

**Функция  $y = kx^2$**

**Функция  $y = k/x$**

**Алгебра**

**8 класс**

# Функция $y = 2x^2$ и её график

$$x = 0 \quad y = 2 \cdot 0^2 = 0 \quad (0; 0)$$

$$x = 0,5 \quad y = 2 \cdot 0,5^2 = 0,5 \quad (0,5; 0,5)$$

$$x = 1 \quad y = 2 \cdot 1^2 = 2 \quad (1; 2)$$

$$x = 1,5 \quad y = 2 \cdot 1,5^2 = 4,5 \quad (1,5; 4,5)$$

$$x = 2 \quad y = 2 \cdot 2^2 = 8 \quad (2; 8)$$

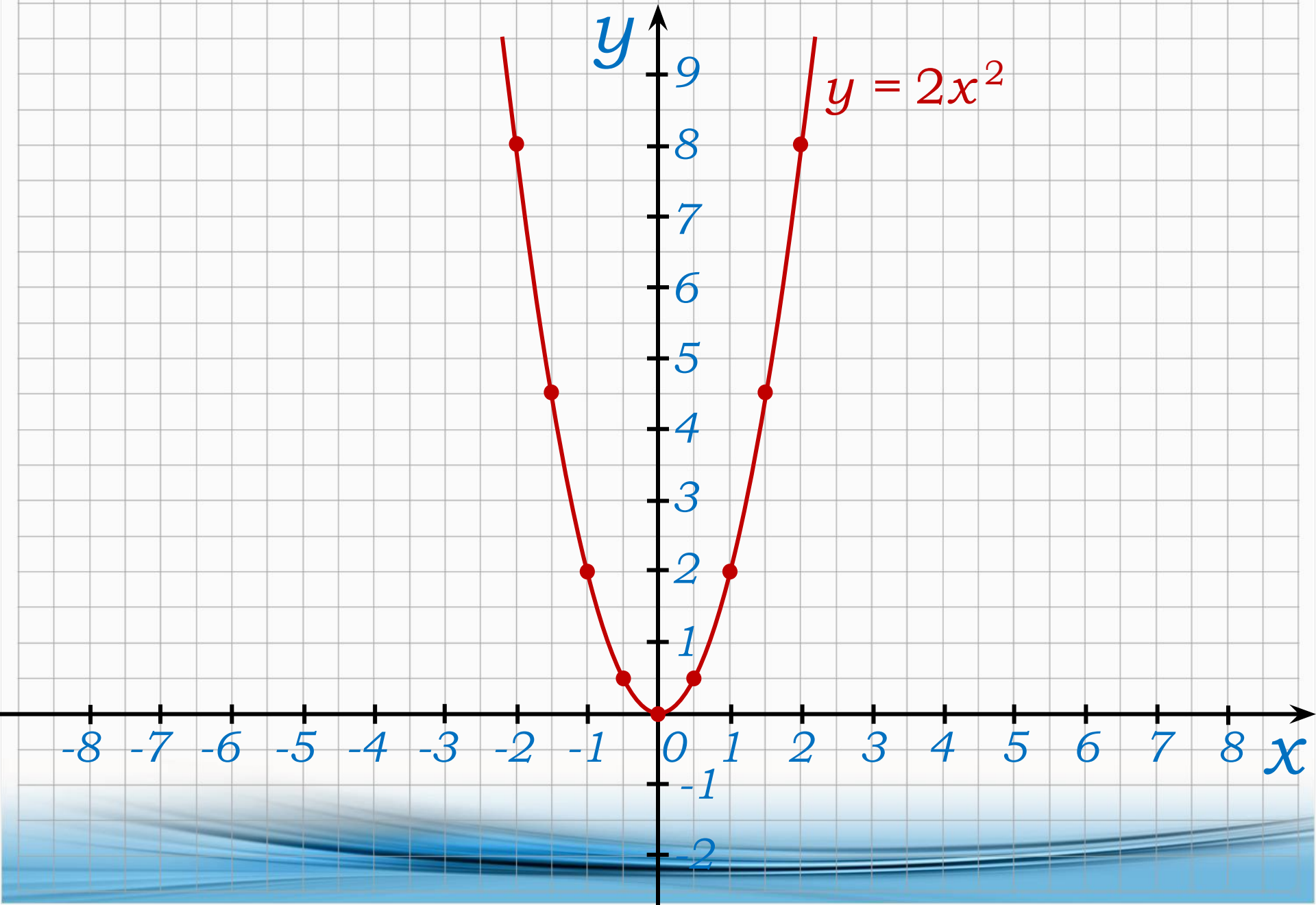
$$x = 2,5 \quad y = 2 \cdot 2,5^2 = 12,5 \quad (2,5; 12,5)$$

$$x = 3 \quad y = 2 \cdot 3^2 = 18 \quad (3; 18)$$

$x$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$y$	0	0,5	2	4,5	8	12,5	18

$x$	-0,5	-1	-1,5	-2	-2,5	-3	-3,5
$y$	0,5	2	4,5	8	12,5	18	24,5

# Функция $y = 2x^2$ и её график



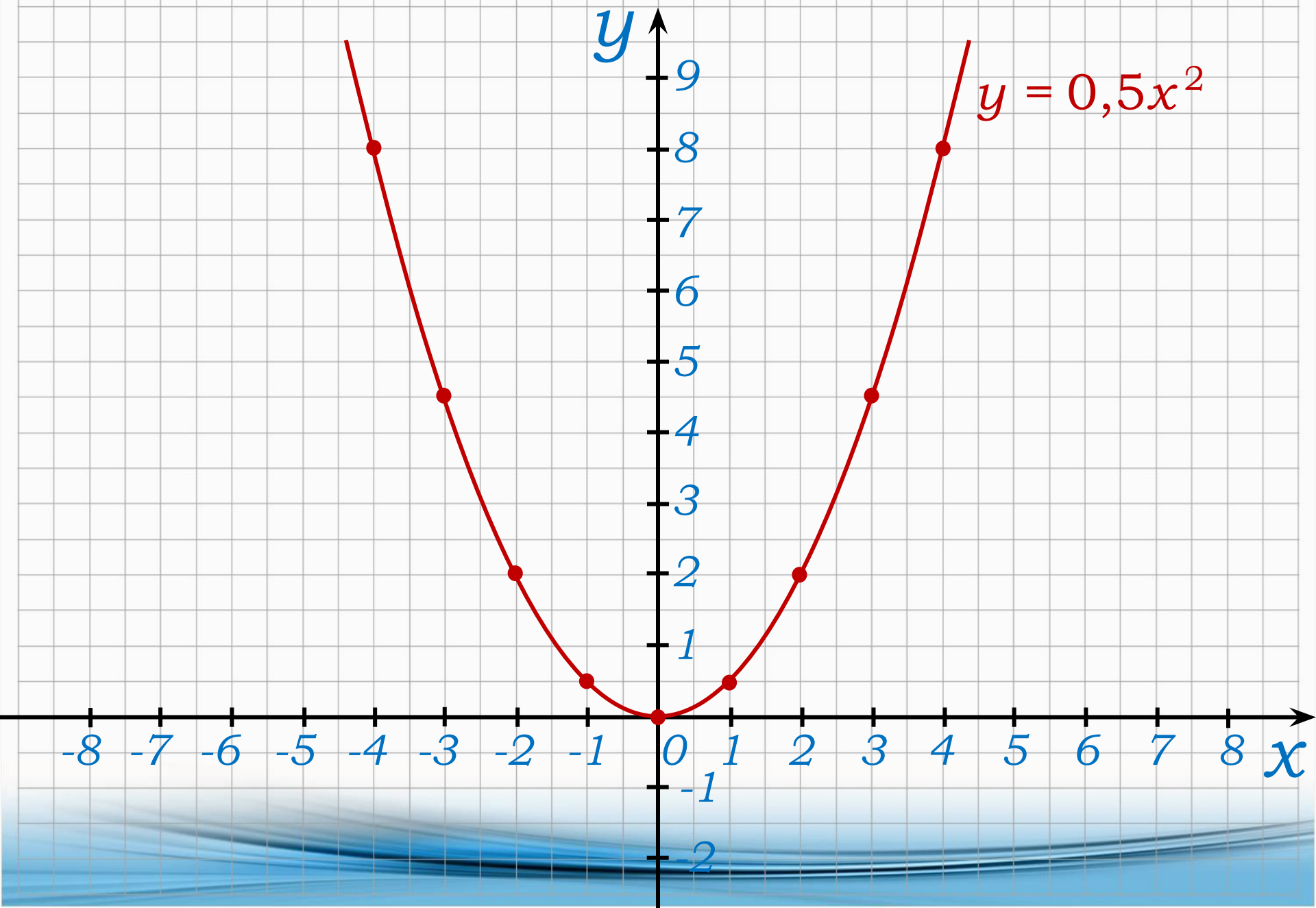
# Функция $y = 0,5x^2$ и её график

$$\begin{array}{lll} x = 0 & y = 0,5 \cdot 0^2 = 0 & (0; 0) \\ x = 1 & y = 0,5 \cdot 1^2 = 0,5 & (1; 0,5) \\ x = 2 & y = 0,5 \cdot 2^2 = 2 & (2; 2) \\ x = 3 & y = 0,5 \cdot 3^2 = 4,5 & (3; 4,5) \\ x = 4 & y = 0,5 \cdot 4^2 = 8 & (4; 8) \end{array}$$

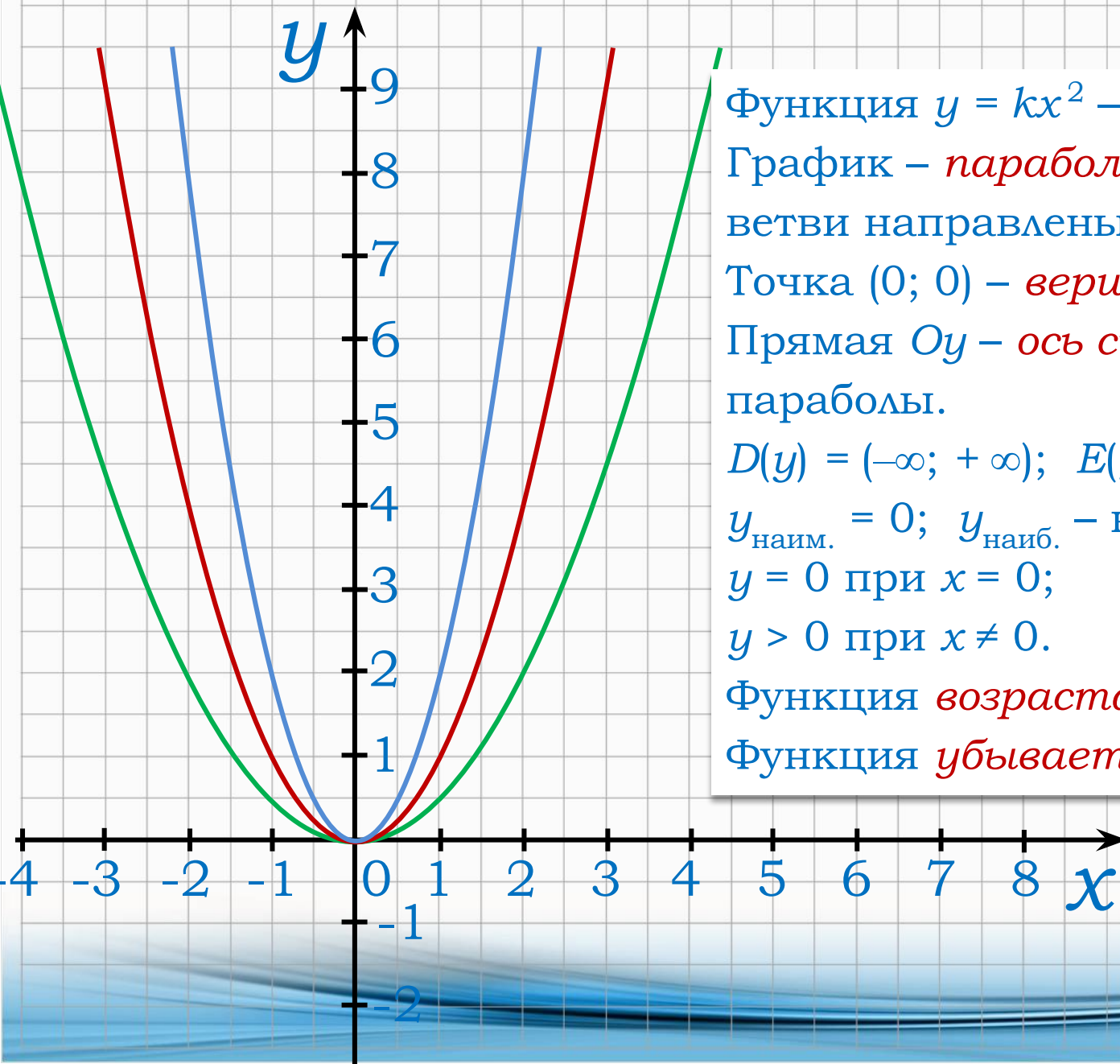
$x$	0	1	2	3	4
$y$	0	0,5	2	4,5	8

$x$	-1	-2	-3	-4
$y$	0,5	2	4,5	8

# Функция $y = 0,5x^2$ и её график

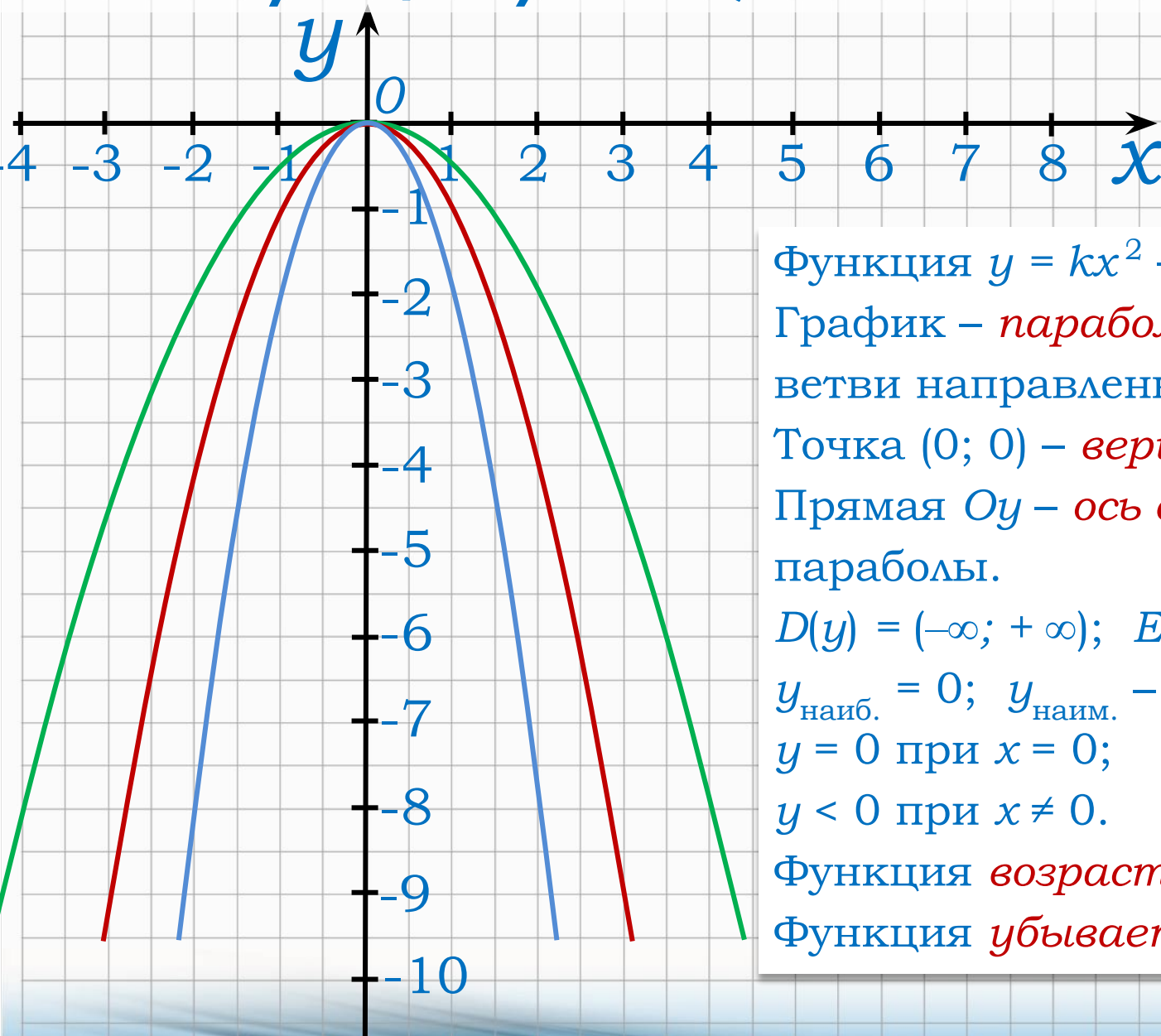


# Функция $y = kx^2$ , $k > 0$ и её свойства



Функция  $y = kx^2$  – *квадратичная*  
График – *парабола*,  
ветви направлены вверх, если  $k > 0$ .  
Точка  $(0; 0)$  – *вершина* параболы.  
Прямая  $Oy$  – *ось симметрии*  
параболы.  
 $D(y) = (-\infty; +\infty)$ ;  $E(y) = [0; +\infty)$ .  
 $y_{\text{наим.}} = 0$ ;  $y_{\text{наиб.}}$  – не существует;  
 $y = 0$  при  $x = 0$ ;  
 $y > 0$  при  $x \neq 0$ .  
Функция *возрастает* при  $x \geq 0$ .  
Функция *убывает* при  $x \leq 0$ .

# Функция $y = kx^2$ , $k < 0$ и её свойства



Функция  $y = kx^2$  – *квадратичная*  
График – *парабола*,  
ветви направлены вниз, если  $k < 0$ .  
Точка  $(0; 0)$  – *вершина* параболы.  
Прямая  $Oy$  – *ось симметрии*  
параболы.  
 $D(y) = (-\infty; +\infty)$ ;  $E(y) = (-\infty; 0]$ .  
 $y_{\text{наиб.}} = 0$ ;  $y_{\text{наим.}}$  – не существует;  
 $y = 0$  при  $x = 0$ ;  
 $y < 0$  при  $x \neq 0$ .  
Функция *возрастает* при  $x \leq 0$ .  
Функция *убывает* при  $x \geq 0$ .

# Функция $y = kx^2$ и её график

Найти точки пересечения параболы  $y = 2x^2$  и прямой  $y = -x + 6$

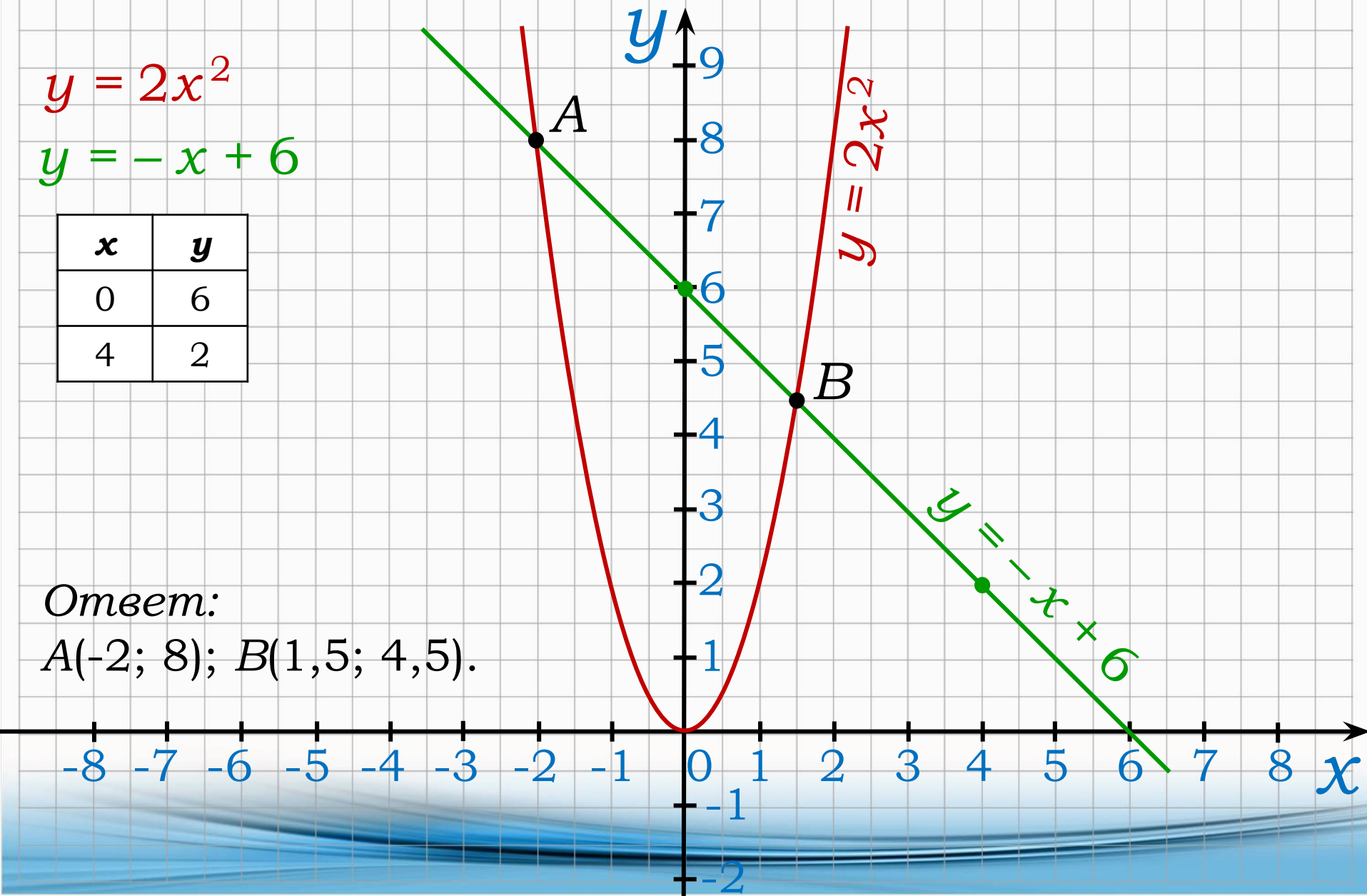
$$y = 2x^2$$

$$y = -x + 6$$

$x$	$y$
0	6
4	2

Ответ:

$A(-2; 8); B(1,5; 4,5)$ .





# Функция $y = k/x$ и её график

$$y = 4/x$$

$$x = 0,5 \quad y = 4:0,5 = 8 \quad (0,5; 8)$$

$$x = 1 \quad y = 4:1 = 4 \quad (1; 4)$$

$$x = 2 \quad y = 4:2 = 2 \quad (2; 2)$$

$$x = 4 \quad y = 4:4 = 1 \quad (4; 1)$$

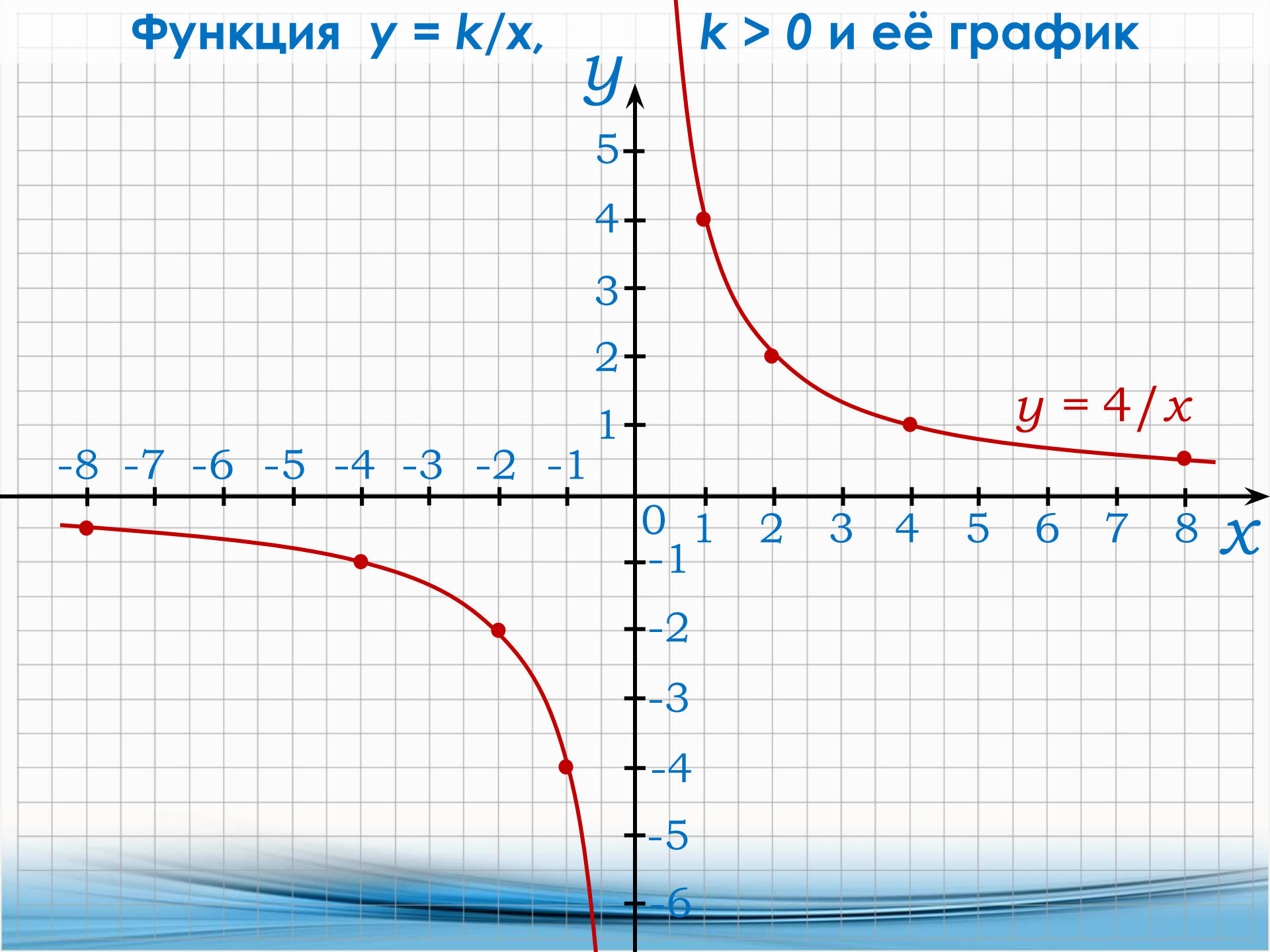
$$x = 8 \quad y = 4:8 = 0,5 \quad (8; 0,5)$$

$x$	0,5	1	2	4	8
$y$	8	4	2	1	0,5

$x$	-0,5	-1	-2	-4	-8
$y$	-8	-4	-2	-1	-0,5

Функция  $y = k/x$ ,

$k > 0$  и её график



# Функция $y = k/x$ , $k > 0$ и её график

Функция  $y = k/x$  – *обратная пропорциональность*

График – *гипербола*, ветви расположены в I и III координатных углах, если  $k > 0$ .

Точка  $(0; 0)$  – *центр симметрии*

Оси координат – *асимптоты*

$D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;  $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

$y > 0$  при  $x > 0$ ;  $y < 0$  при  $x < 0$ .

Функция *убывает* при  $x < 0$  и  $x > 0$ .

Наибольшего и наименьшего значений функции *нет*.

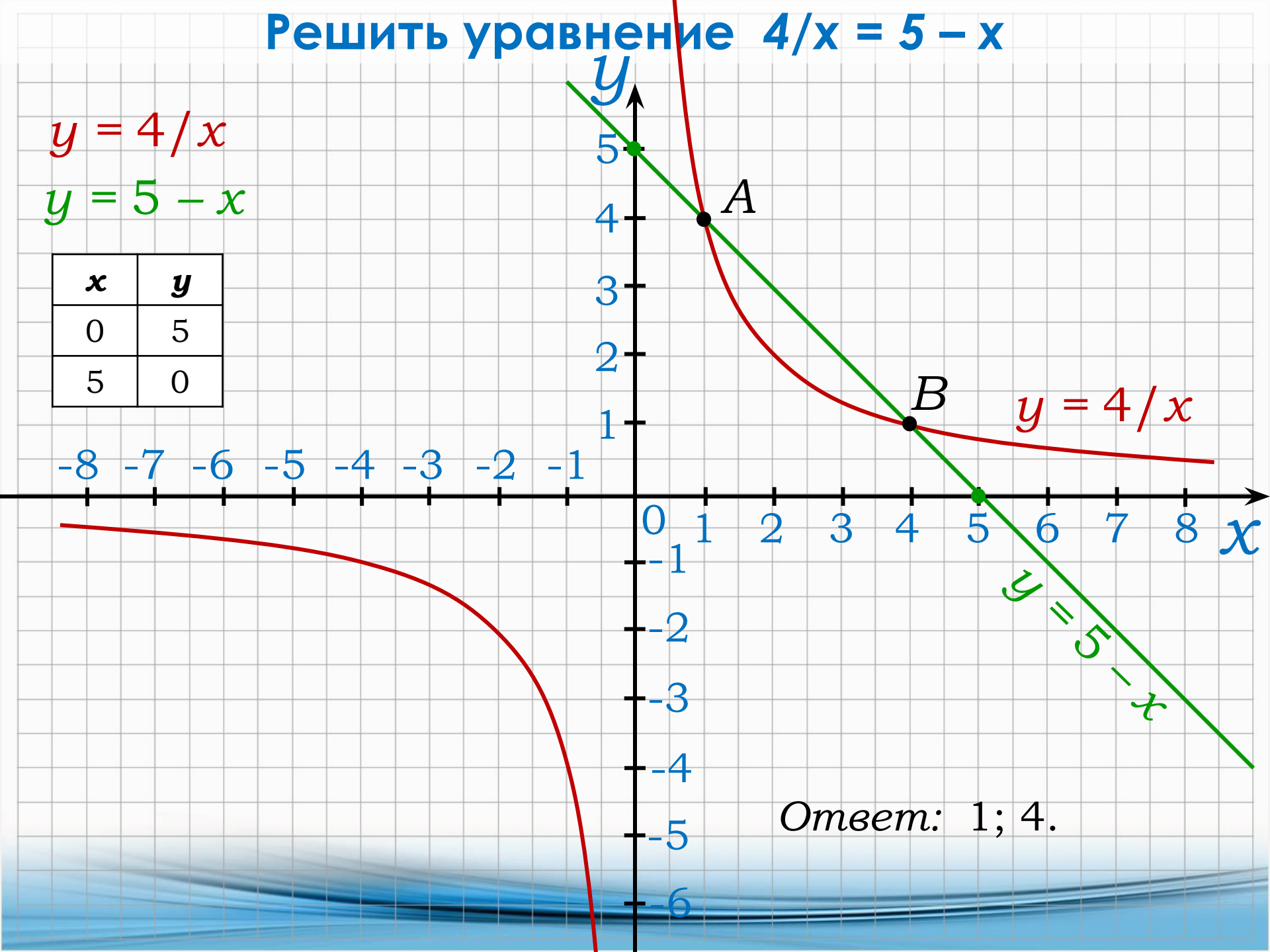
Функция не ограничена ни сверху, ни снизу.

# Решить уравнение $4/x = 5 - x$

$$y = 4/x$$

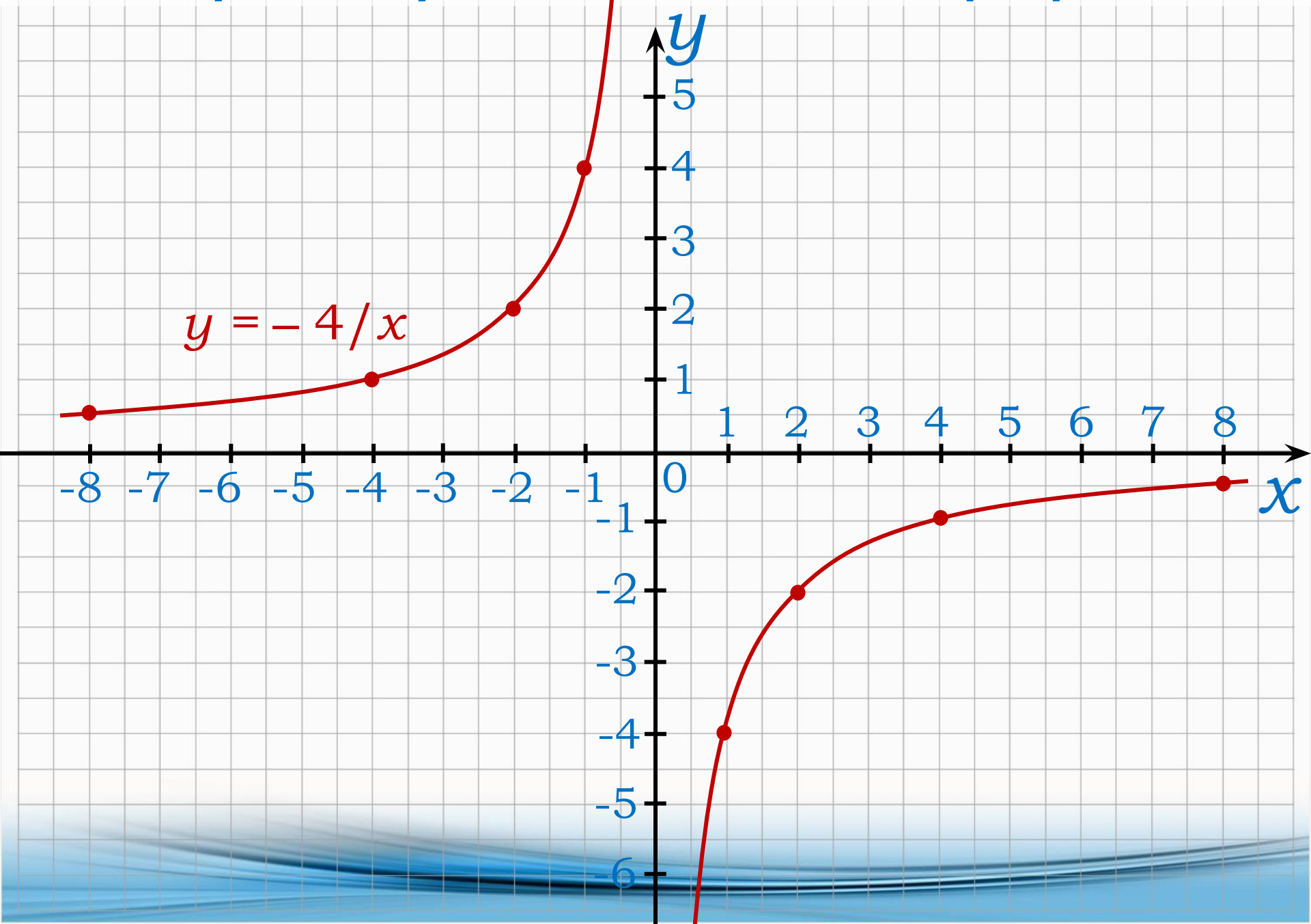
$$y = 5 - x$$

$x$	$y$
0	5
5	0



Ответ: 1; 4.

Функция  $y = k/x$ ,  $k < 0$  и её график



# Функция $y = k/x$ , $k < 0$ и её график

Функция  $y = k/x$  – *обратная пропорциональность*

График – *гипербола*, ветви расположены в II и IV координатных углах, если  $k < 0$ .

Точка  $(0; 0)$  – *центр симметрии*

Оси координат – *асимптоты*

$D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;  $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

$y > 0$  при  $x < 0$ ;  $y < 0$  при  $x > 0$ .

Функция *возрастает* при  $x < 0$  и  $x > 0$ .

Наибольшего и наименьшего значений функции *нет*.

Функция не ограничена ни сверху, ни снизу.

# Преобразование графика функции $y = f(x)$

## 1. Построение графика функции $y = f(x - n)$

Сдвиг графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $x$  на  $n$  единиц **вправо**, если  $n > 0$ ;

Сдвиг графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $x$  на  $n$  единиц, **влево** если  $n < 0$ .

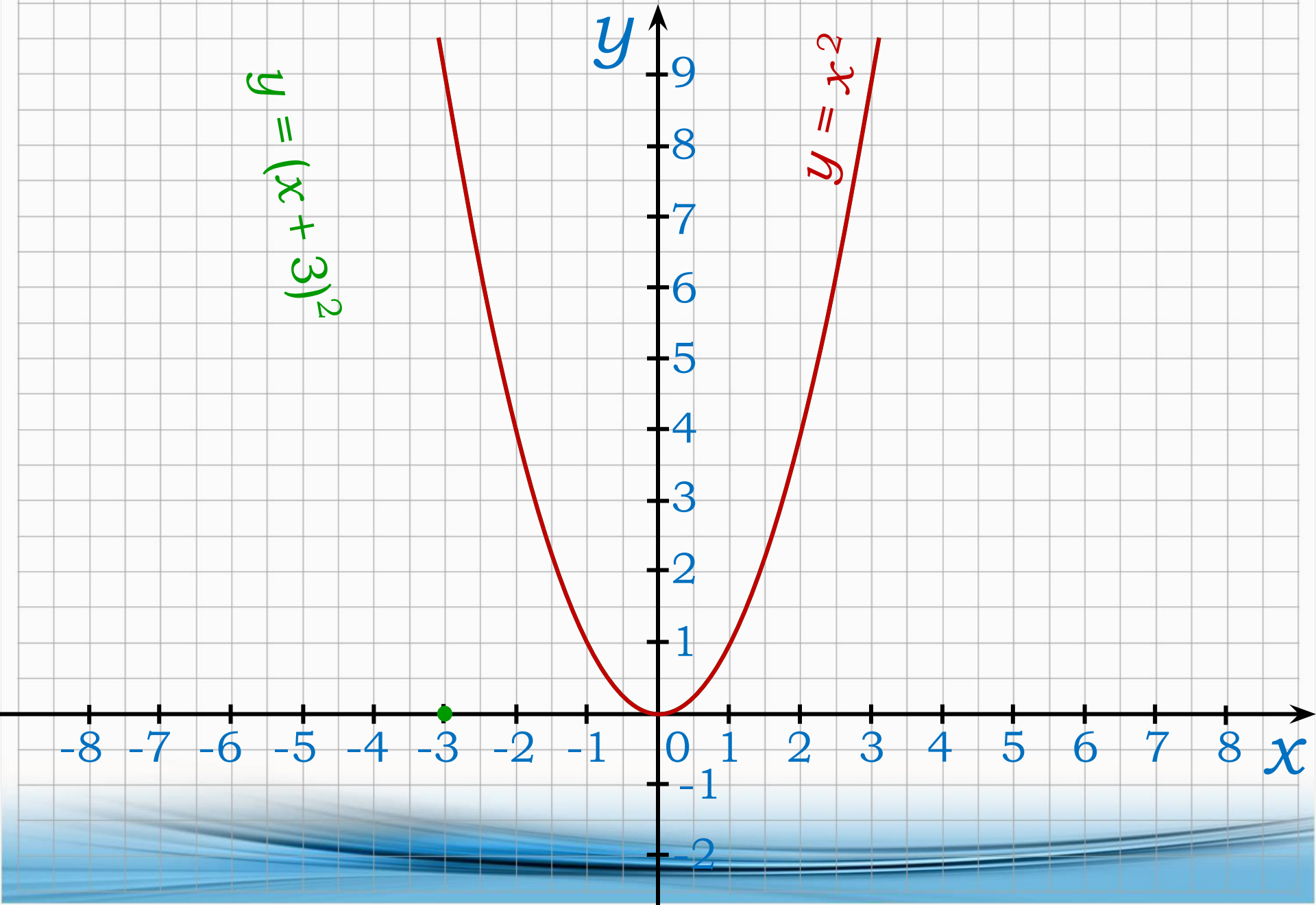
## 2. Построение графика функции $y = f(x) + t$

Сдвиг графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $y$  на  $t$  единиц **вверх**, если  $t > 0$ ;

Сдвиг графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $y$  на  $t$  единиц, **вниз** если  $t < 0$ .

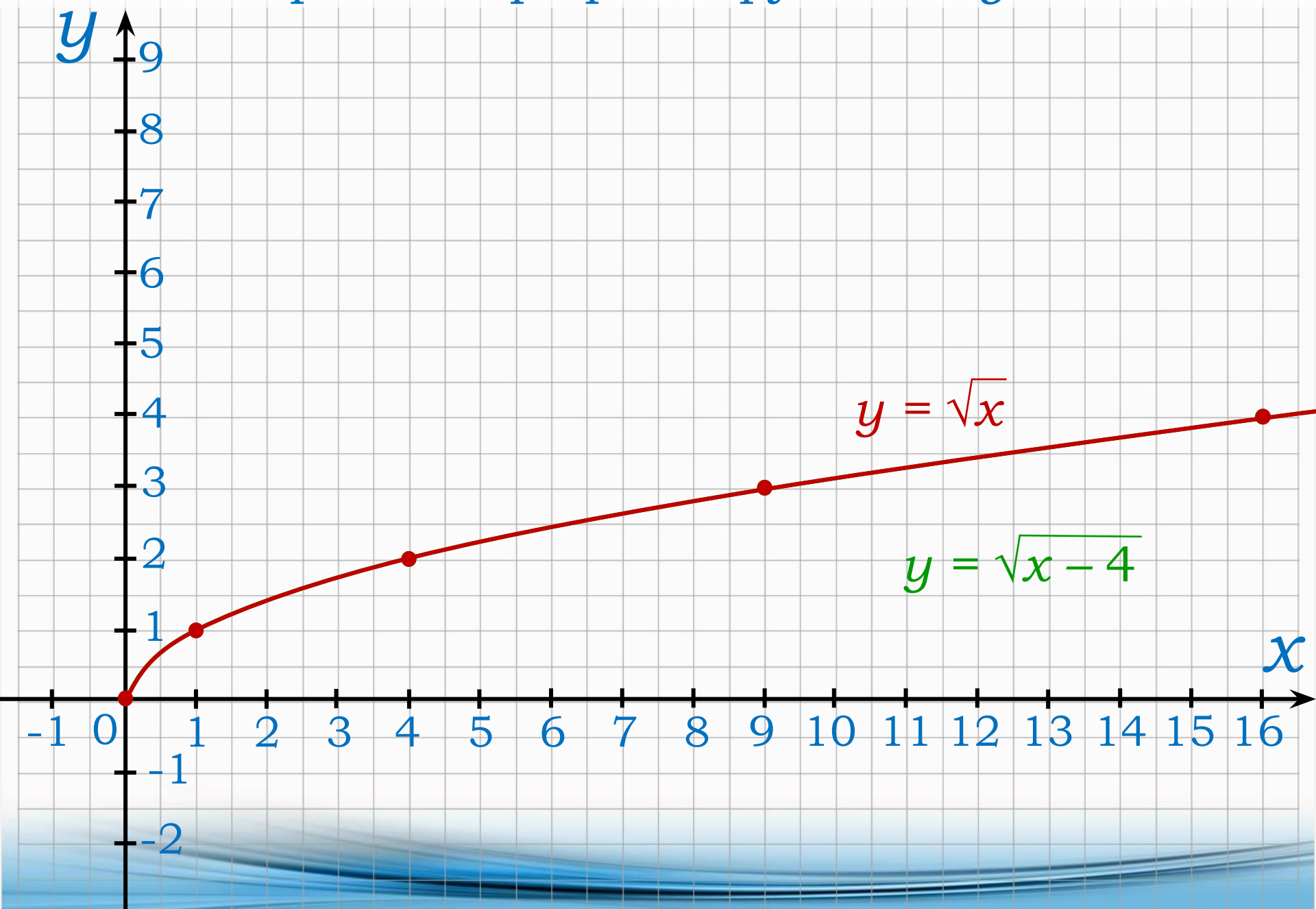
## 3. Построение графика функции $y = f(x - n) + t$

# 1. Построение графика функции $y = (x + 3)^2$





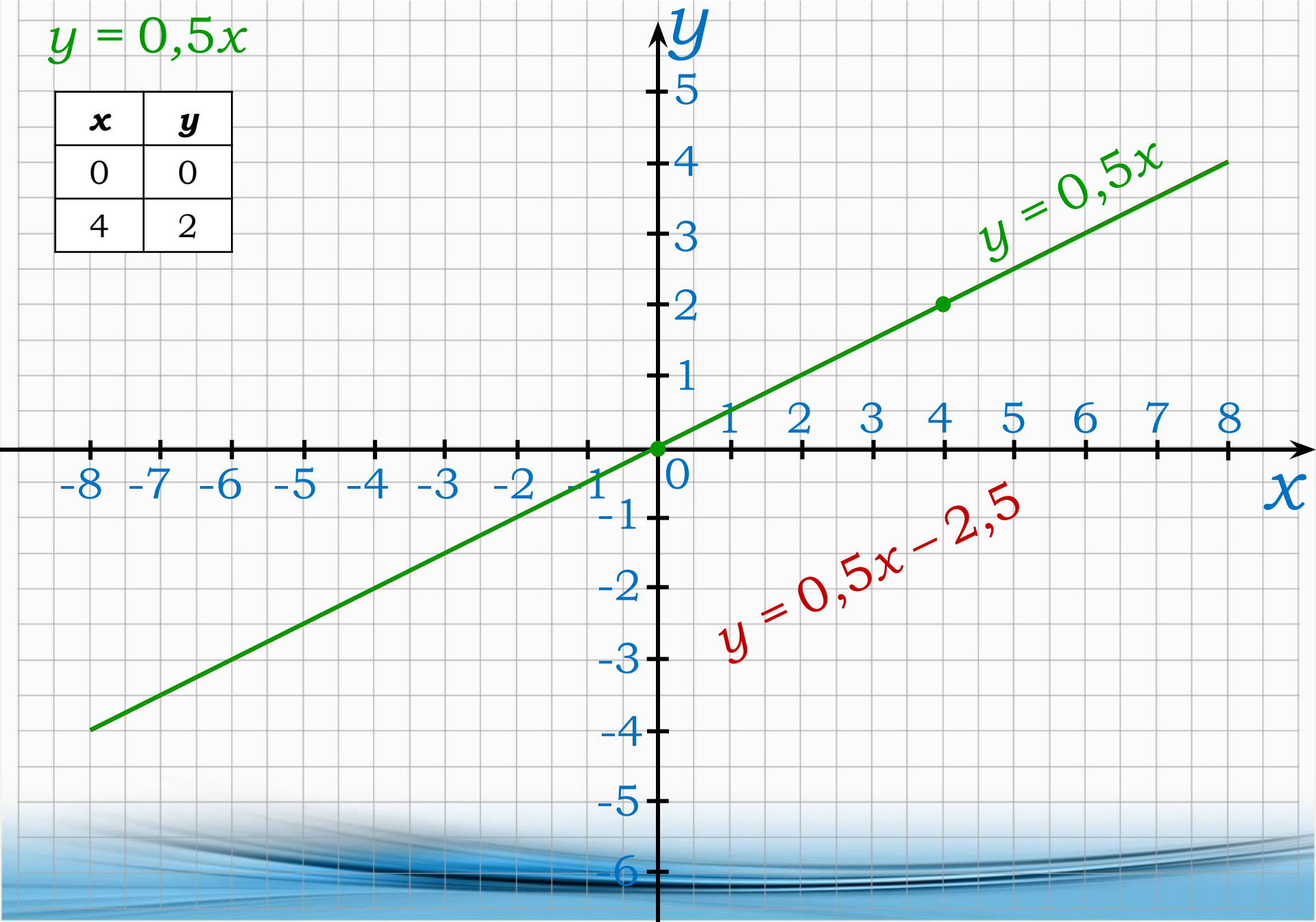
# 1. Построение графика функции $y = \sqrt{x - 4}$



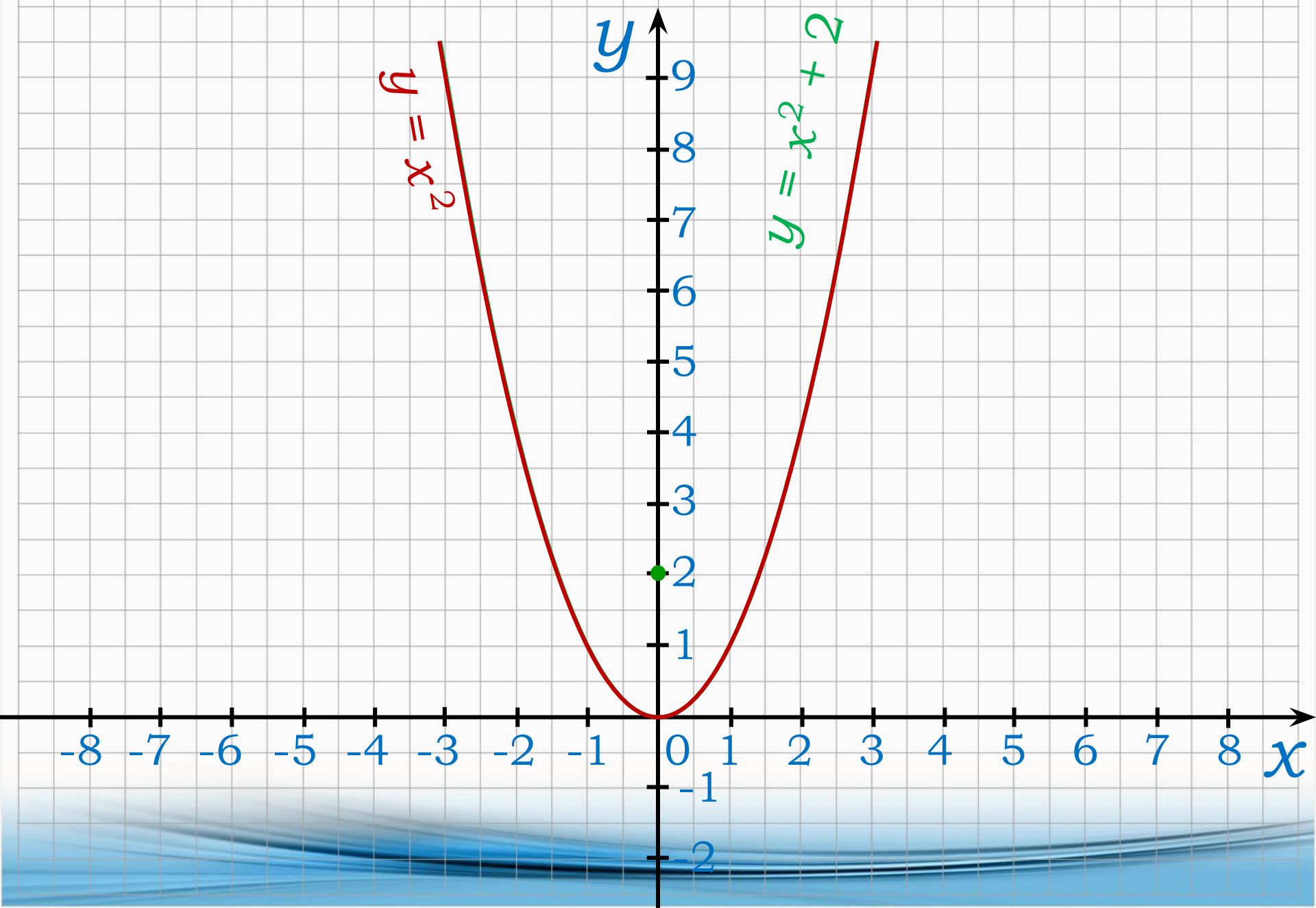
## 2. Построение графика функции $y = 0,5x - 2,5$

$$y = 0,5x$$

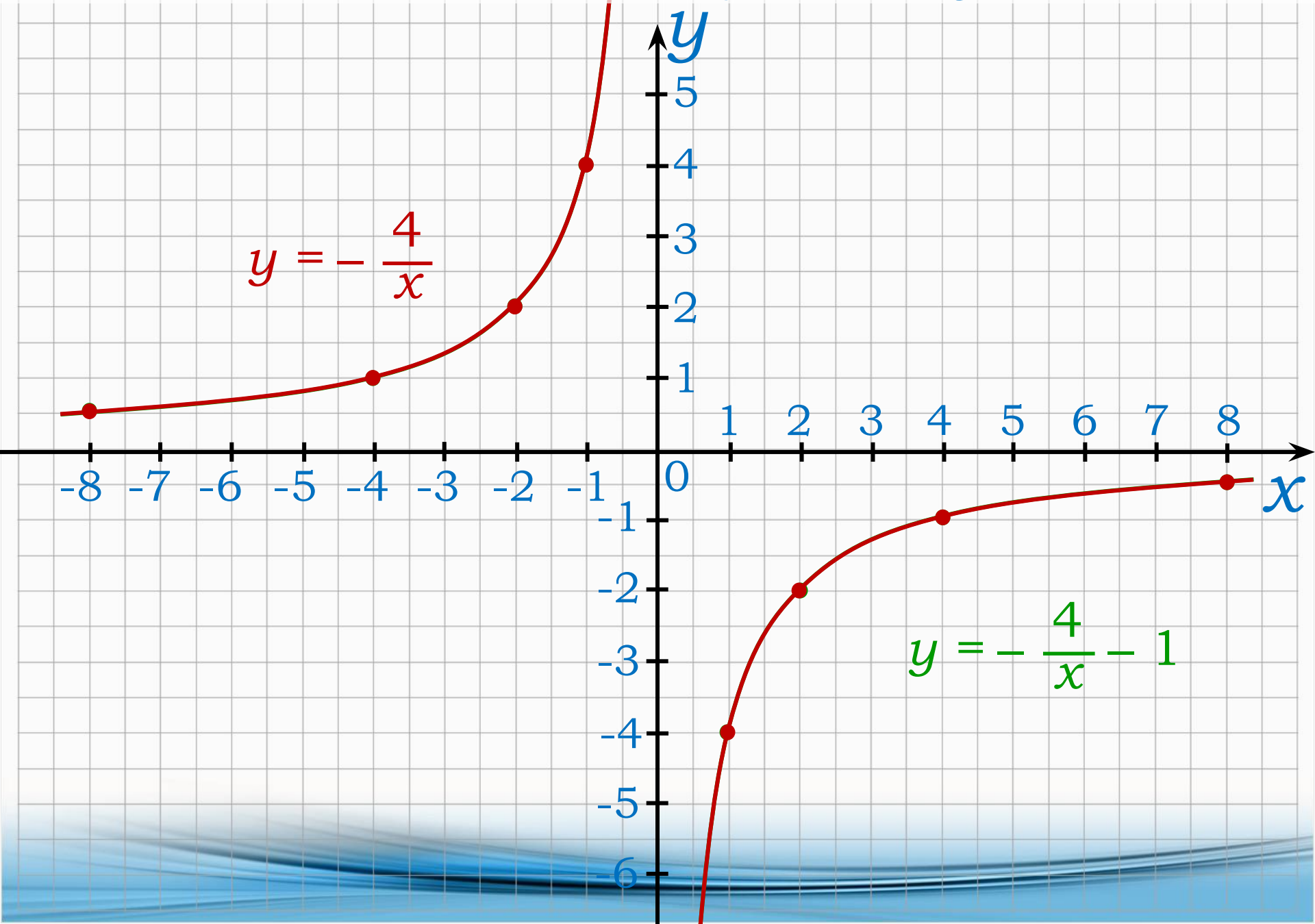
$x$	$y$
0	0
4	2



## 2. Построение графика функции $y = x^2 + 2$



## 2. Построение графика функции $y = -4/x - 1$

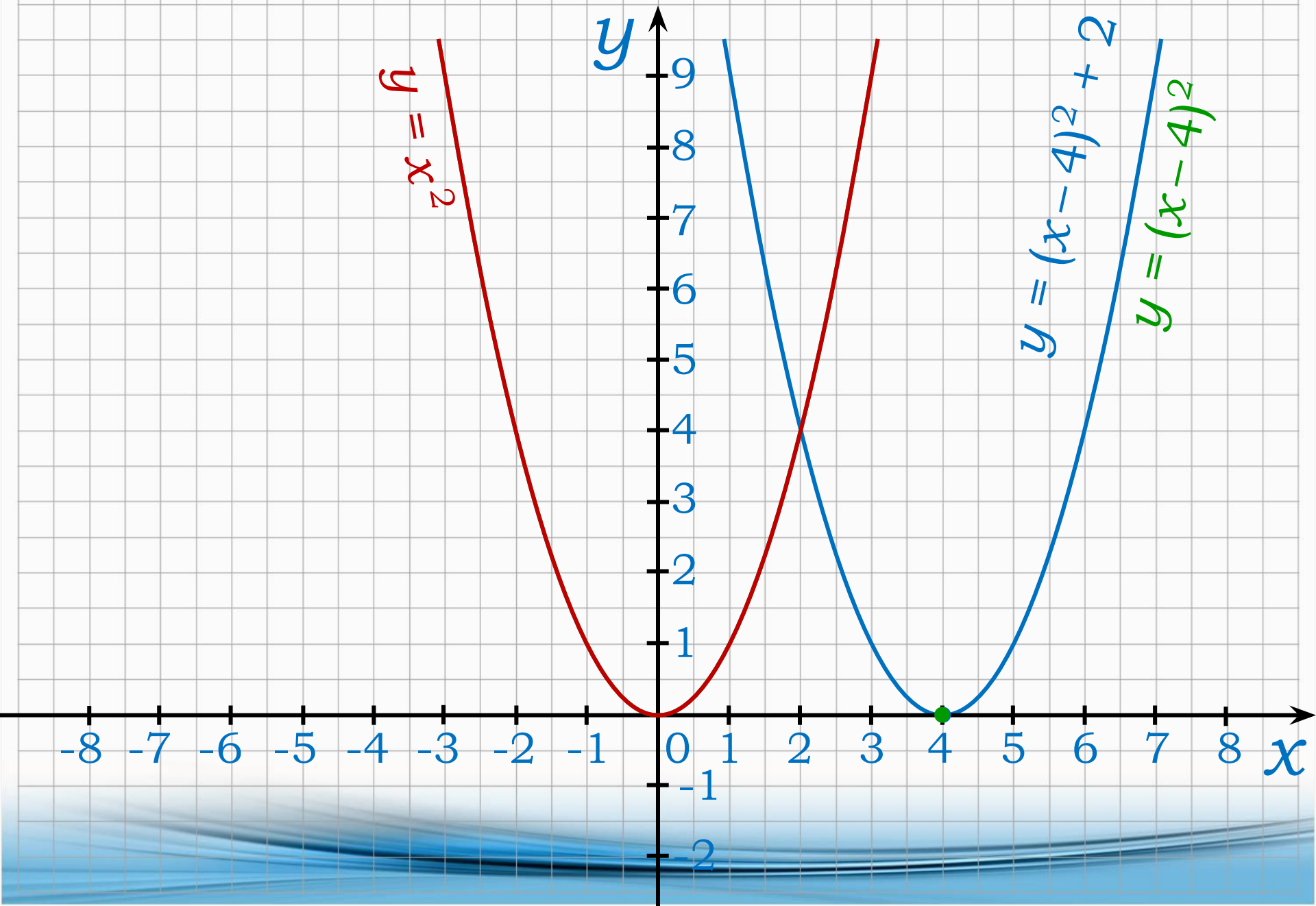


# Алгоритм построения графика функции $y = f(x - n) + m$

## 1 способ:

1. Построить график функции  $y = f(x)$ .
2. Осуществить параллельный перенос графика функции  $y = f(x)$  вдоль оси  $x$  на  $|n|$  единиц **вправо**, если  $n > 0$ ; **влево** если  $n < 0$ .
3. Осуществить параллельный перенос полученного в п. 2 графика вдоль оси  $y$  на  $|m|$  единиц **вверх**, если  $m > 0$ ; **вниз** если  $m < 0$ .

### 3. Построение графика функции $y = (x - 4)^2 + 2$



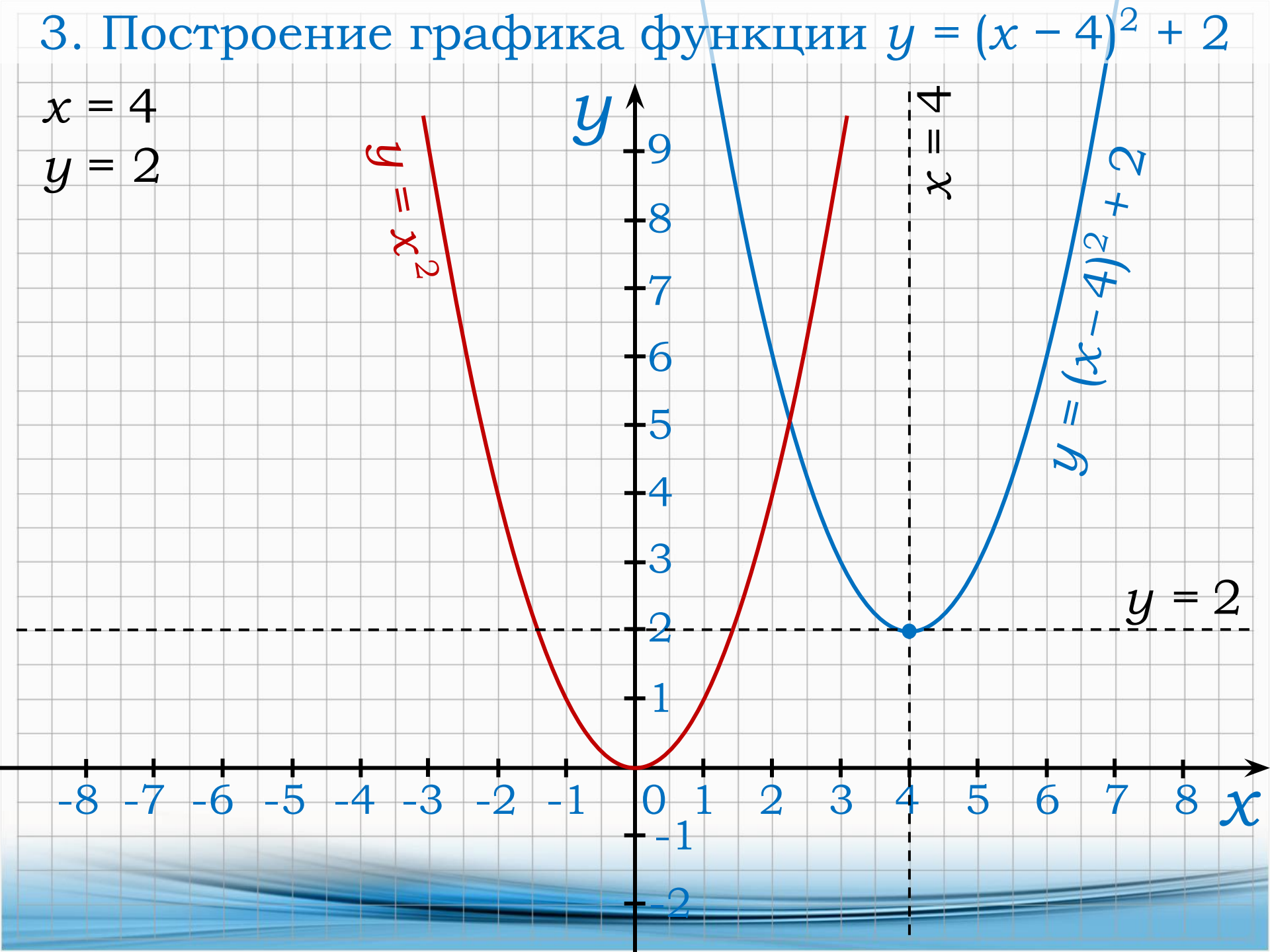
# Алгоритм построения графика функции $y = f(x - n) + m$

## 2 способ:

1. Перейти к вспомогательной системе координат, проведя пунктиром прямые  $x = n$ ,  $y = m$ , т.е. выбрав в качестве начала новой системы координат точку  $(n; m)$ .
2. Построить в «новой» (пунктирной) системе координат график функции  $y = f(x)$ .

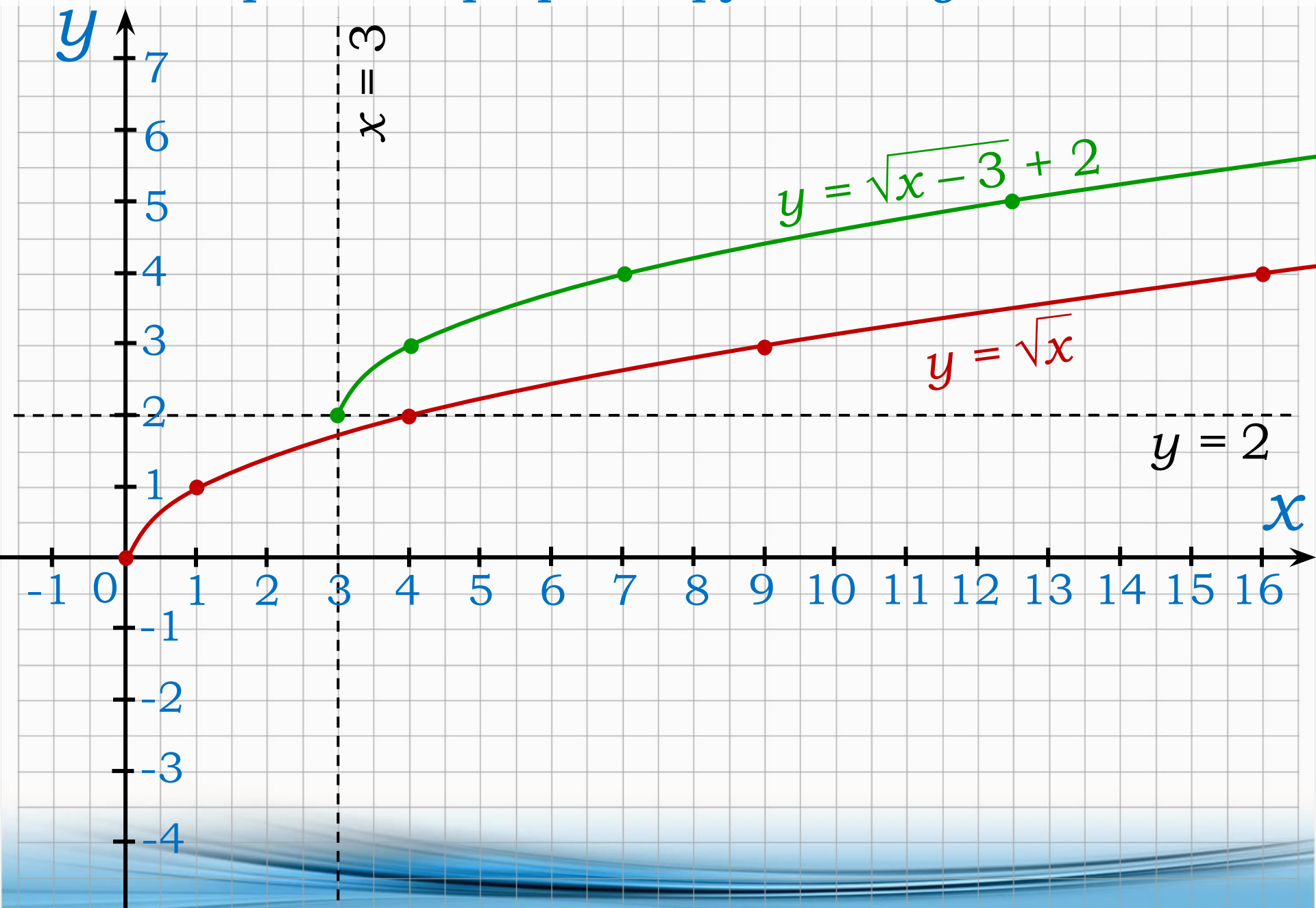
### 3. Построение графика функции $y = (x - 4)^2 + 2$

$$x = 4$$
$$y = 2$$





### 3. Построение графика функции $y = \sqrt{x-3} + 2$



# Функция $y = ax^2 + bx + c$ , ее свойства и график

Функцию  $y = ax^2 + bx + c$ , где  $a, b, c$  – произвольные числа, причем  $a \neq 0$ , называют **квадратичной функцией**.

$ax^2 + bx + c$  – называют **квадратным трёхчленом**

$ax^2$  – **старший член квадратного трёхчлена**

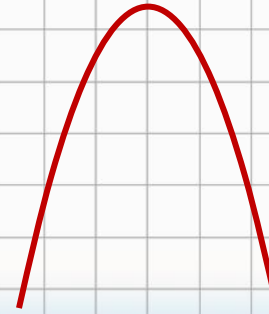
$a$  – **старший коэффициент**

$c$  – **свободный коэффициент**

Если  $a > 0$ , то



Если  $a < 0$ , то



# Функция $y = ax^2 + bx + c$ , ее свойства и график

Графиком квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$  является парабола, которая получается из параболы  $y = ax^2$  параллельным переносом.

$$ax^2 + bx + c = (ax^2 + bx) + c = a \left( x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c =$$

$$= a \left( \left( x^2 + 2 \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a^2} \right) + c =$$

$$= a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$ax^2 + bx + c = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Функция  $y = ax^2 + bx + c$ , ее свойства и график

$$ax^2 + bx + c = a(x - n)^2 + m$$

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$n = -\frac{b}{2a}; \quad m = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

*Координаты вершины параболы:*

$$x_B = -\frac{b}{2a}; \quad y_B = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

*Ось симметрии параболы:*  $x_0 = -\frac{b}{2a}$

# Функция $y = ax^2 + bx + c$ , ее свойства и график

## Пример 1

$$y = x^2 + 4x + 1$$

$$a = 1; \quad b = 4; \quad c = 1$$

Ветви параболы направлены *вверх*, т.к.  $a = 1 > 0$ .

$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2;$$

$$y_{\text{в}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1 - 4^2}{4 \cdot 1} = \frac{4 - 16}{4} = -3$$

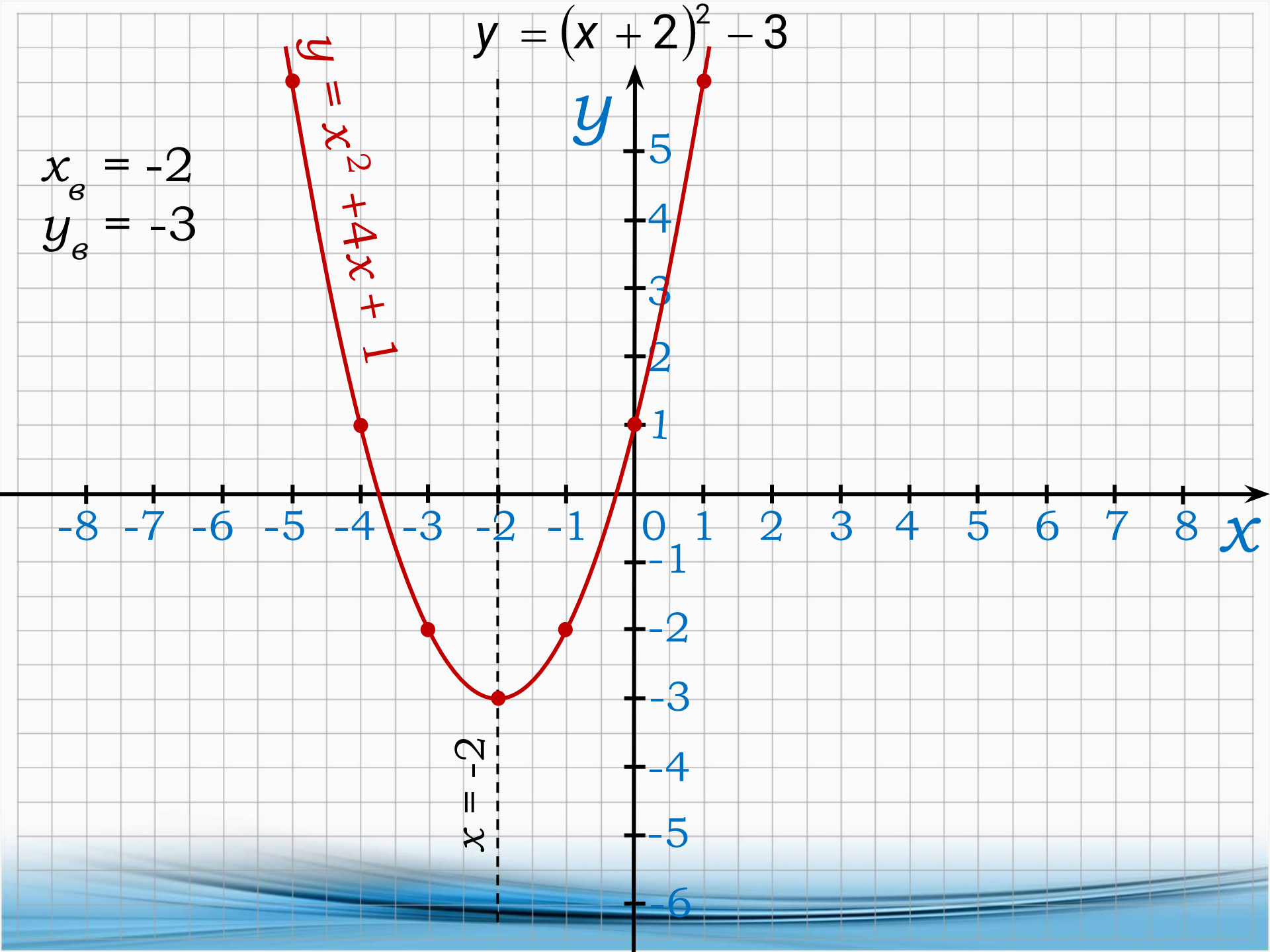
$(-2; -3)$  – координаты вершины параболы

$$y = (x + 2)^2 - 3$$

Ось симметрии параболы:  $x_0 = -2$ .

Доп. точки:

$x$	0	-1	-3	-4	1
$y$	1	-2	-2	1	6



# Функция $y = ax^2 + bx + c$ , ее свойства и график

## Пример 2

$$y = -2x^2 + 4x - 3$$

$$a = -2; \quad b = 4; \quad c = -3$$

Ветви параболы направлены **вниз**, т.к.  $a = -2 < 0$ .

$$x_{\text{в}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2 \cdot (-2)} = 1;$$

$$y_{\text{в}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot (-2) \cdot (-3) - 4^2}{4 \cdot (-2)} = \frac{24 - 16}{-8} = -1$$

$(1; -1)$  – координаты вершины параболы

$$y = -2(x - 1)^2 - 1$$

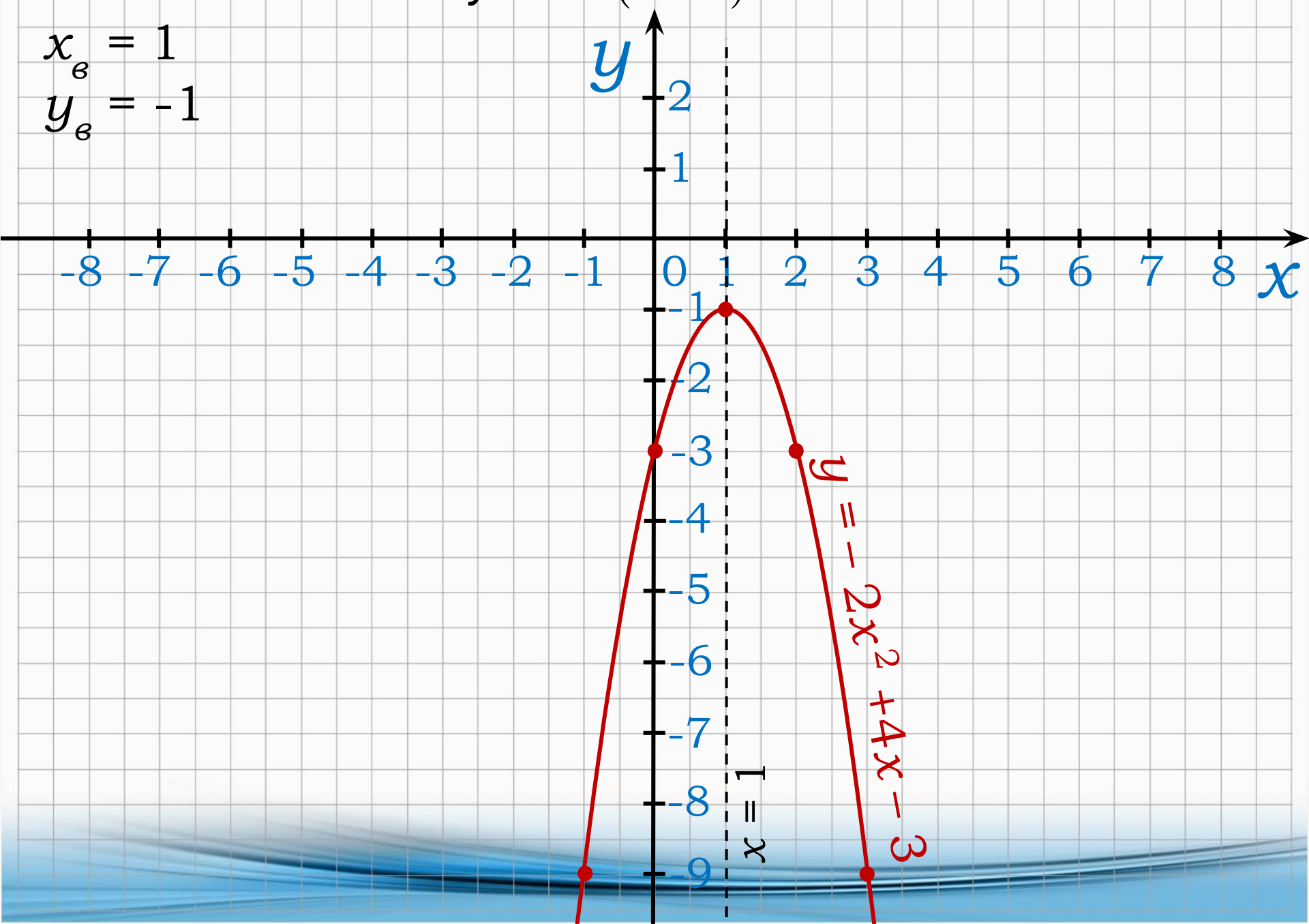
Ось симметрии параболы:  $x_0 = 1$ .

Доп. точки:

$x$	0	2	-1	3
$y$	-3	-3	-9	-9

$$y = -2(x - 1)^2 - 1$$

$$x_e = 1$$
$$y_e = -1$$





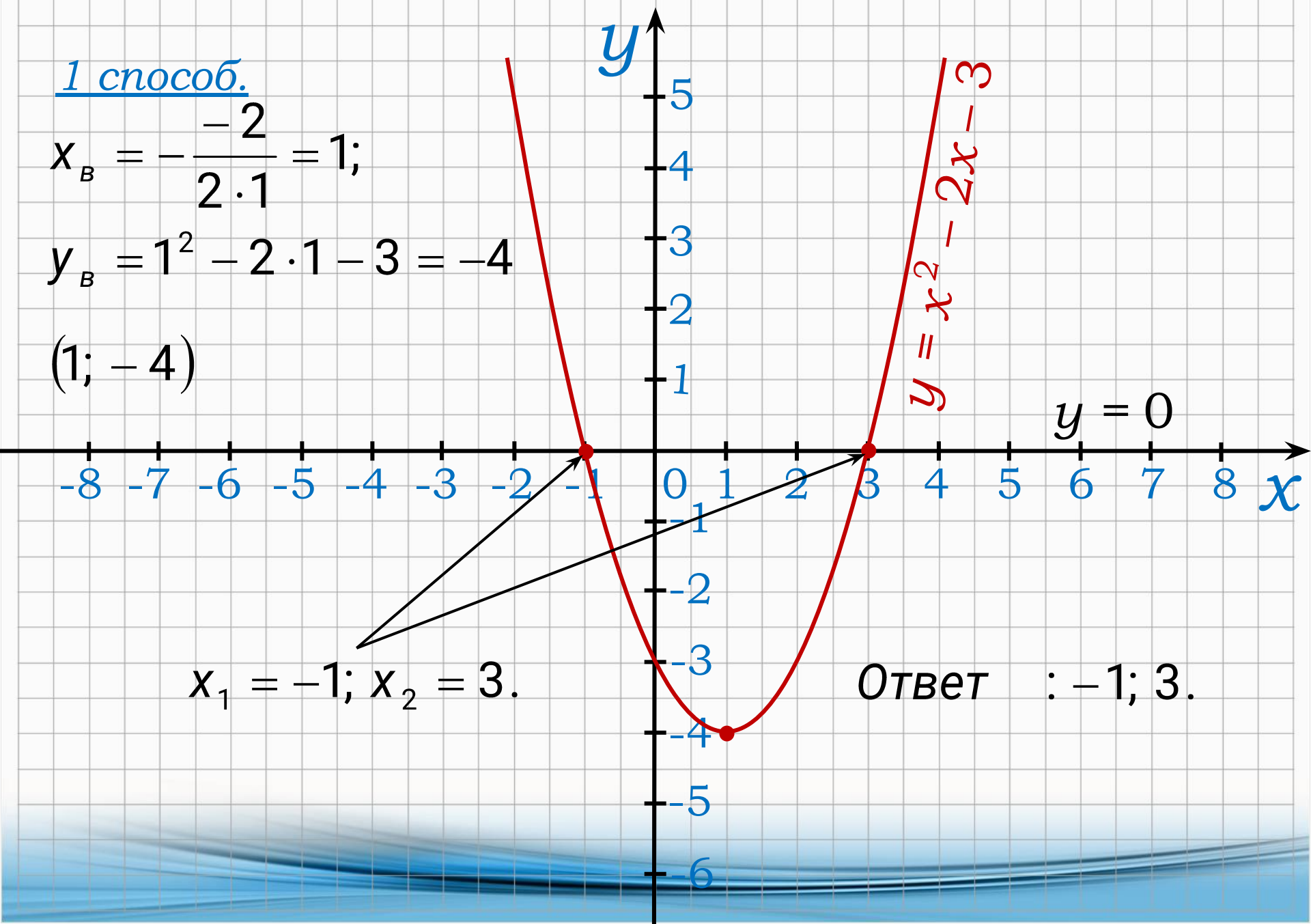
Решите графически уравнение  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

1 способ.

$$x_B = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1;$$

$$y_B = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$$

$(1; -4)$



$$x_1 = -1; x_2 = 3.$$

Ответ : -1; 3.

Решите графически уравнение  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

2 способ.

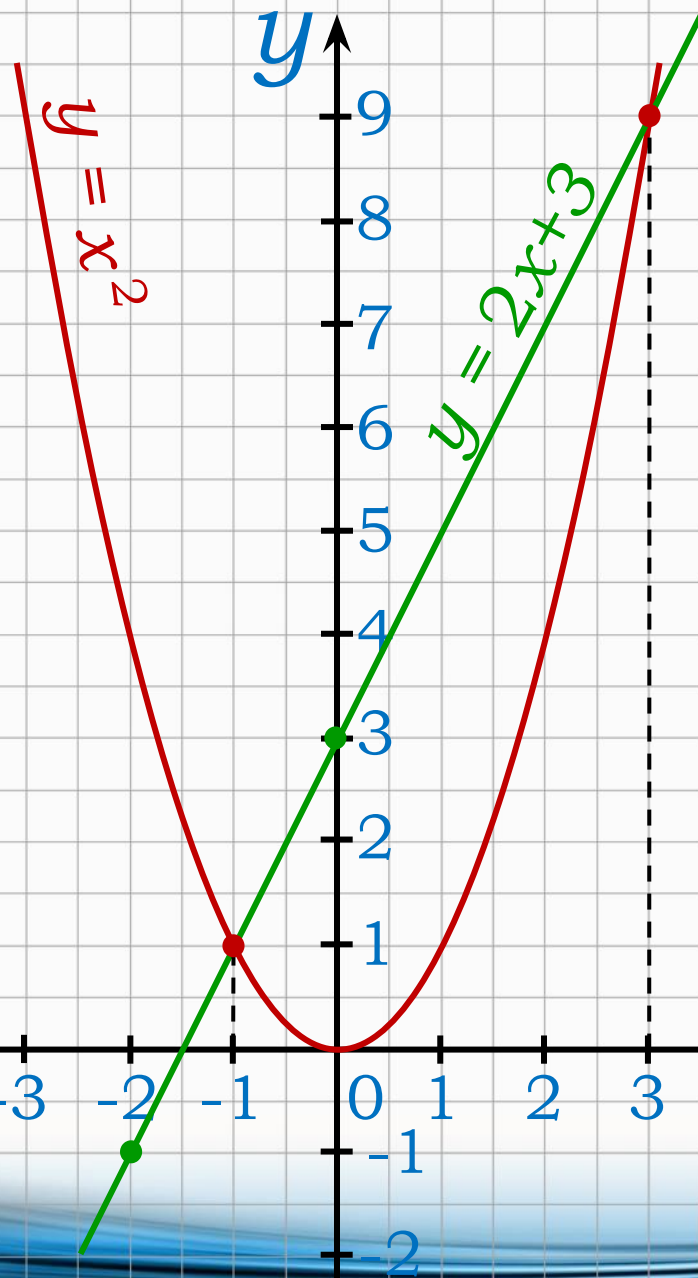
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 = 2x + 3$$

1)  $y = x^2$

2)  $y = 2x + 3$

$x$	$y$
0	3
-2	-1



$$x_1 = -1; x_2 = 3.$$

Ответ : -1; 3.

# Использованы ресурсы

- *Алгебра 8 класс. Учебник / А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Москва: Мнемозина, 2015 г.*