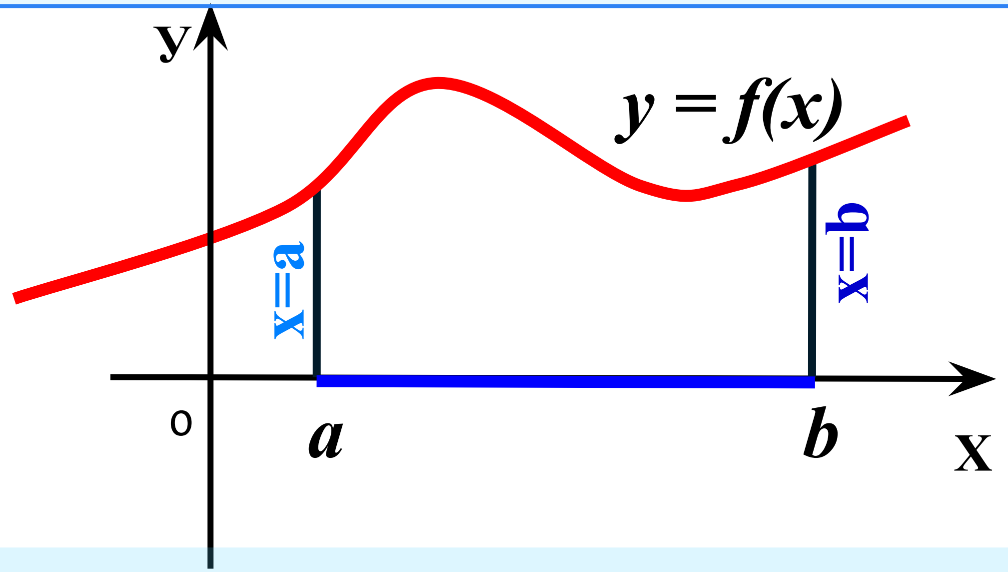
Площадь криволинейной трапеции и интеграл.

Криволинейная трапеция

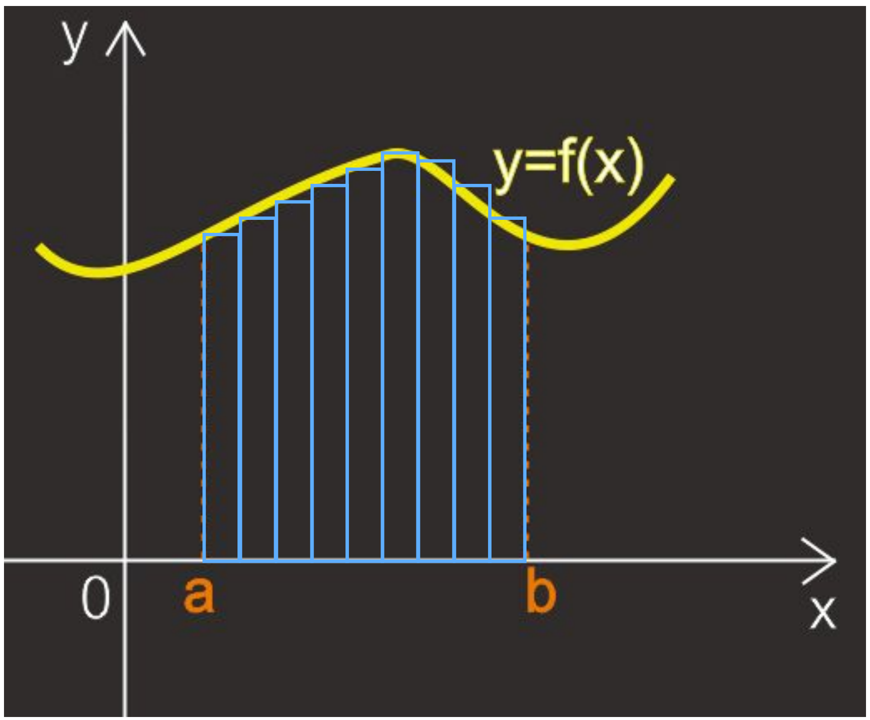
Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке [a;b] знака функции f(x), прямыми x=a, x=b и отрезком [a;b].



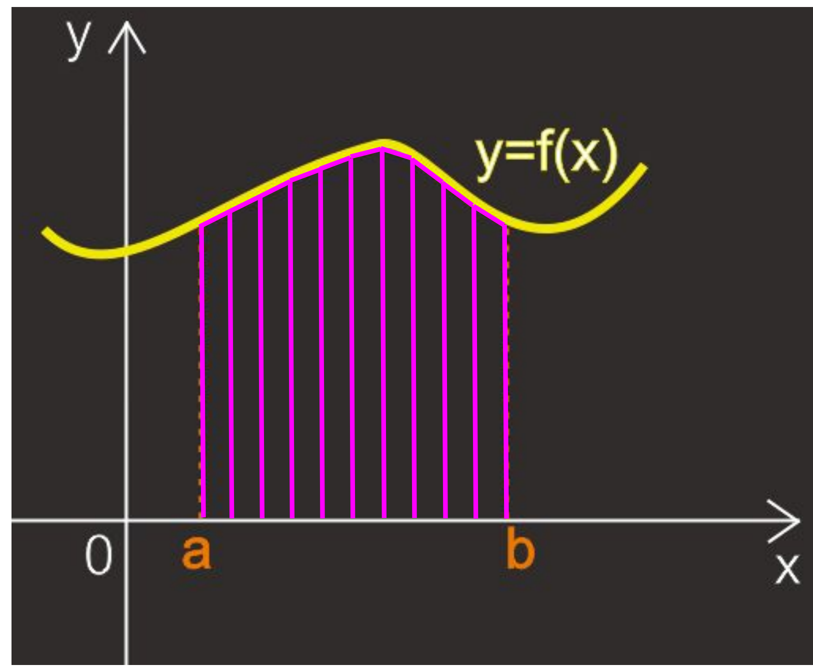
Отрезок **[a;b]** называют ***основанием*** этой криволинейной трапеции

Способы вычисления площади криволинейной трапеции

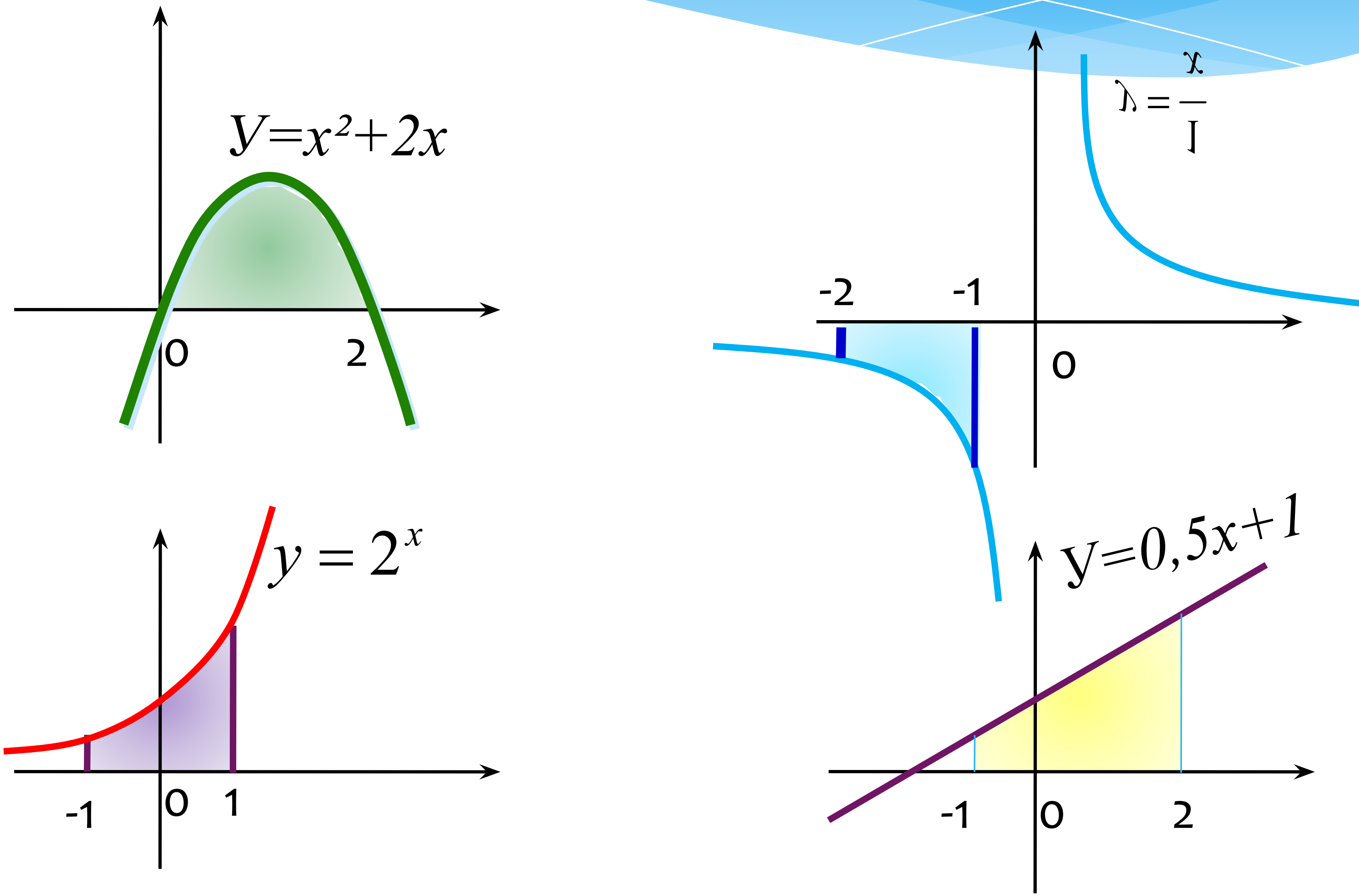
Метод прямоугольников



Метод трапеций



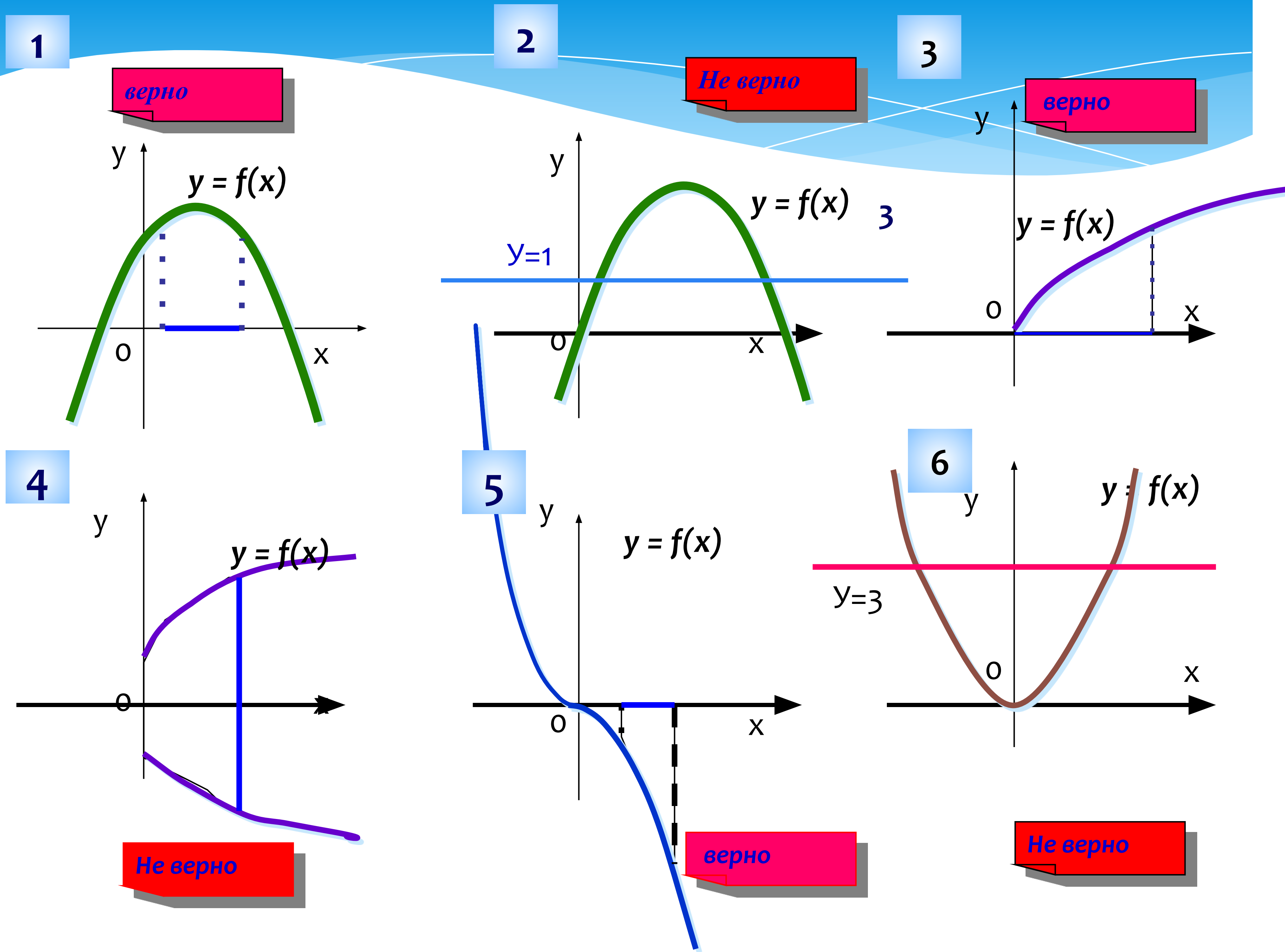
Криволинейная трапеция



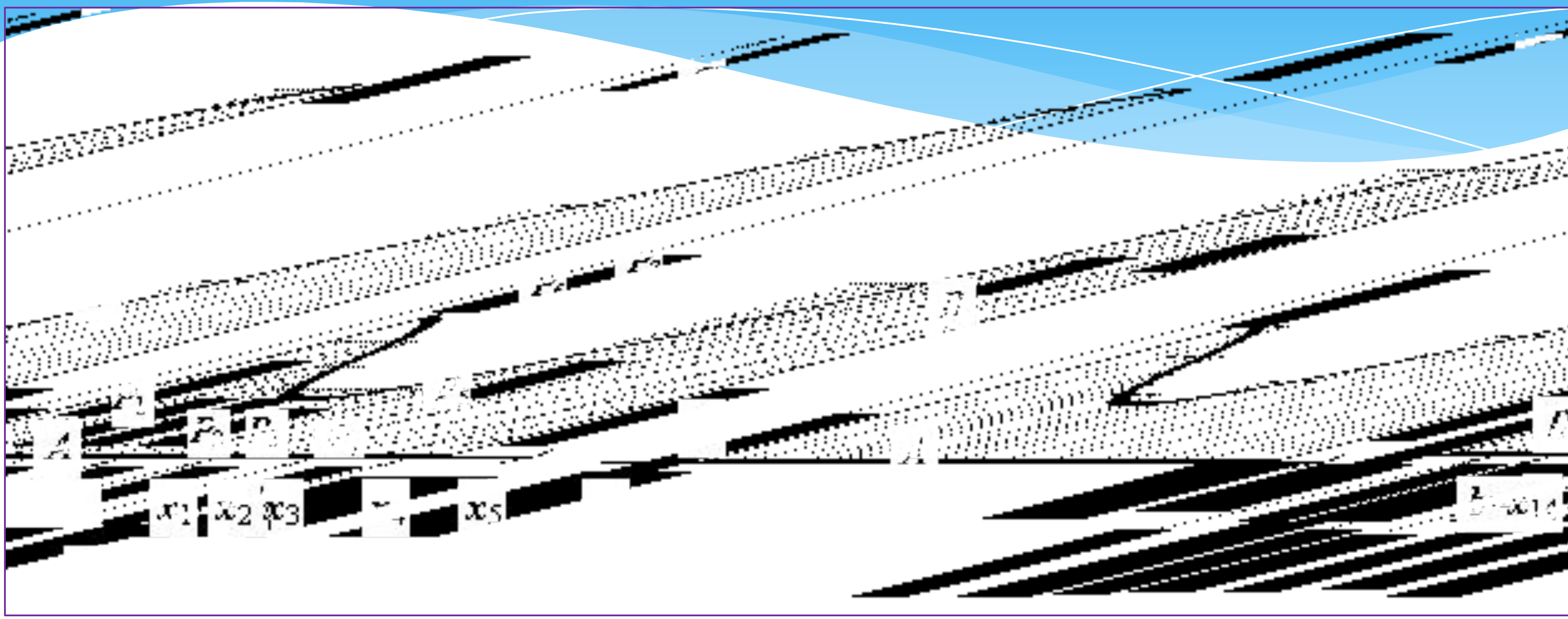
Какие из заштрихованных на рисунке фигур являются криволинейными трапециями, а какие нет?

Заполнить таблицу

№1	Да/нет
№2	
№3	
№4	
№5	
№6	

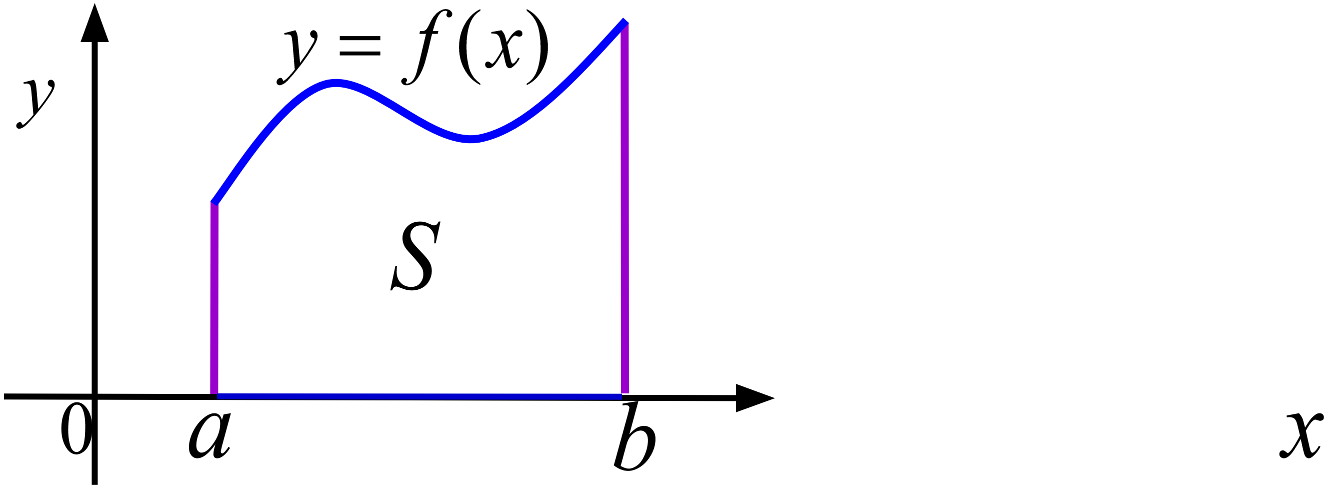

1
верно
y
y = f(x)
o
x
2
Не верно
y
y = f(x)
3
y=1
o
x
3
верно
y
y = f(x)
o
x
4
y
y = f(x)
o
Не верно
5
y
y = f(x)
o
x
верно
6
y
y = f(x)
y=3
o
x
Не верно

Площадь криволинейной трапеции



Теорема. Любая функция f(x), непрерывная на отрезке [a;b] и имеющая на нем конечное количество экстремумов, имеет на этом отрезке первообразную.

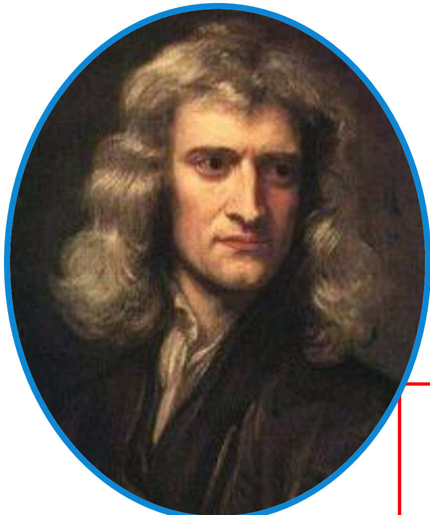
Площадь криволинейной трапеции.



$$S = F(b) - F(a)$$

где ***F(x)*** – любая первообразная функции ***f(x)***.

Формула Ньютона-Лейбница



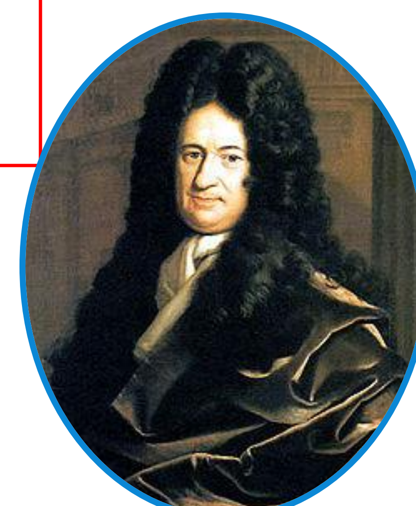
1643—1727

$$S = \boxed{F(b) - F(a)}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \boxed{F(b) - F(a)}$$

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)}$$

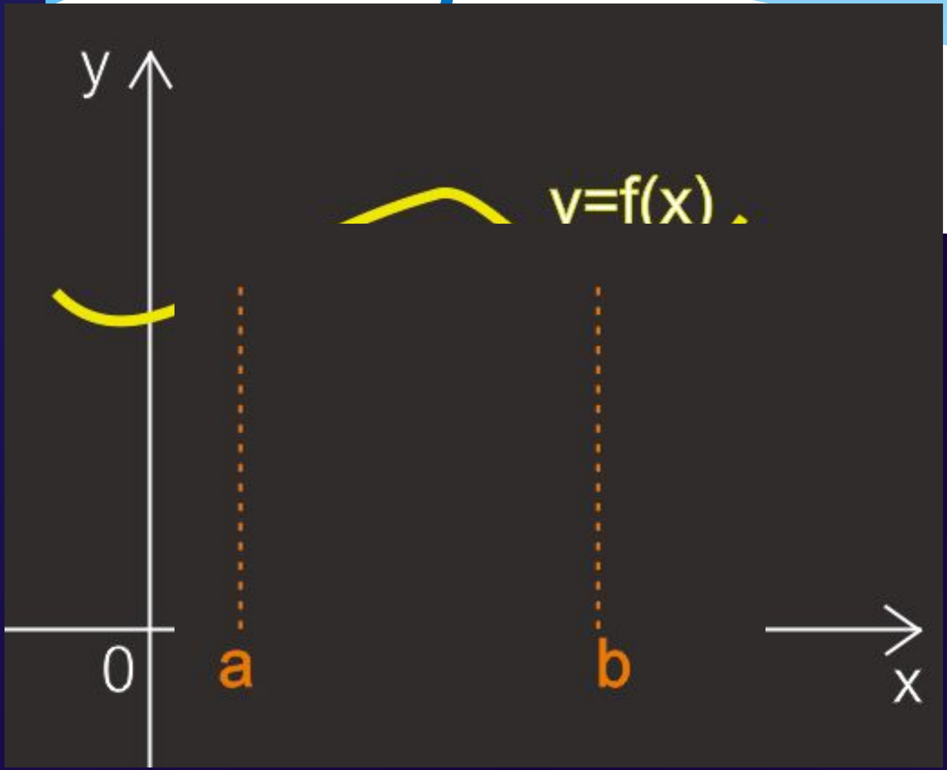
$$S = \int_a^b f(x)dx$$



1646—1716

Формула Ньютона-Лейбница

Алгоритм вычисления площади криволинейной трапеции:

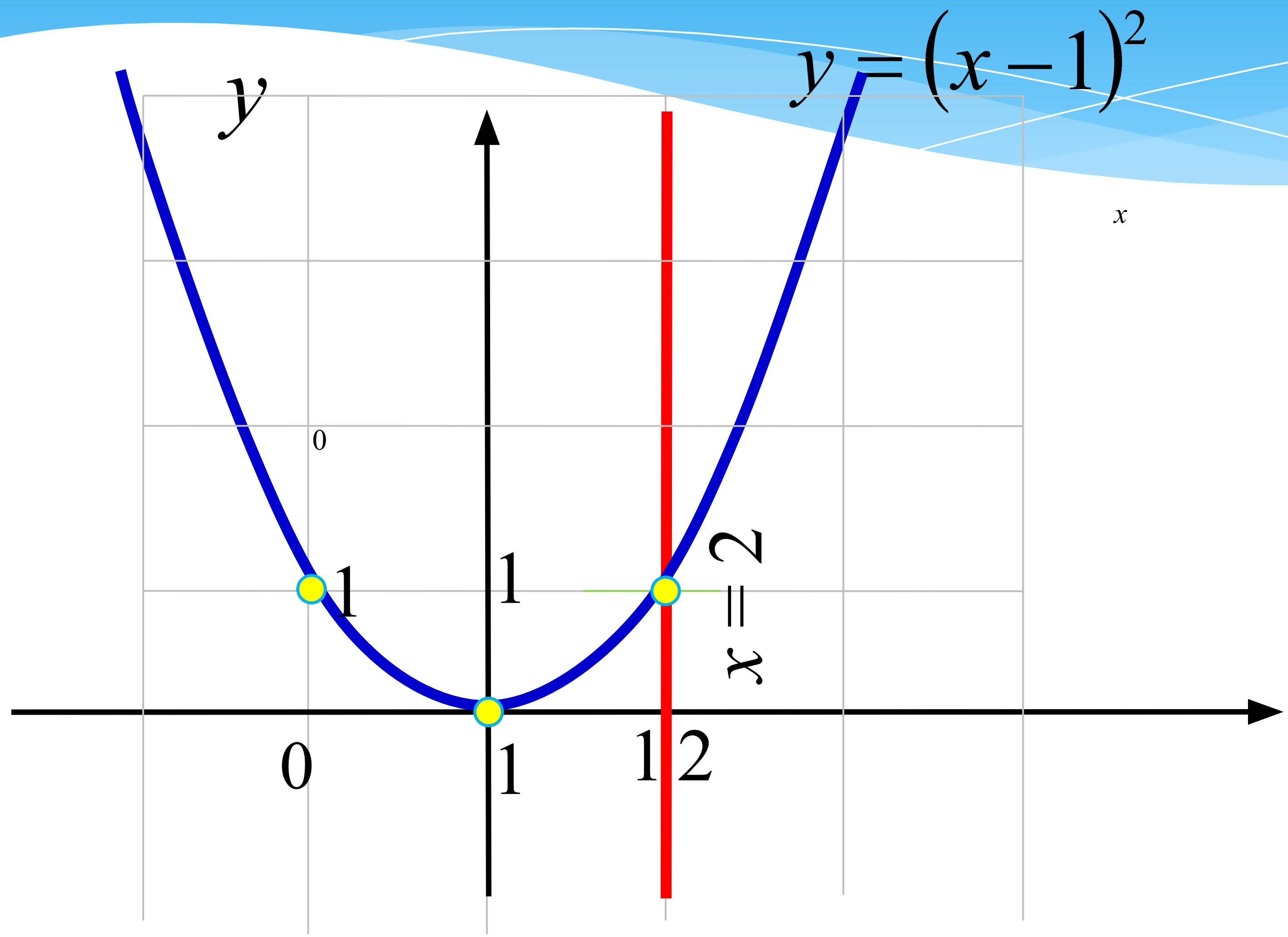


1. Схематично изобразить график функции *f(x)*.
2. Провести прямые *x=a* и *x=b*.
3. Записать одну из первообразных *F(x)* функции *f(x)*.
4. Составить и вычислить разность *F(b) – F(a)*.

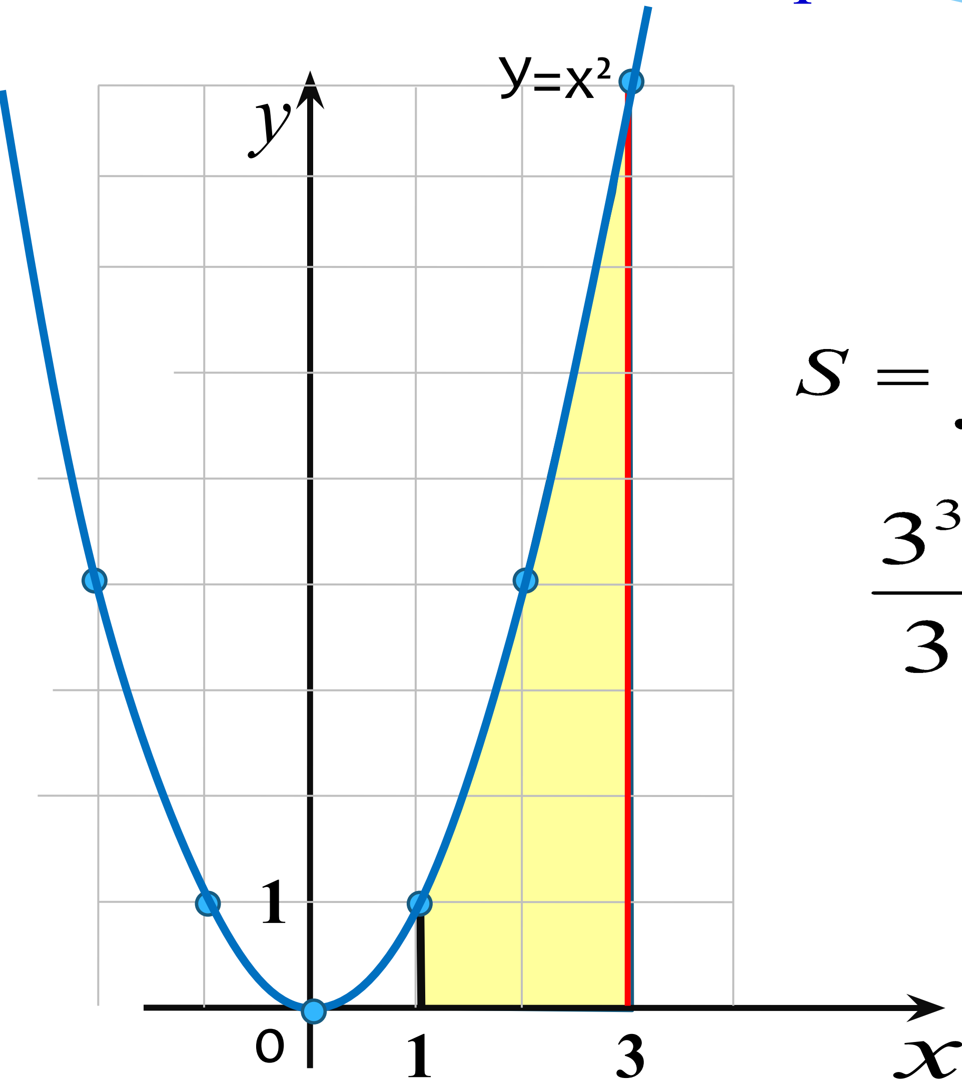
F(x)=… …

S=F(b) – F(a)=… …

Изобразить криволинейную трапецию, ограниченную графиком функции ***$y = (x-1)^2$***, осью ***Ox*** и прямой ***$x=2$***.



Найти площадь криволинейной трапеции, изображенной на рисунке

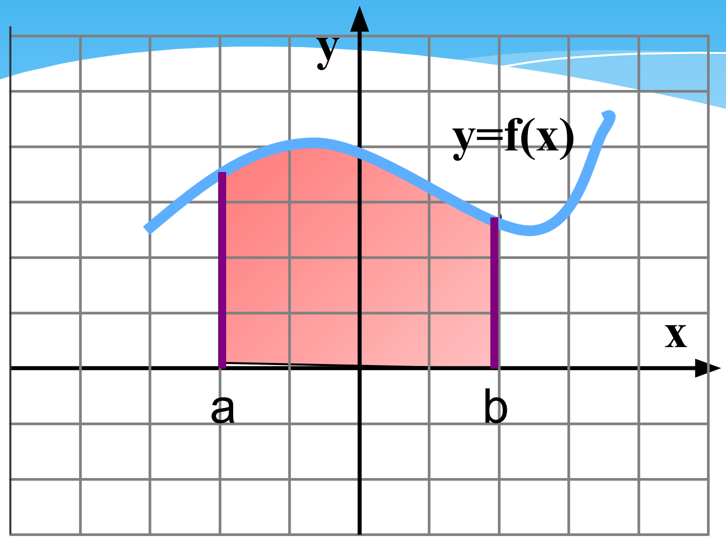


$$S = \int_a^b f(x)dx$$

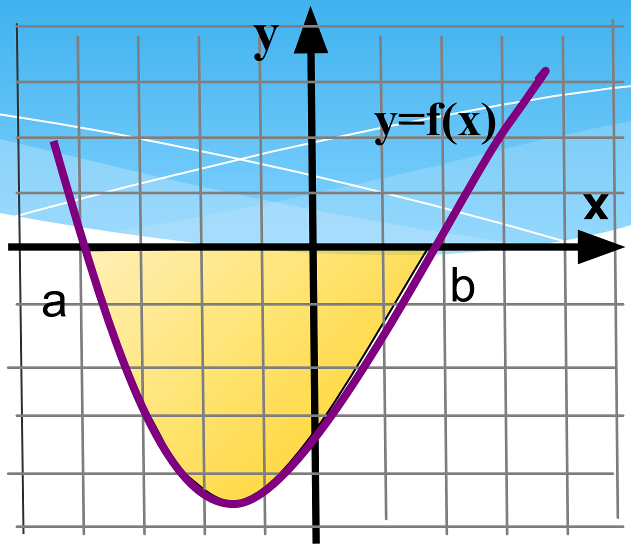
$$S = \int_1^3 x^2 dx = F(3) - F(1) =$$

$$\frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 8\frac{2}{3}(кв.ед)$$

Формулы вычисления площади с помощью интеграла

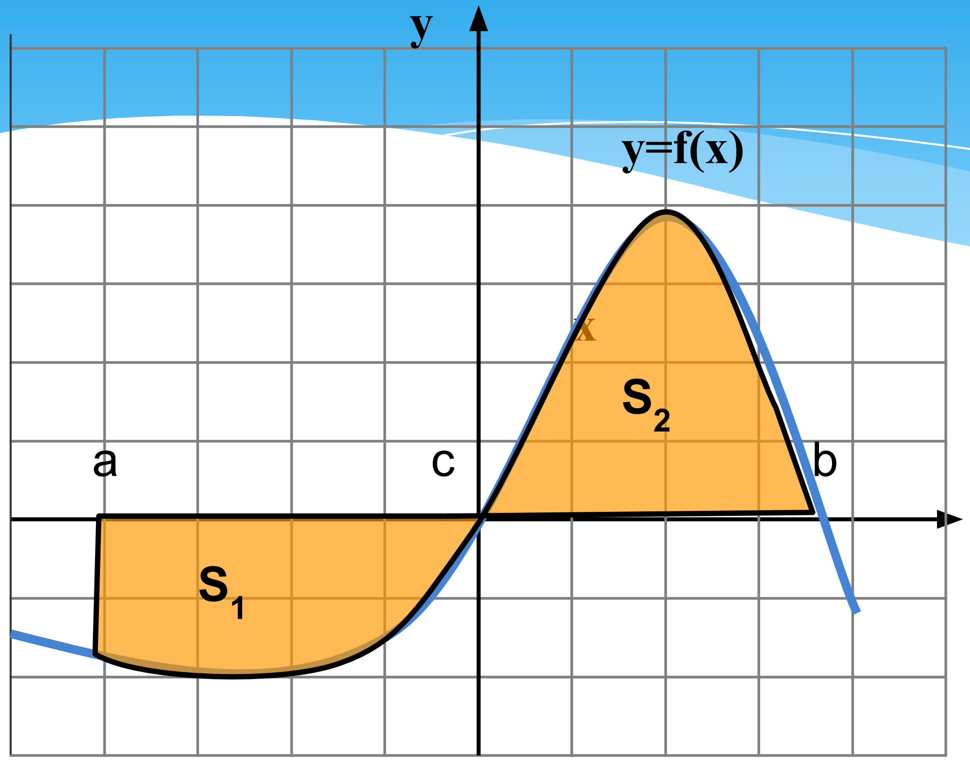


$$S = \int_a^b f(x)dx$$



$$S = -\int_a^b f(x)dx$$

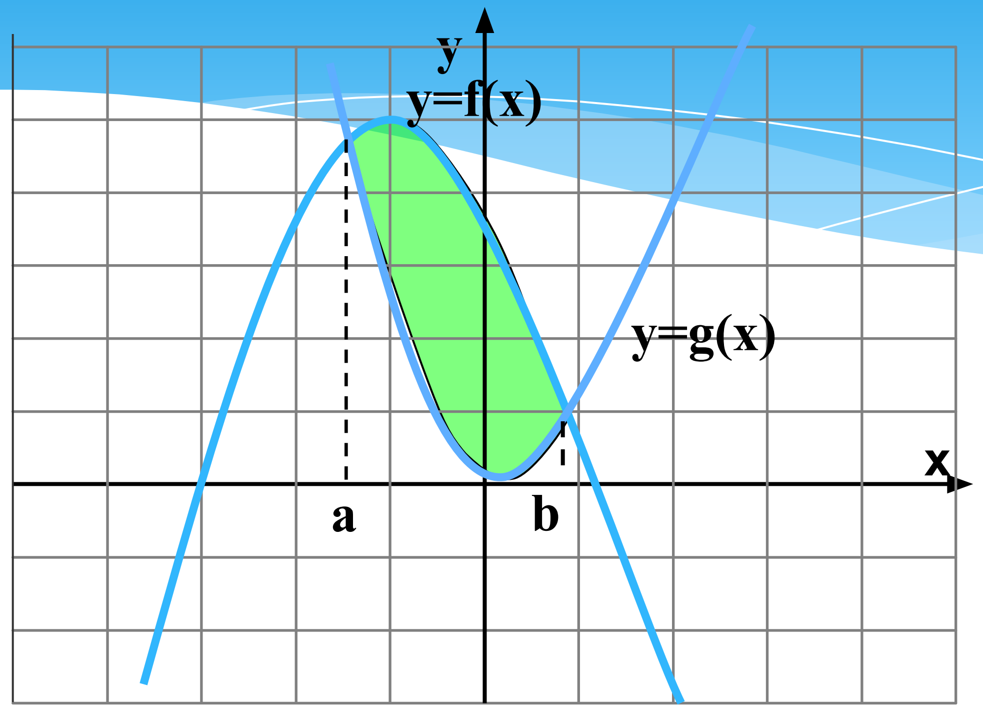
Формулы вычисления площади с помощью интеграла



$$S = S_1 + S_2$$

$$S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

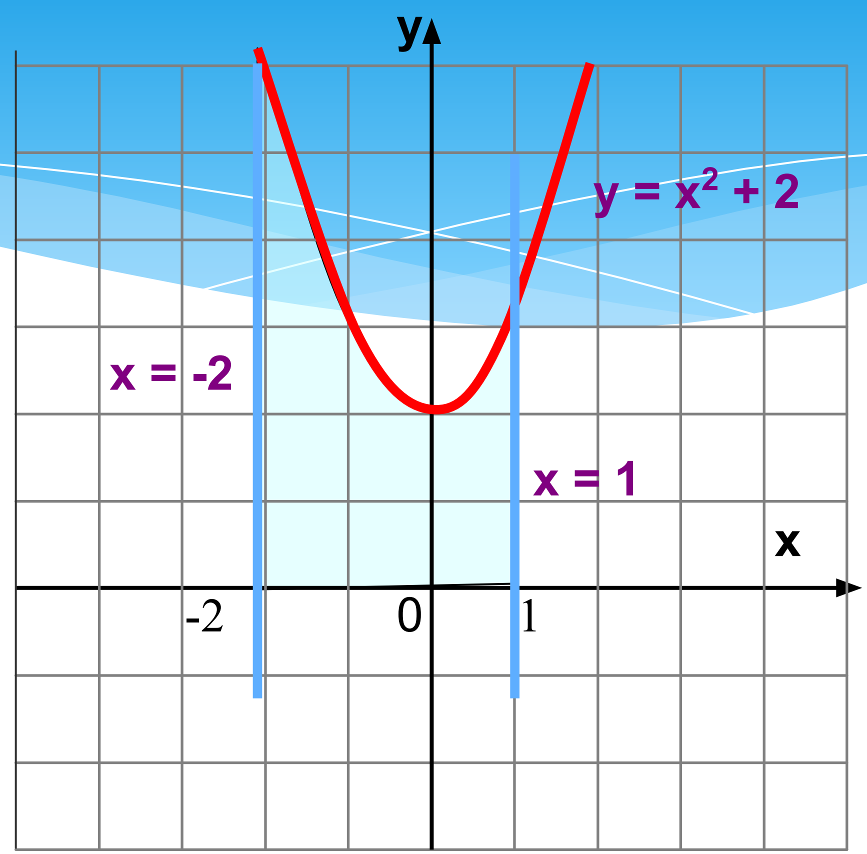
Формулы вычисления площади с помощью интеграла



$$S=\int_{c}^{b}(f(x)-g(x))dx$$

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = x^2 + 2,\ x = 1,\ x = -2$



$$S = \int_{-2}^{1} (x^2 + 2)dx$$

$$S = \left(\frac{x^3}{3} + 2x\right)\Big|_{-2}^{1}$$

$$S = \frac{1}{3} + 2 - \left(-\frac{8}{3} - 4\right)$$

$S = 9$ ед.кв

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

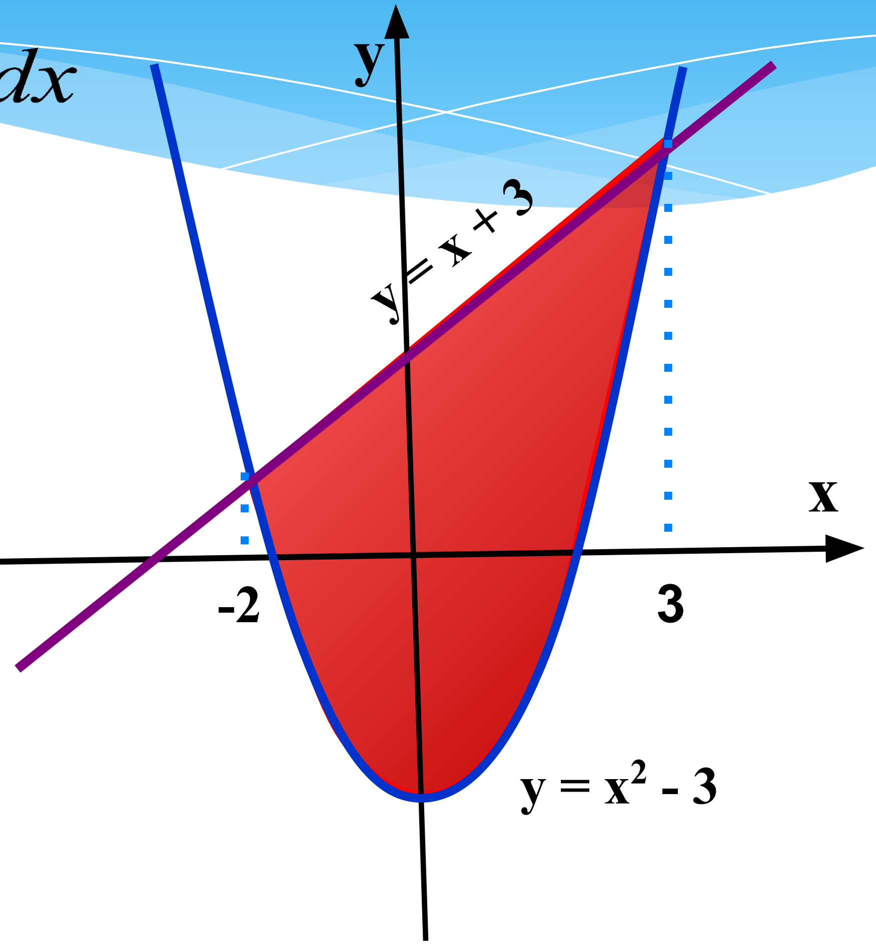
$y = x - 3, \; y = x^2 - 3$

$$S = \int_{-2}^{3} (x + 3 - (x^2 - 3))dx$$

$$S = \int_{-2}^{3} (x - x^2 + 6))dx$$

$$S = (\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 6x)\Big|_{-2}^{3}$$

$$S = 11\frac{5}{6}$$



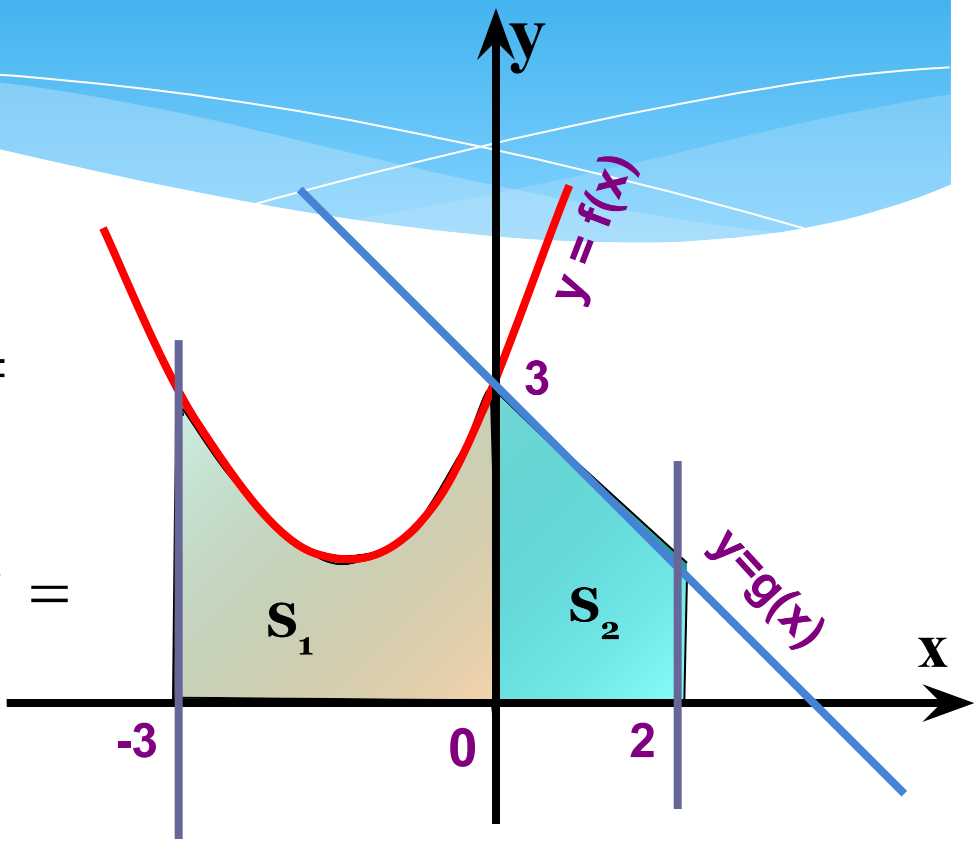
Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

g(x) = 3 – x, f(x) = 0,5x² + 2x + 3, x = -3, x = 2, y = 0

$$S_ф = S_1 + S_2$$

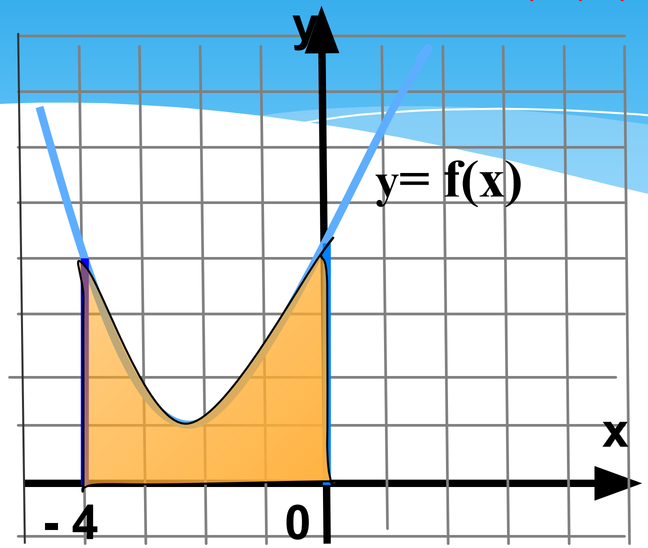
$$S_1 = \int_{-3}^{0} (0,5x^2 + 2x + 3)dx =$$

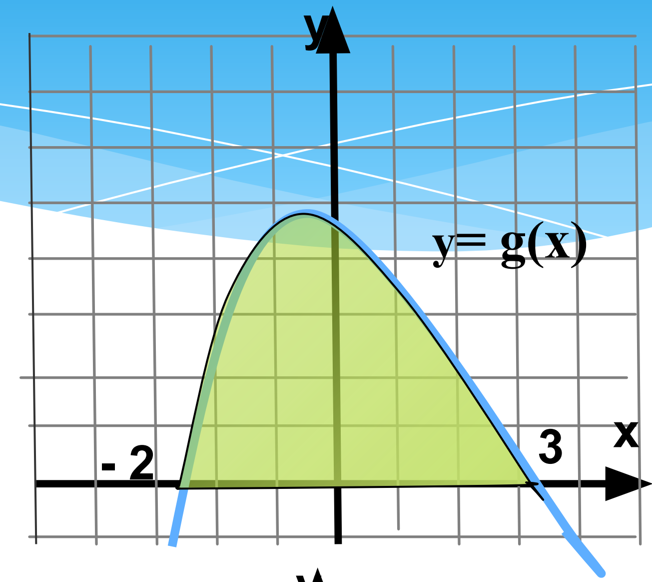
$$S_2 = \int_{0}^{2} (3 - x)dx = (3x - \frac{x^2}{2})\Big|_0^2 =$$

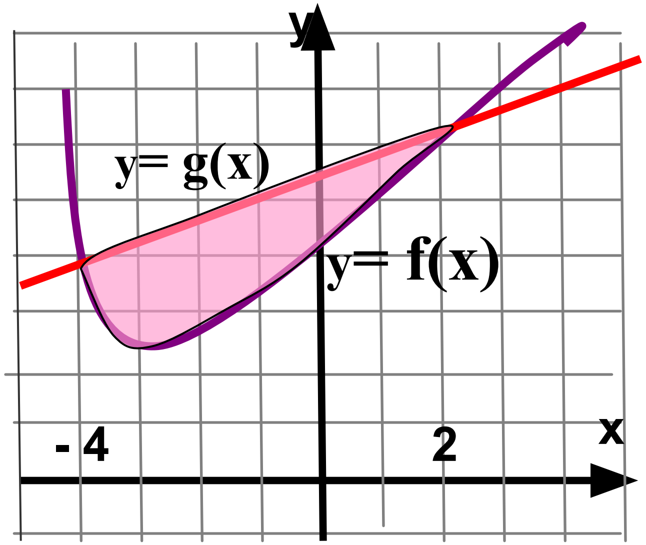


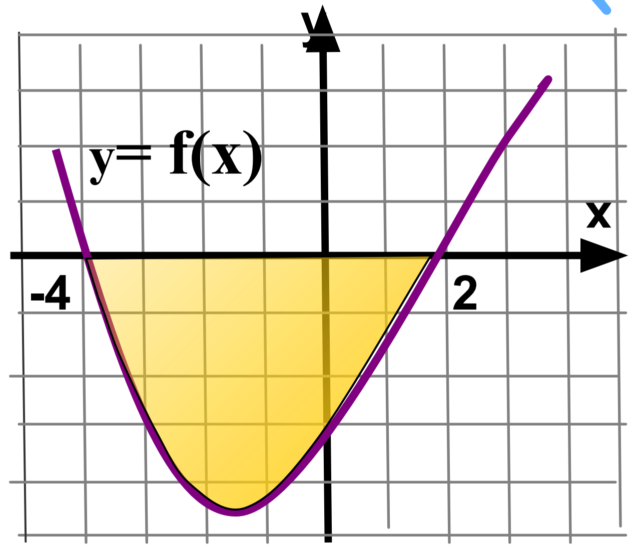
$$S_ф = 4,5$$

Запишите формулы для вычисления площади фигуры.

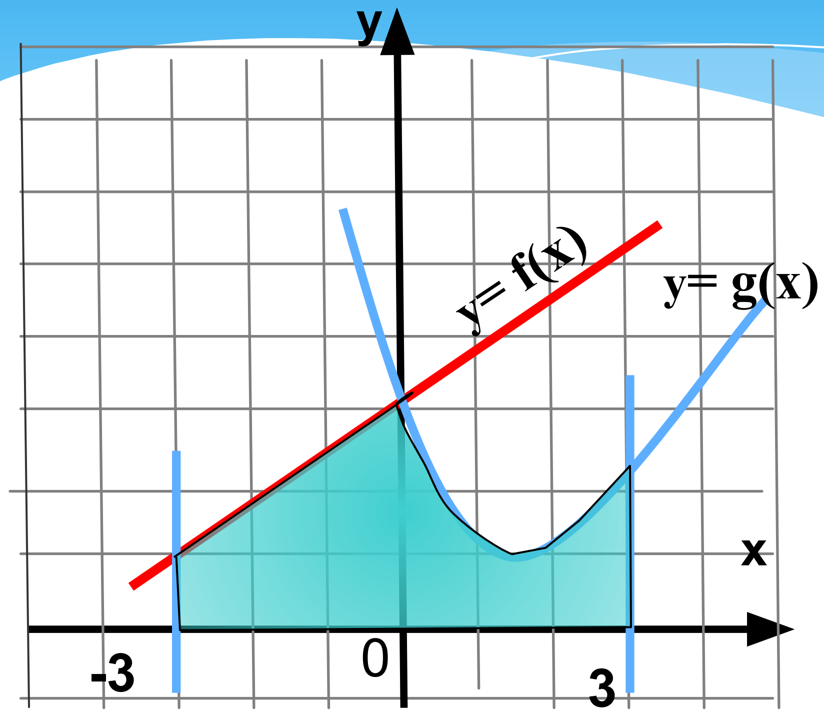


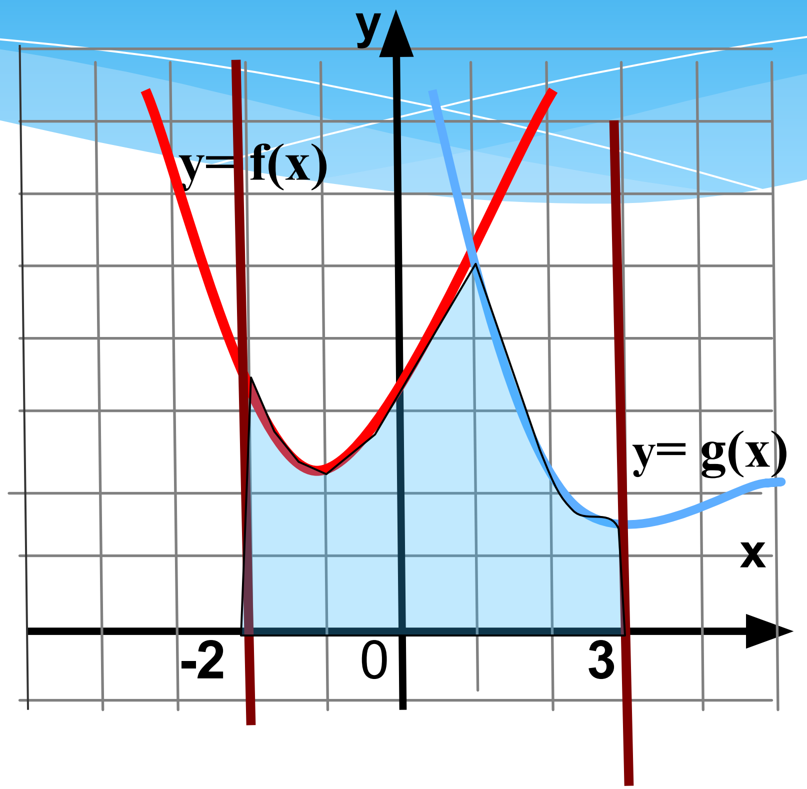






Запишите формулы для вычисления площади фигуры.





Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

Вариант 1	**Вариант 2**
а) $f(x) = 2x + 1$ б) $f(x) = x^2$	а) $f(x) = 1 - x$ б) $f(x) = x^2$
$y = 0, x = 0, x = 3$	$y = 0, x = 2, x = 4$
Сделать проверку, используя любой другой известный способ.	