\sigma}{q} - \int_{V_1} R dV = \int_{V_1} \frac{\partial p}{\partial t} dV.$$

Данные уравнения выражают законы сохранения числа электронов и дырок в объеме  $V_1$ , отрицательного и положительного зарядов, а также плотностей электронного и дырочного токов.

Используя формулу Остроградского - Гаусса, возможно преобразовать поверхностные интегралы в объемные:

$$\int_{V_1} \left( \operatorname{div} \mathbf{J}_n - qR - q \frac{\partial n}{\partial t} \right) dV = 0,$$

$$\int_{V_1} \left( \operatorname{div} \mathbf{J}_p + qR + q \frac{\partial p}{\partial t} \right) dV = 0.$$

Ввиду произвольности выбранного объема  $V_1$  следуют уравнения непрерывности.

# Фундаментальная система уравнений

## Кинетические уравнения переноса носителей заряда

В общем виде векторы плотностей электронного и дырочного токов определяются концентрацией и средней дрейфовой скоростью частиц:

$$\mathbf{J}_n = -qn\mathbf{v}_n, \quad \mathbf{J}_p = qp\mathbf{v}_p.$$

Главной проблемой описания кинетических явлений переноса носителей заряда в полупроводнике является выявление связи средних скоростей носителей с концентрацией и напряженностью электрического поля.

# Фундаментальная система уравнений

В качестве базовой «квазиклассической» модели переноса носителей заряда принимается модель, основанная на следующих допущениях:

- 1) свободные носители заряда в полупроводниковой структуре можно рассматривать как точечные частицы в фазовом пространстве координат и моментов. Квантовые эффекты учитываются косвенно в эффективной массе;
- 2) количество носителей заряда в структуре достаточно велико, поэтому правомочно использование аппарата статистического анализа;
- 3) носители заряда в структуре можно считать практически не взаимодействующими, т. е. функцию распределения нескольких частиц можно записать как произведение отдельных функций распределения.

# Фундаментальная система уравнений

## Кинетическое уравнение Больцмана

Для описания кинетических явлений в полупроводнике, обусловленных движением носителей заряда при наличии внешних и внутренних полей, градиента температур используют **кинетическое уравнение Больцмана**.

Поскольку полное число состояний в полупроводнике – величина постоянная, полная производная по времени от функций распределения частиц по состояниям  $f(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t)$  [в пространстве семи измерений: координат  $\mathbf{x}$  ( $x, y, z$ ), моментов  $\mathbf{k}$  ( $k_x, k_y, k_z$ ) и времени  $t$ ] равна нулю  $df/dt=0$ . Дифференцируя  $f(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t)$  по времени получено:

$$\frac{\partial f_{n,p}}{\partial t} + \text{grad}_{\mathbf{k}} f_{n,p} \frac{d\mathbf{k}_{n,p}}{dt} + \text{grad}_{\mathbf{x}} \frac{d\mathbf{x}_{n,p}}{dt} = 0.$$

Уравнение показывает, что изменение во времени функций распределения для электронов и дырок в каждой точке фазового пространства  $(\mathbf{x}, \mathbf{k})$  вызвано движением частиц в пространстве координат и моментов в результате действия внешних  $F_e$  и внутренних сил  $F_i$ .

# Фундаментальная система уравнений

Производная по времени вектора  $k_n$  связана с суммой внешних и внутренних сил в полупроводнике  $F_n = F_e + F_i$  соотношением:

$$\frac{dk_n}{dt} = \frac{F_n}{\hbar}$$

Функция распределения  $f_n$  определяется как вероятность согласно формуле расчёта концентраций  $n$  в полном объеме моментов  $V_k$ :

$$\frac{1}{4\pi^3} \int_{V_k} f_n(x, k, t) dk = V(x, t).$$

Изменение во времени функции распределения представляется в виде суммы двух членов - полевого и столкновений:

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{пол}} + \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{ст}}.$$

Для нахождения  $(df/dt)_{\text{ст}}$  используют статистические методы описания физических явлений

# Фундаментальная система уравнений

Столкновения приводят к переходу частиц из одного состояния в другие с вероятностью  $S_n(k, k')$ . Тогда с помощью члена  $S_n(k, k')dk'$ , означающего вероятность столкновений в объеме моментов  $dk'$ , можно записать интеграл члена столкновений

$$\text{grad}_k f_n \frac{F_l}{\hbar} = \int_{V_k} [(f_n(x, k, t)(1 - f_n(x, k', t)) S_n(k, k') - \\ - f_n(x, k', t)(1 - f_n(x, k, t)) S_n(k', k)] dk'$$

Первый член интеграла описывает уменьшение количества частиц в элементе объема  $dk'$  в результате прямых переходов из состояний  $k$  в состояние  $k'$ .

Второе слагаемое определяет увеличение количества частиц в  $dk'$  в результате обратных переходов из состояния  $k'$  в  $k$  с вероятностью  $S_n(k', k)$ .

Производная по времени вектора  $x_n$  представляет групповую скорость носителей заряда

$$\frac{dx_n}{dt} = v_n$$

# Фундаментальная система уравнений

Обобщенное кинетическое уравнение Больцмана

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_n}{\partial t} &= \frac{F_e}{\hbar} \text{grad}_k f_n + \mathbf{v}_n \text{grad}_x f_n = \\ &= - \int_{v'_k} [f_n(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t)(1 - f_n(\mathbf{x}, \mathbf{k}', t)) S_n(\mathbf{k}, \mathbf{k}') - \\ &\quad - f_n(\mathbf{x}, \mathbf{k}', t)(1 - f_n(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t)) S_n(\mathbf{k}', \mathbf{k})] dk'. \end{aligned}$$

В стационарном состоянии  $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$   $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ст}} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{пол}}$

изменения функции распределения, создаваемые внешними полями и движением частиц, компенсируются столкновениями частиц.

Система кинетических уравнений (для электронов и дырок) при имитационном розыгрыше вероятных (по Монте-Карло) сценариев столкновений является чрезвычайно сложной, ее эффективное использование невозможно без определенных упрощений, учитывающих явление **релаксации**.

Процессы столкновений приводят к восстановлению нарушаемого полями равновесного распределения электронов и дырок. Их действие можно описать **временем релаксации** импульса (инерции)  $\tau_p(\mathbf{k})$ , равным среднему времени существования неравновесного состояния после выключения полей, вызвавших это отклонение.

# Фундаментальная система уравнений

В предположении, что время релаксации не зависит от внешних полей и нет вырождения полупроводника, КУБ имеет вид

$$\frac{\partial f_n}{\partial t} + \frac{F_e}{\hbar} \text{grad}_k f_n + v_n \text{grad}_x f_n = -\frac{f_n - f_{n0}}{\tau_p}$$

С использованием математических преобразований и пренебрегая магнитными полями может быть получено дифференциальное уравнение для дрейфовой скорости и напряженности электрического поля

$$\frac{\partial}{\partial t} (n v_n) + \frac{q}{m_n^*} n E + \frac{1}{m_n^*} \text{grad} (n k T) = -\frac{n v_n}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (p v_p) - \frac{q}{m_p^*} p E + \frac{1}{m_p^*} \text{grad} (p k T) = -\frac{p v_p}{\tau_p}$$

где  $m_n^*$  — эффективная масса;  $T$  — температура решетки;  $v_n$  — дрейфовая скорость

Дополнительное уравнение (для конкретной зонной структуры полупроводника):

$$\frac{\partial E}{\partial t} + v \nabla E = q v E - \frac{1}{n} \nabla (n v k T) + \frac{E - E_0}{\tau_E}$$

Уравнение непрерывности  $\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla (n v) = \left( \frac{\partial n}{\partial t} \right)_{\text{ст}}$

# Фундаментальная система уравнений

Уравнения для дрейфовой скорости электрического поля может быть переписано с учетом  $\mu_n = q\tau_n/m_n^*$ ,  $\mu_p = q\tau_p/m_p^*$

$$\tau_n \frac{\partial \mathbf{J}_n}{\partial t} + \mathbf{J}_n = q\mu_n n \left[ \mathbf{E} + \frac{1}{n} \text{grad} \left( n \frac{kT}{q} \right) \right]$$

$$\tau_p \frac{\partial \mathbf{J}_p}{\partial t} + \mathbf{J}_p = q\mu_p p \left[ \mathbf{E} - \frac{1}{p} \text{grad} \left( p \frac{kT}{q} \right) \right]$$

Для малых значений  $\tau_p$  можно получить приближенные выражения векторов плотностей тока первого порядка:

$$\mathbf{J}_{n0} = q\mu_n n \left[ \mathbf{E} + \frac{1}{n} \text{grad} \left( n \frac{kT}{q} \right) \right]$$

$$\mathbf{J}_{p0} = q\mu_p p \left[ \mathbf{E} - \frac{1}{p} \text{grad} \left( p \frac{kT}{q} \right) \right]$$

$$\mathbf{J}_n = \mathbf{J}_{n0} + O(\tau_n), \quad \mathbf{J}_p = \mathbf{J}_{p0} + O(\tau_p)$$

# Фундаментальная система уравнений

В предположении постоянства температуры решетки и выполнения соотношений Эйнштейна:

$$D_n = \mu_n \frac{kT}{q} \qquad D_p = \mu_p \frac{kT}{q}$$

выражения для векторов плотностей тока записываются в виде суммы диффузионного и дрейфового членов, т. е. сводятся к каноническим выражениям.

$$J_n = qD_n \nabla n - qn\mu_n E_n$$

$$J_p = -qD_p \nabla p + qp\mu_p E_p$$

Таким образом, в рассматриваемом случае электронные и дырочные потоки оказываются функциями концентраций, температур, напряженностей электрического поля, градиентов концентраций и температур, при этом эффективные температуры полупроводника можно считать локальными функциями электрического поля. Система уравнений квазигидродинамической модели дополнительно упрощается и соответствует дрейфово-диффузионному приближению, наиболее распространенному в моделировании полупроводниковых приборов.

# Ограничения моделей

## Особенности физических явлений в субмикронных полупроводниковых структурах

При уменьшении линейных размеров полупроводниковых структур, а также снижения рабочих температур размеры неоднородностей электронно-дырочной плазмы (возникает при высокой концентрации электронов и дырок, которой можно достигнуть при помощи инжекции) в структурах становятся соизмеримыми с фундаментальными длинами, характеризующими физические свойства плазмы.

К таким фундаментальным длинам относятся:

Дебройлевская длина волны электронов (дырок)

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{mv_T}$$

Длина свободного пробега или длина релаксации импульса

$$\lambda_p = v_T \tau_p$$

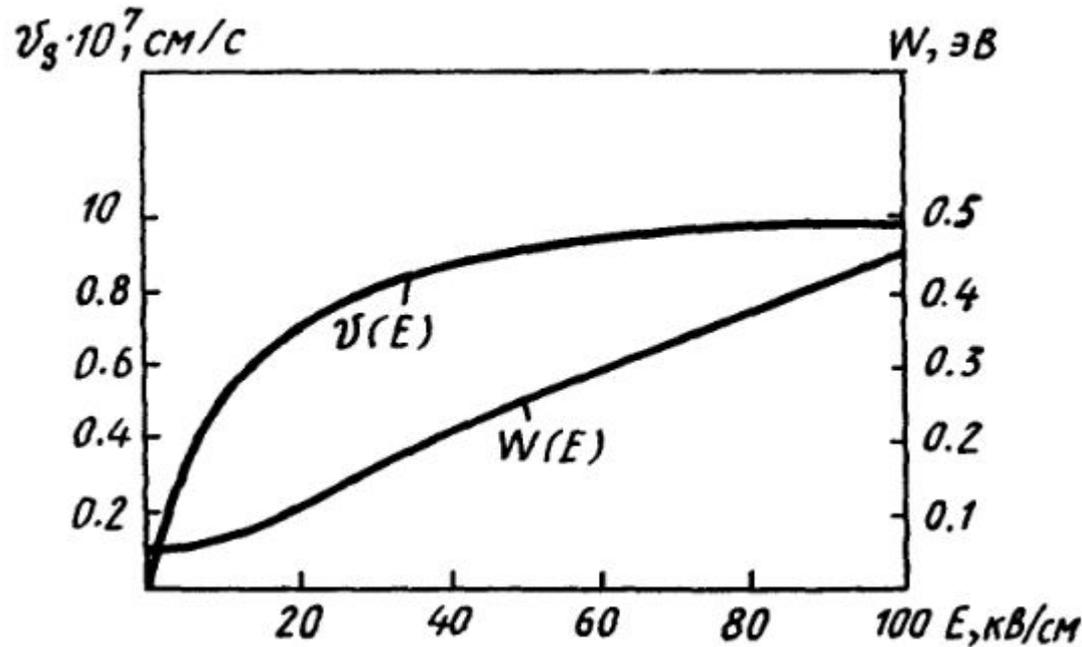
Длина релаксации энергии

$$\lambda_E = v_T \sqrt{\tau_p \tau_E},$$

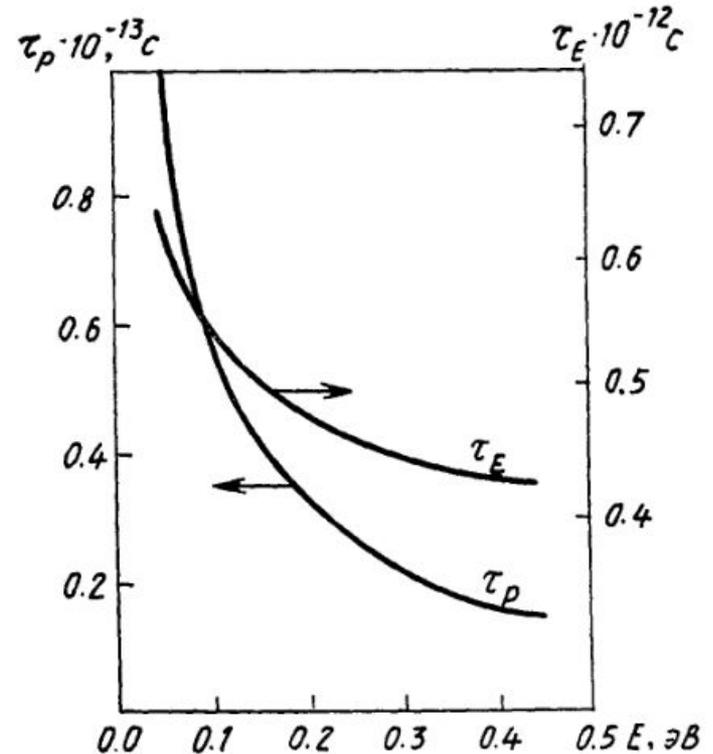
где  $m$ ,  $v_T$ ,  $\tau_p$ ,  $\tau_e$  — характерная эффективная масса, тепловая скорость, времена релаксации импульса и энергии электронов, соответственно.

# Ограничения моделей

Из экспериментальных зависимостей скорости и энергии от напряженности электрического поля (для кремния) определяются соответствующие зависимости времен релаксации  $\tau_p$  и  $\tau_e$  от энергии для которых в целом выполняются соотношения для характеристических длин.



Зависимость скорости дрейфа и средней энергии от напряженности электрического поля



Зависимость времени релаксации импульса и энергии от средней энергии носителей заряда в кремнии

# Ограничения моделей

В предположении квазиупругого рассеяния носителей заряда в полупроводнике считается справедливо соотношение:

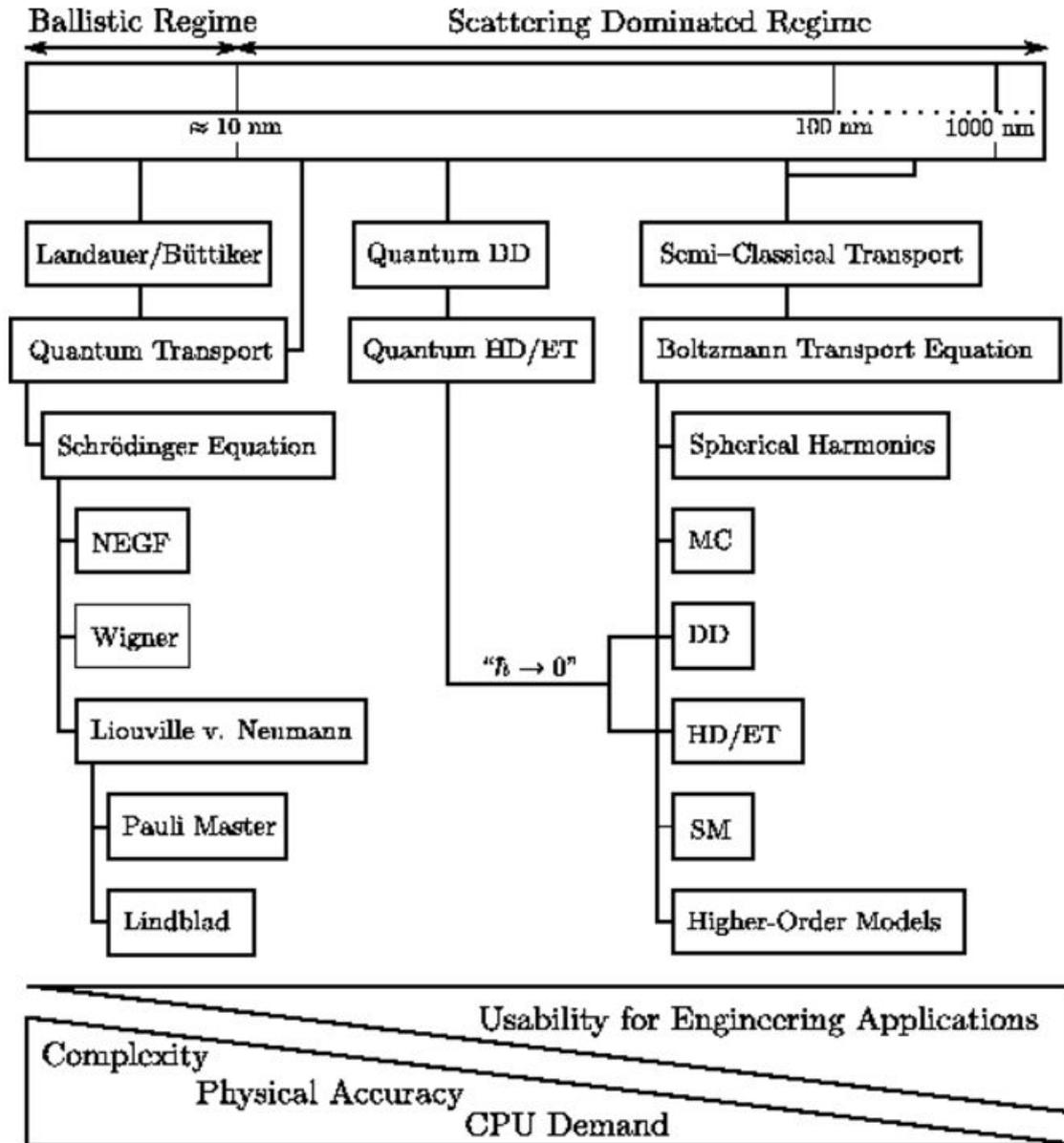
$$\lambda \ll \lambda_p \ll \lambda_E$$

Например, для азотных температур ( $T \approx 77$  К),  $m \approx 10^{-28}$  г, Дебройлевская длина волны  $\lambda \sim 0,1$  мкм.

При подвижных носителях, например в достаточно чистом GaAs,  $\mu = 2 \cdot 10^5$  см/(В·с) и для тех же азотных температур и эффективных масс  $\lambda_p = 0,5 \div 1$  мкм.

Если один из характерных размеров полупроводниковой структуры  $l \sim \lambda$ , то оказываются существенными квантовые эффекты, которые могут сильно влиять на электрические характеристики и параметры разрабатываемых полупроводниковых приборов.

# Ограничения моделей



# Основы моделирования

## Транспортные уравнения в TCAD

Выбор модели зависит от типа устройства и требуемой точности моделирования:

- дрейф-диффузионная модель  
(изотермическое моделирование, маломощные устройства с большими активными областями)
- термодинамическая модель  
(учитывает нагревание структуры за счет протекания токов; мощные устройства с большими активными областями, устройства с плохим теплоотводом)
- гидродинамическая модель  
(устройства с малыми размерами)
- модель Монте-Карло  
(наибольшая степень точности для устройств с малыми размерами)

# Дрейф-диффузионное приближение

Эффективные температуры полупроводниковой структуры считаются локальными функциями электрического поля для характерных размеров структуры  $l \gg \lambda$  при этом система квазигидродинамических уравнений переходит в уравнение диффузионно-дрейфового приближения.

Каждое из соотношений ФСУ несмотря на достаточную большую общность, универсальность и правомочность имеют ограничения в следствии современных тенденций:

- малые геометрические размеры;
- высокие уровни легирования областей;
- высокие и сверхвысокие плотности токов.

## **Основные ограничения:**

- при характерных временах изменения концентраций электронов и дырок, близких к временам максвелловской релаксации  $10^{-12} \dots 10^{-13}$  с, необходимо учитывать электромагнитный характер потенциала, что приводит к появлению дополнительных членов в уравнении Пуассона;
- величину  $E$  можно считать практически независимой от концентрации примесей при  $\max(C_A, C_D) \leq 10^{21} \text{ см}^{-3}$ ;
- феноменологические электрофизические параметры полупроводника вводят теоретически и измеряют экспериментально при постоянных концентрациях (максимальные ограничения градиента концентрации  $\text{grad}C < C/l_{\text{пр}}$ , где  $l_{\text{пр}}$  – длина свободного пробега носителей заряда).

# Дрейф-диффузионная модель

## Плотность тока носителей

$$\vec{J}_n = -nq\mu_n \nabla \Phi_n$$

$$\vec{J}_p = -pq\mu_p \nabla \Phi_p$$

$\mu_{n,p}$  – подвижность носителей заряда;

$\Phi_{n,p}$  – квази-потенциал Ферми.

Квази-уровень Ферми позволяет описать систему, находящуюся не в равновесии

$$n = n_0 + \delta n = n_i \exp\left(\frac{F_n - E_i}{kT}\right)$$

$$p = p_0 + \delta p = n_i \exp\left(\frac{E_i - F_p}{kT}\right)$$

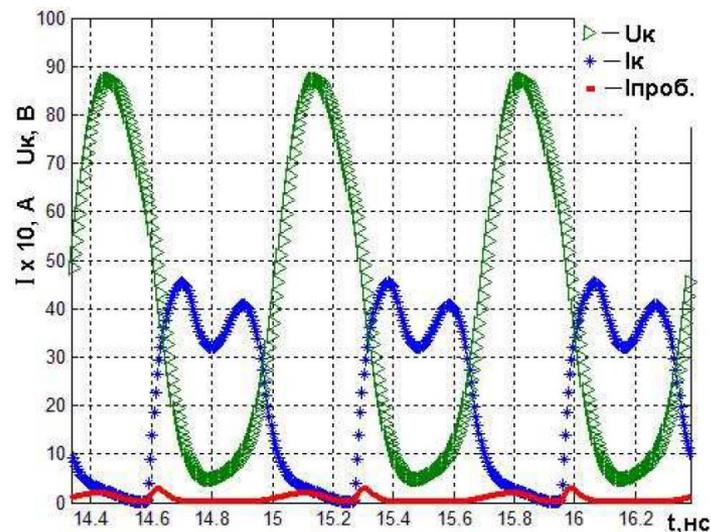
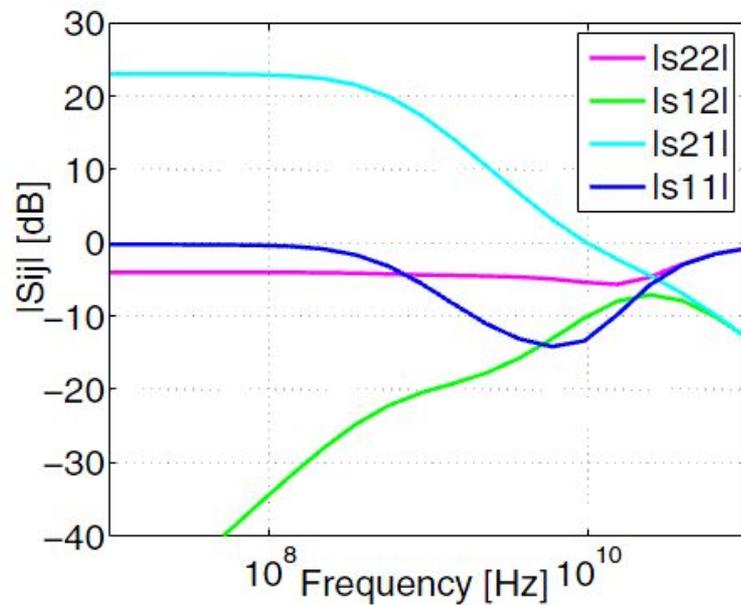
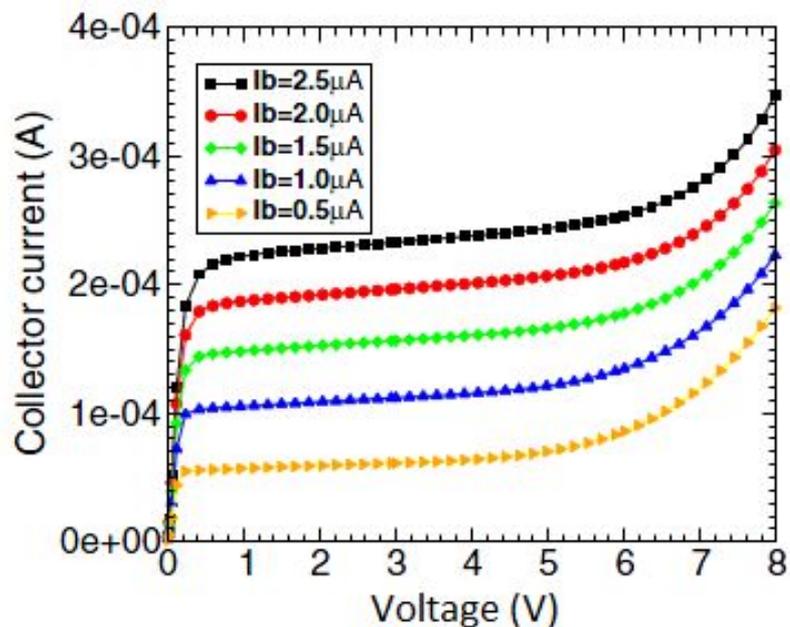
$\delta_{n,p}$  – избыточная плотность электронов/дырок;

$F_{n,p}$  – квази-энергия Ферми.

# Дрейф-диффузионная модель

## Характеристики:

- статические вольт-амперные характеристики;
- малосигнальный АС-анализ;
- анализ во временной области.



# Термодинамическая модель

Уравнения для плотности тока:

$$\vec{J}_n = -nq\mu_n(\nabla\Phi_n + P_n\nabla T)$$

$$\vec{J}_p = -pq\mu_p(\nabla\Phi_p + P_p\nabla T)$$

$P_{n,p}$  – термоэлектрическая мощность

Для определения распределения температуры используется уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}c_L T - \nabla \cdot \kappa \nabla T = & -\nabla \cdot [(P_n T + \Phi_n)\vec{J}_n + (P_p T + \Phi_p)\vec{J}_p] \\ & - \left(E_C + \frac{3}{2}kT\right) \nabla \cdot \vec{J}_n - \left(E_V - \frac{3}{2}kT\right) \nabla \cdot \vec{J}_p + qR_{\text{net}}(E_C - E_V + 3kT) \end{aligned}$$

$\kappa$  – теплопроводность;

$c_L$  – теплоемкость.

Эффект Пельтье

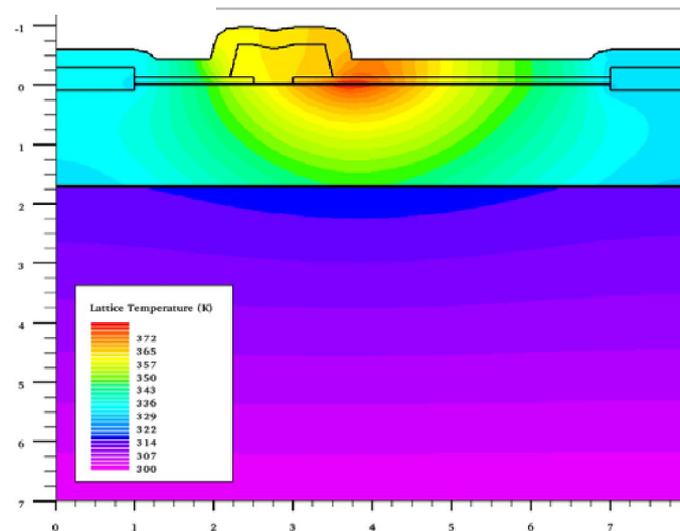
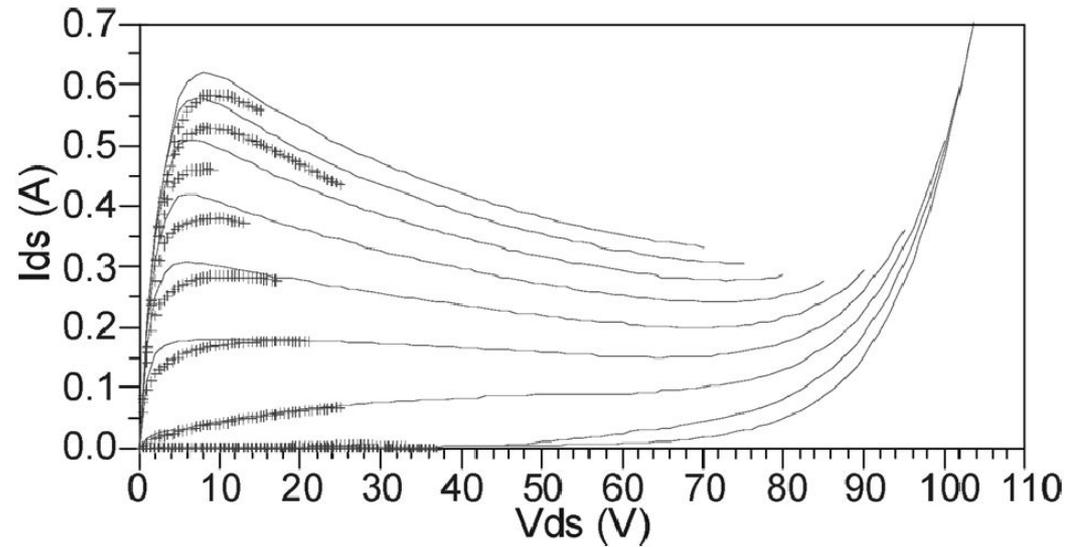
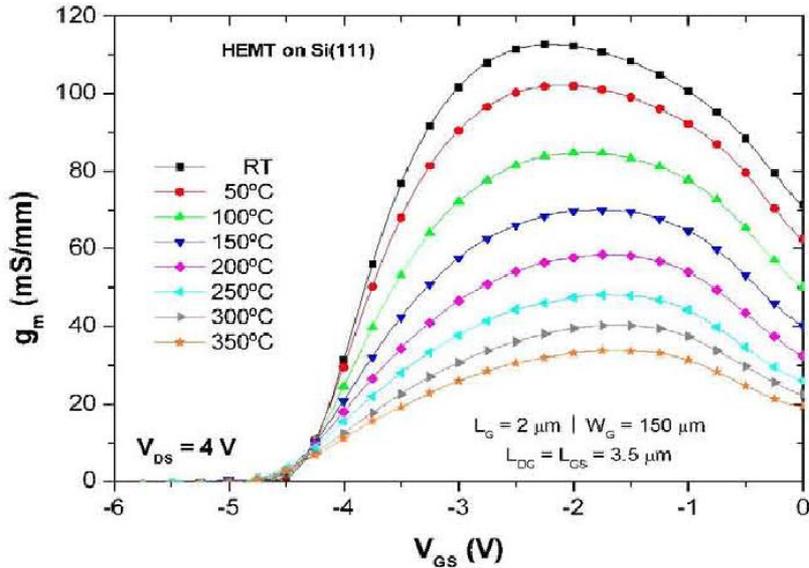
$$Q = J_n(\alpha_n \Delta E_n + (1 - \alpha_n) \Delta \varepsilon_n) \quad Q = J_p(\alpha_p \Delta E_p + (1 - \alpha_p) \Delta \varepsilon_p)$$

$Q$  – плотность тепла

# Термодинамическая модель

## Эффекты:

- моделирование в диапазоне температур;
- саморазогрев.



# Гидродинамическая модель

## Уравнения плотности тока

$$\vec{J}_n = q\mu_n \left( n \nabla E_C + kT_n \nabla n + f_n^{\text{td}} kn \nabla T_n - 1.5nkT_n \nabla \ln m_n \right)$$

$$\vec{J}_p = q\mu_p \left( p \nabla E_V - kT_p \nabla p - f_p^{\text{td}} kp \nabla T_p - 1.5pkT_p \nabla \ln m_p \right)$$

## Уравнения энергетического баланса

$$\frac{\partial W_n}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S}_n = \vec{J}_n \cdot \nabla E_C + \left. \frac{dW_n}{dt} \right|_{\text{coll}}$$

$$\frac{\partial W_p}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S}_p = \vec{J}_p \cdot \nabla E_V + \left. \frac{dW_p}{dt} \right|_{\text{coll}}$$

$$\frac{\partial W_L}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{S}_L = \left. \frac{dW_L}{dt} \right|_{\text{coll}}$$

## Поток энергии:

$$\vec{S}_n = -\frac{5r_n}{2} \left( \frac{kT_n}{q} \vec{J}_n + f_n^{\text{hf}} \hat{\kappa}_n \nabla T_n \right)$$

$$\vec{S}_p = -\frac{5r_p}{2} \left( \frac{-kT_p}{q} \vec{J}_p + f_p^{\text{hf}} \hat{\kappa}_p \nabla T_p \right)$$

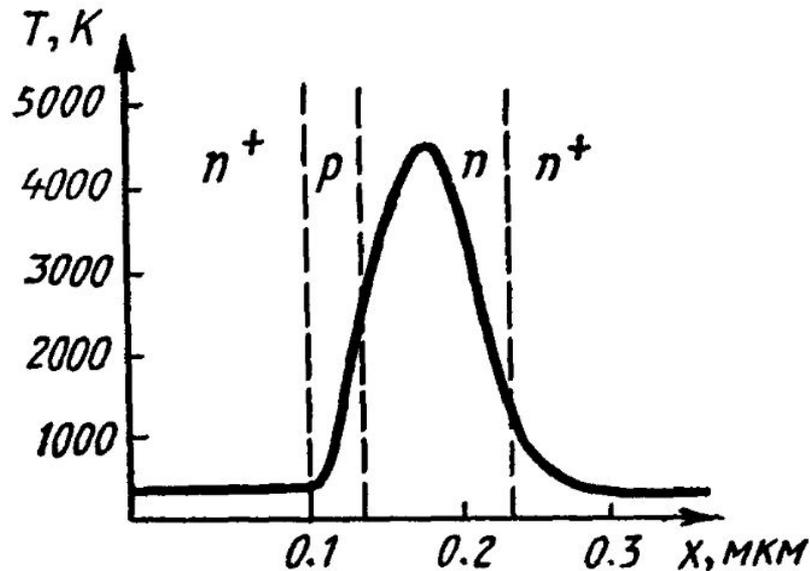
$$\vec{S}_L = -\kappa_L \nabla T_L \quad \hat{\kappa}_n = \frac{k^2}{q} n \mu_n T_n$$

$$\hat{\kappa}_p = \frac{k^2}{q} p \mu_p T_p$$

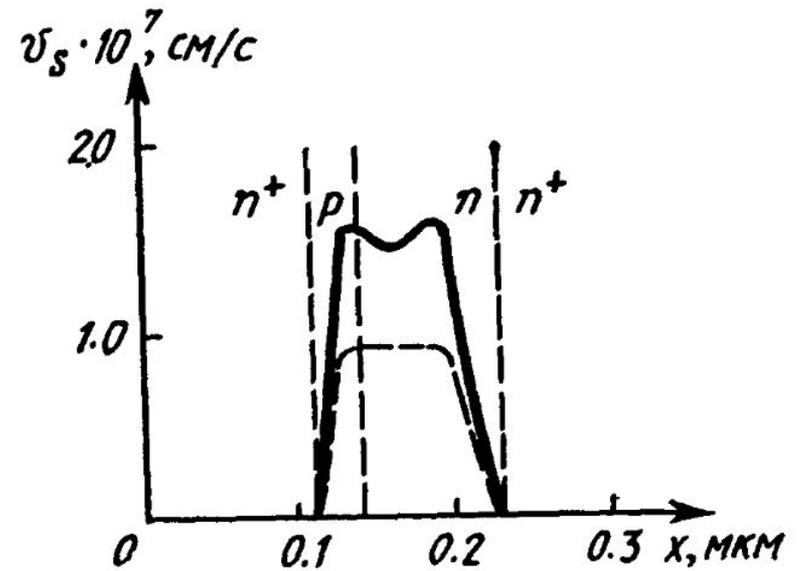
# Гидродинамическая модель

## Эффекты:

- разогрев электронно-дырочной плазмы;
- превышение скорости носителей заряда над скоростью насыщения в областях сильного изменения электрического поля (эффекты «горячих» электронов);
- отрицательная дифференциальная проводимость

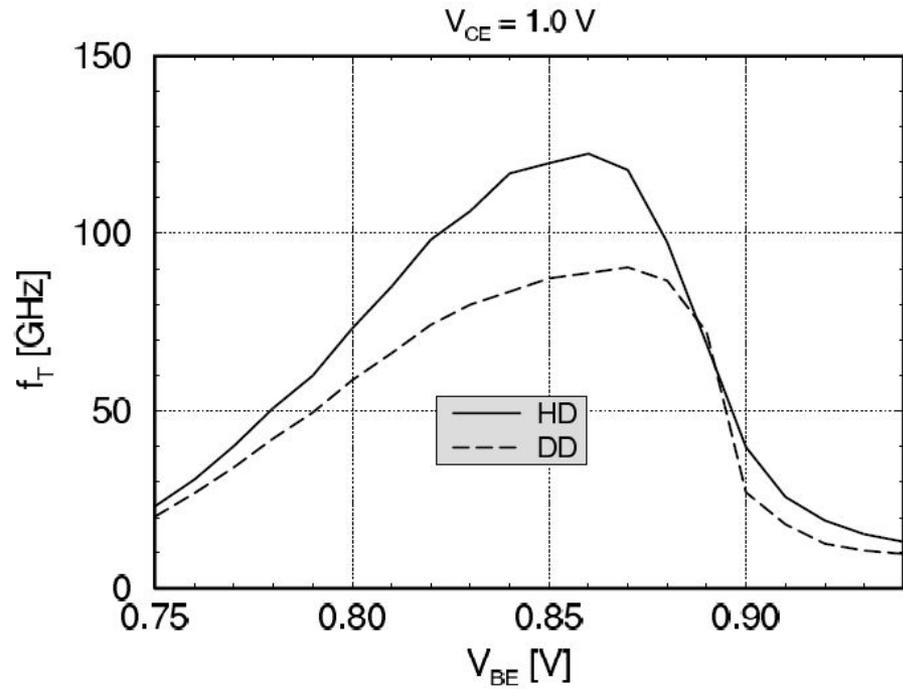


Зависимость температуры БТ от координаты

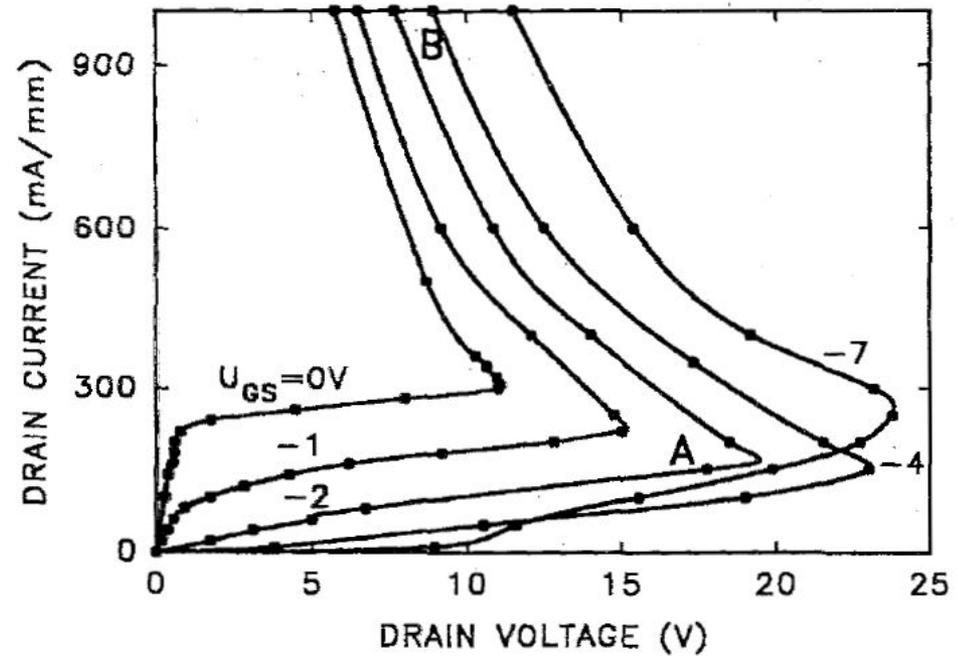


Зависимость дрейфовой скорости электронов БТ от координаты с учетом и без учета (пунктир) разогрева носителей заряда

# Гидродинамическая модель



Зависимость частоты от напряжения база-эмиттер



Выходная ВАХ полевого транзистора

# Модель Монте-Карло

Уравнение Больцмана описывает эволюцию во времени ( $t$ ) функции распределения плотности  $f(\mathbf{x}, \mathbf{k}, t)$  в одночастичном фазовом пространстве/

## Кинетическое уравнение Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\mathbf{p}}{m} + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} \cdot \mathbf{F} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}}$$

Выражение, составляющее правую часть кинетического уравнения Больцмана - интеграл столкновений, определяющий скорость изменения функции плотности распределения частиц вследствие столкновений между ними:

# Модель Монте-Карло

Зависимости скорости и концентрации электронов от координаты тонкослойного БТ, рассчитанные с помощью диффузионно-дрейфовой модели и метода Монте-Карло (пунктир)

# Модель Монте-Карло

Сопоставление зависимостей граничной частоты для SiGe транзистора при использовании модели Монте-Карло и гидродинамической модели

Недостаток метода – высокие требования к вычислительным мощностям.