Презентация на тему:

"Равносильность уравнений системам"

Подготовили
Ученицы 11 «а» класса
МОУ-СОШ р.п. Пушкино
Рябина Ксения и Пугаченко Юлия
Преподаватель:
Исингалиева М. К.

ЦИТАТА:

« «Уравнения» «думают» за нас. Это не просто фигуральное выражение, в нем содержится глубокая и важная истина: математические символы и правила преобразований не только сокращают и упрощают записи - они берут на себя значительную часть умственной деятельности человека». (М.М. Швец)

Решение уравнений с помощью систем

1. **Для любого четного числа 2m (m € Z) уравнение $\sqrt[2m]{f(x)} = g(x)$ равносильно системе**

$$\begin{cases} f(x) = (g(x))^{2m} \\ g(x) \geq 0. \end{cases}$$

Пример: $10 - 14\sin x = 2\cos x$

$$\begin{cases} 10 - 14\sin x = 4\cos^2 x \\ \cos x \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (\sin x - 3)(\sin x - \tfrac{1}{2}) = 0 \\ \cos x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = \tfrac{1}{2} \\ \cos x \geq 0. \end{cases} \qquad x_n = \square/6 + 2\square n,\ n € Z.$$

- 2. Для любого четного числа $2n$, $n \in Z$.

$$\sqrt[2n]{f(x)} = \sqrt[2n]{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq 0, \\ g(x) \geq 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases}$$

- Пример. (МИРЭА)

$$\sqrt[4]{2x^2 - 1} = \sqrt[4]{6x - 3}.$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 1 = 6x - 3 \\ 6x - 3 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x^2 - 3x + 1 = 0 \\ x \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Решением системы уравнений является число

$$\frac{3 + \sqrt{5}}{2}.$$

- 3. Пусть число a таково, что a > 0, $a \neq 1$. Тогда уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ равносильно системе

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0. \end{cases}$$

Пример. $\lg \cos 2x = \lg \sin x$.

$$\begin{cases} \cos 2x = \sin x \\ \sin x > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} (1 + \sin x)(\sin x - \tfrac{1}{2}) = 0 \\ \sin x > 0. \end{cases}$$

$\sin x = \frac{1}{2}$,

x_n = □/6 + 2□n, n € Z,

x_m = 5□/6 + 2□n, m € Z.

- 4. Уравнение $f(x) + g(x) - g(x) = 0$ равносильно системе

$$\begin{cases} f(x) = 0 \\ x \in D. \end{cases}$$

Пример. $4x^2 - 8x + \lg \sin x = 1 + \lg \sin x.$

$$\begin{cases} 4x^2 - 8x - 1 = 0 \\ \sin x > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_1 = \dfrac{2 + \sqrt{5}}{2}, \; x_2 \notin D \\ x \in (2\pi n;\ \pi + 2\pi n),\ n \in Z. \end{cases}$$

Ответ: $x = \dfrac{2 + \sqrt{5}}{2}$.

- 5. Каждое решение уравнения $f(x) \cdot g(x) = 0$ является решением, по крайней мере, одного из уравнений: $f(x) = 0$ или $g(x) = 0$. Распадающееся уравнение.

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} f_1(x) = 0 \\ x \in D(f_2) \end{cases} \\ \begin{cases} f_2(x) = 0 \\ x \in D(f_1), \end{cases} \end{array}\right.$$

Где $D(f_1)$ – область существования функции $f_1(x)$, а $D(f_2)$ – область существования функции $f_2(x)$.

Пример.

$$\lg x \cdot \sqrt{\sin x} = 0.$$

$$\begin{cases} \lg x = 0 \\ \sin x \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 1 \\ x € (2□n;\ □+2\ □\ n),\ n € Z. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ x > 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_m = □m,\ m € N \\ x > 0. \end{cases}$$

Ответ: $1; □m,\ m € N.$

- 6. Уравнение $\dfrac{f(x)}{g(x)} = 0$ равносильно системе

$$\begin{cases} f(x) = 0 \\ g(x) \neq 0. \end{cases}$$

Пример:

$$\frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{x - 2}} = 0.$$

$$\begin{cases} (x - 1)(x - 3) = 0 \\ x - 2 > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 = 1, \notin D \\ x_2 = 3 \end{array} \right. \\ x > 2. \end{cases}$$

Ответ: 3.

Распадающееся уравнение

$$(\sin x + \cos x - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{-x^2 - 11x - 30} = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin x + \cos x = \sqrt{2} \\ x^2 + 11x + 30 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 + 11x + 30 = 0 \\ x \text{ € } R \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \sin 2x = 1 \\ (x + 5)(x + 6) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_1 = -5 \\ x_2 = -6 \end{array}\right. \\ x \text{ € } R \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_n = \square/4 + \square n,\ n \text{ € } Z, \text{ при } n = -2 \\ x \text{ € } [-6; -5] \end{cases} \\ \left[\begin{array}{l} x = -5 \\ x = -6. \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Ответ: $-6;\ -7\square/4;\ -5.$