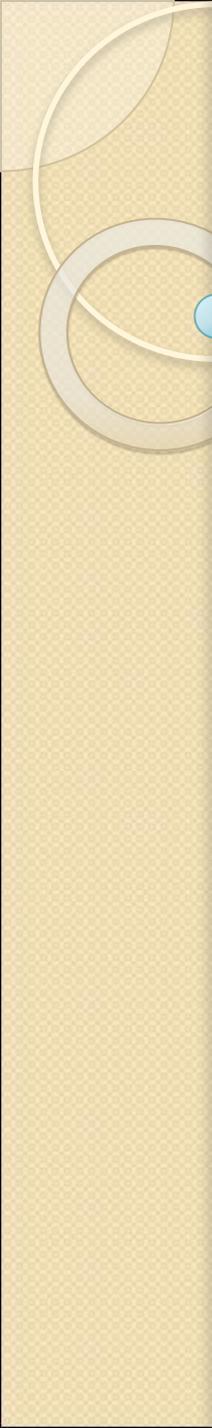




*Работа  
по  
геометрии*



# Тема :»Компланарные векторы»

## П.40 Правило параллелепипеда



● *Работу выполнила :*

● *Плеханова*

*Александра*

# Правило параллелепипеда

- 
- 

Пусть даны некоторые некопланарные векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$
- 
- 
- 
- 
-

# Правило параллелепипеда

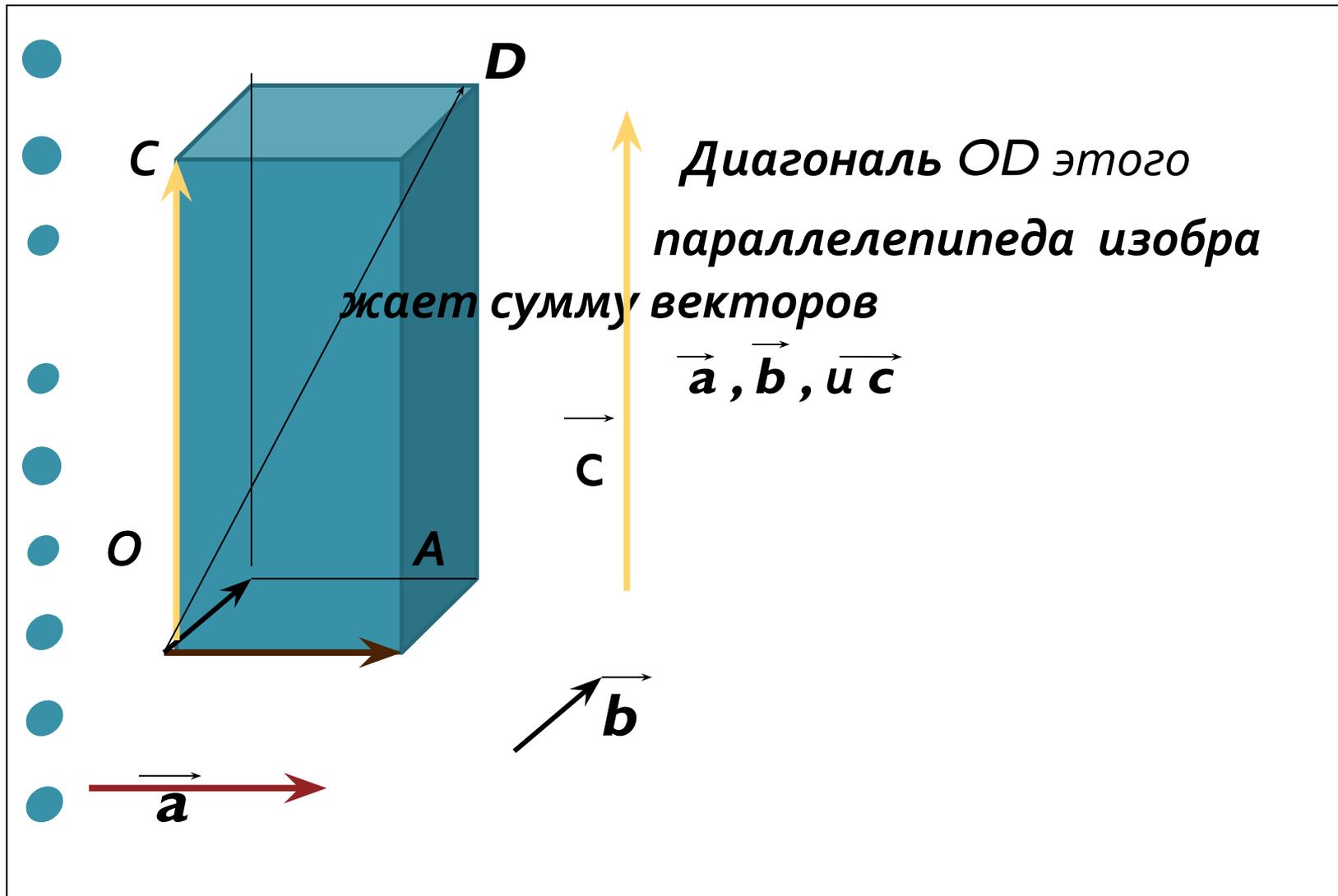
Отложим от некоторой точки  $O$  пространства векторы  $OA = \vec{a}$ ,  $OB = \vec{b}$ ,  $OC = \vec{c}$  и построим параллелепипед так, чтобы отрезки  $OA, OB, OC$  были его рёбрами.

$\vec{a}$

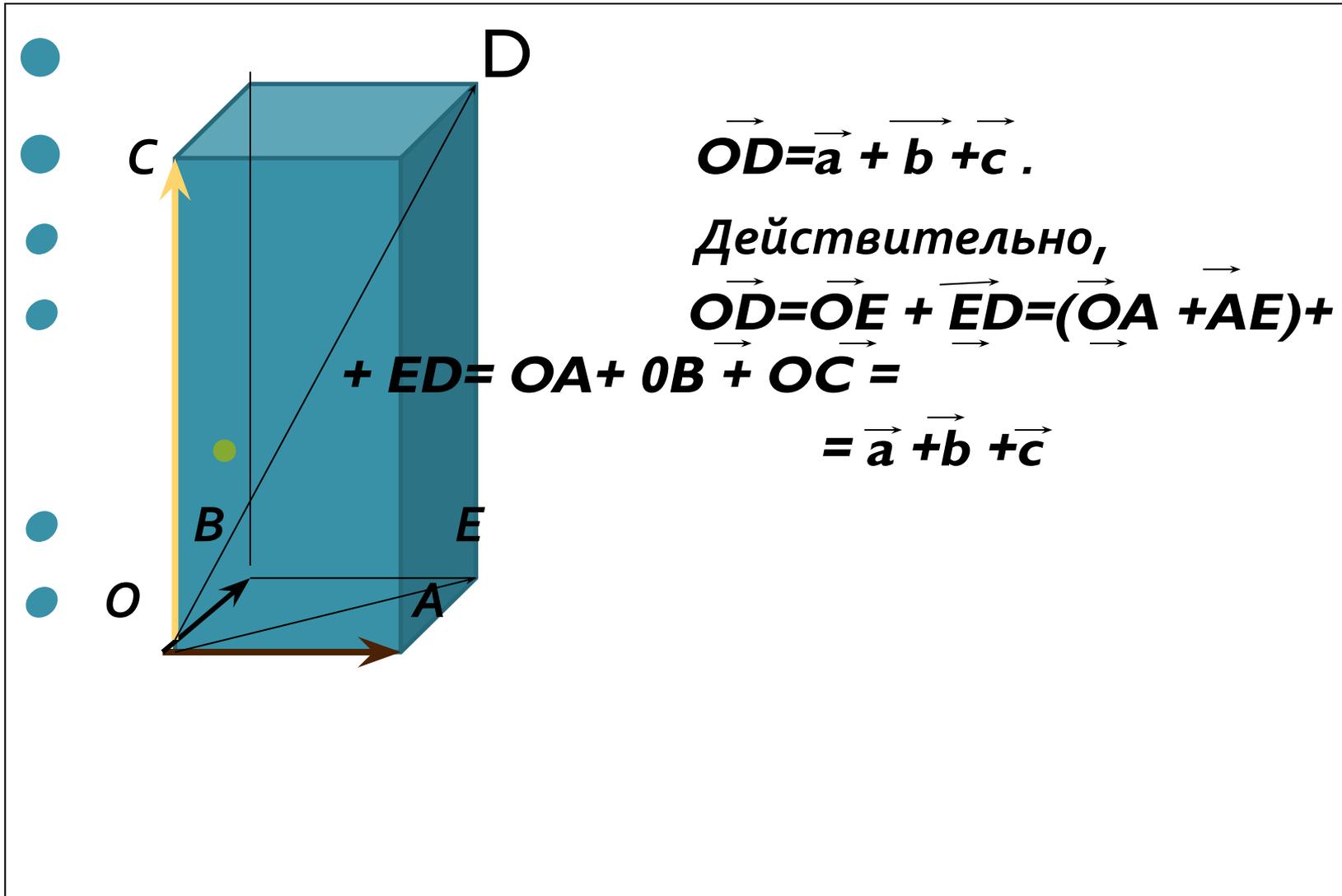
$\vec{b}$

$\vec{c}$

# Правило параллелепипеда



# Правило параллелепипеда



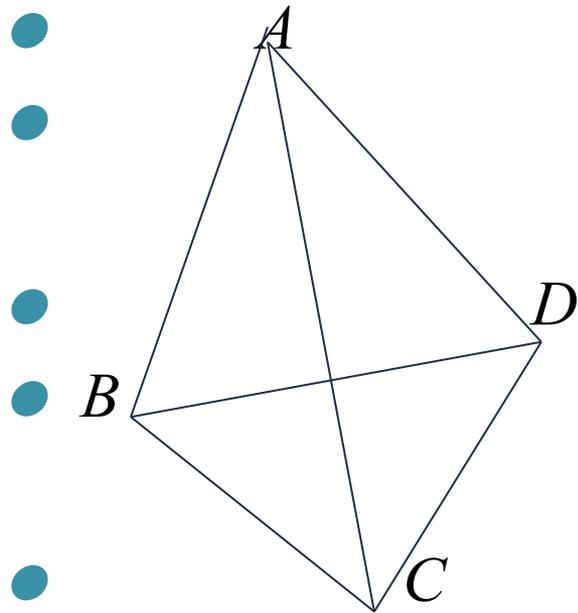
## **Решение задач**

- № 379 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов:
  - а)  $AB + BD + DC$

# Решение задач

- № 379 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов:

- а)  $\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC}$



# Решение задач

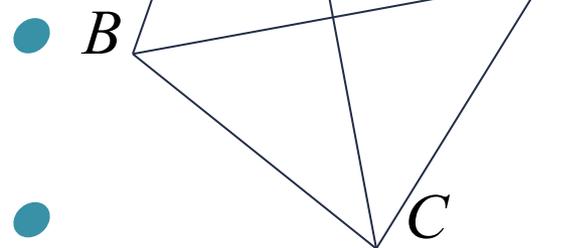
- № 379 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов:

- а)  $\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC}$

- Решение.

- $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}, \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$

- Ответ:  $\vec{AC}$



## Решение задач

● № 379 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов:

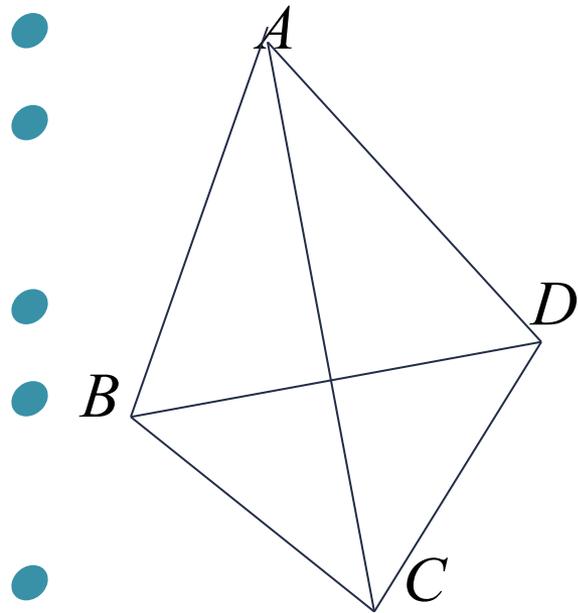
● б)  $AD + CB + DC$



# Решение задач

- № 379 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов:

- б)  $\vec{AD} + \vec{CB} + \vec{DC}$



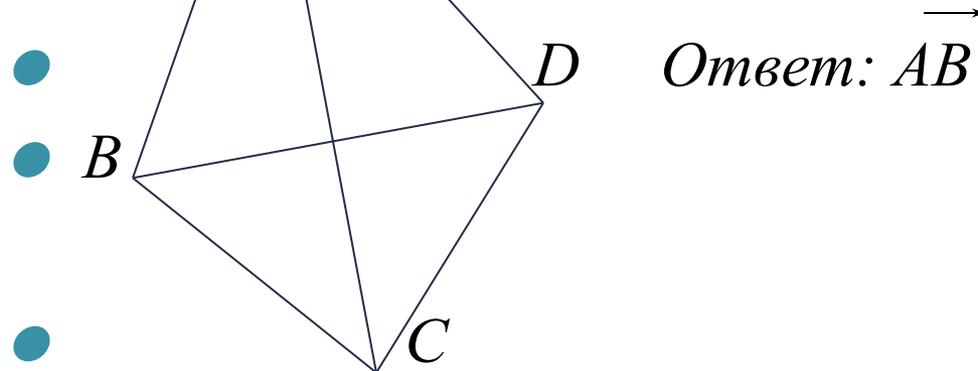
# Решение задач

- № 379 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов:

- б)  $\vec{AD} + \vec{CB} + \vec{DC}$

- Решение.

- $\vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}, \vec{AC} + \vec{CB} = \vec{AB}$



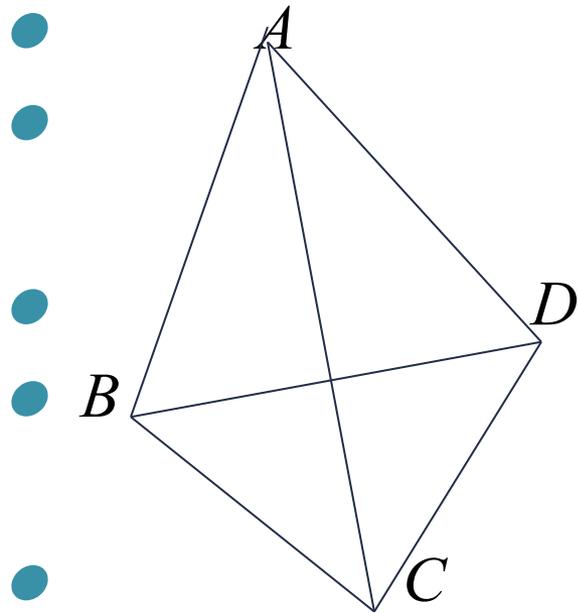
## Решение задач

- № 379 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов:  
 $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} + \vec{DA}$
- в)  $AB + CD + BC + DA$

# Решение задач

- № 379 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов:

- в)  $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} + \vec{DA}$



# Решение задач

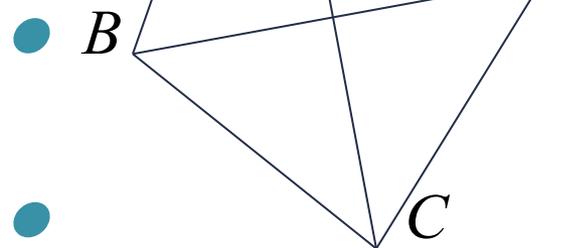
- № 379 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Найдите сумму векторов:

- в)  $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} + \vec{DA}$

- Решение.

- $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}, \vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD}, \vec{AD} + \vec{DA} = \vec{0}$

- Ответ:  $\vec{0}$



## Решение задач

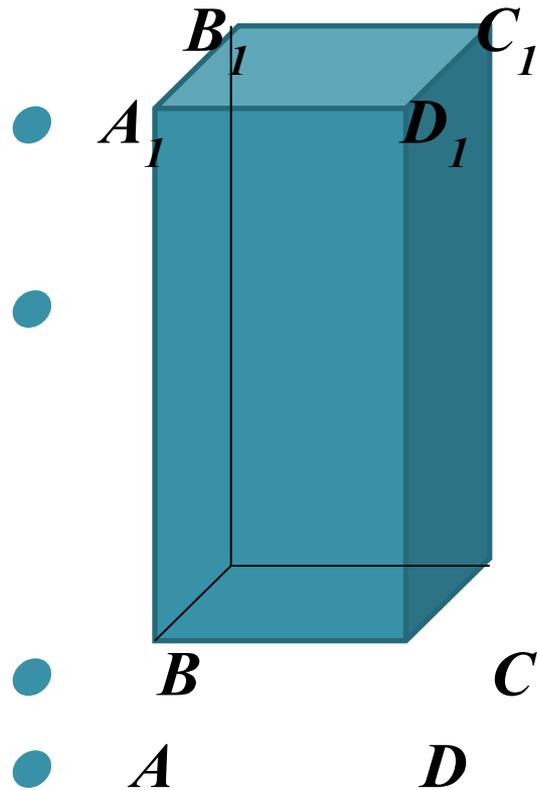
- **№ 358.** Дан параллелепипед  
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите  
вектор, начало и конец  
которого являются вершинами  
параллелепипеда, равный сумме  
векторов :

- a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$

# Решение задач

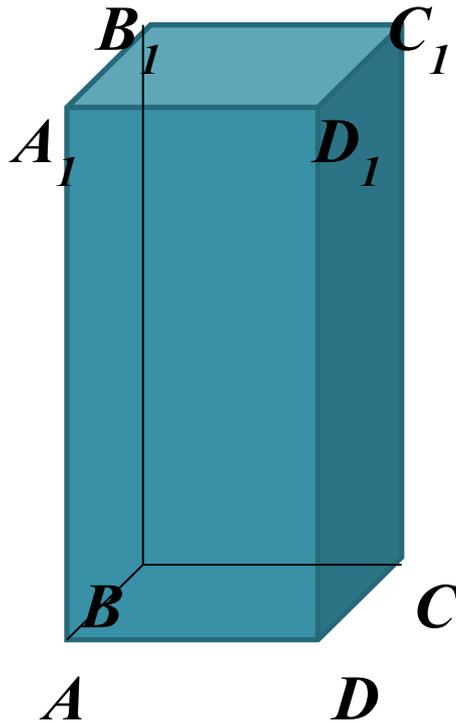
- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :

- a)  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA_1}$



# Решение задач

- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :
- a)  $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA}_1$



Решение

$$\begin{aligned} & \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} \\ & \vec{AC} + \vec{AA}_1 = \vec{AC}_1 \end{aligned}$$

Ответ :  $AC_1$

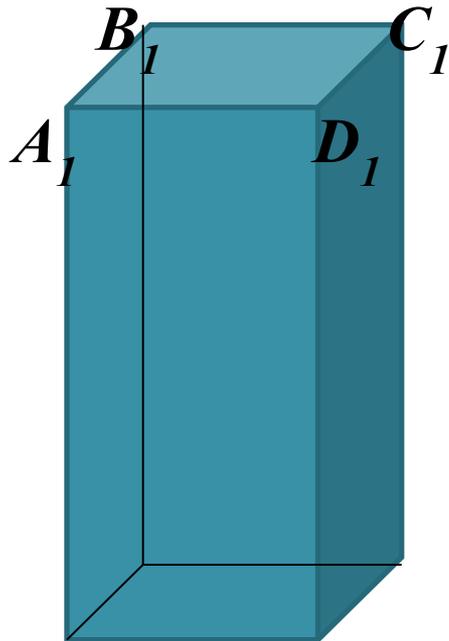
## Решение задач

- **№ 358.** Дан параллелепипед  
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите  
вектор, начало и конец  
которого являются вершинами  
параллелепипеда, равный сумме  
векторов :

- $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD_1}$

# Решение задач

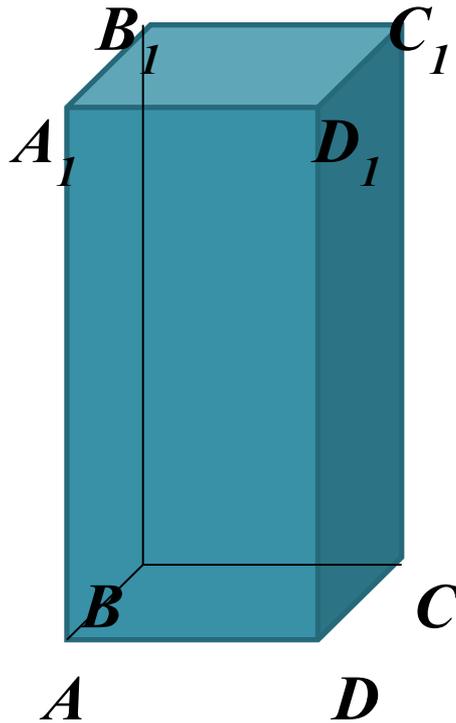
- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :
- б)  $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD}_1$



- $B$   $C$
- $A$   $D$

# Решение задач

- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :
- б)  $\vec{DA} + \vec{DC} + \vec{DD}_1$



Решение

$$\begin{aligned} & \vec{DA} + \vec{DC} = \vec{DB} \\ & \vec{DB} + \vec{DD}_1 = \vec{DB}_1 \end{aligned}$$

Ответ :  $\vec{DB}_1$

## Решение задач

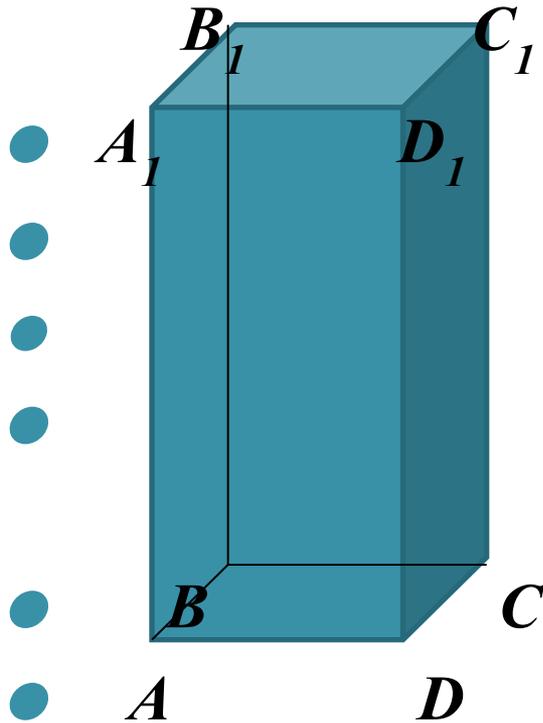
- **№ 358.** Дан параллелепипед  
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите  
вектор, начало и конец  
которого являются вершинами  
параллелепипеда, равный сумме  
векторов :

$$в) \overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{C_1 B_1} + \overrightarrow{B B_1}$$

# Решение задач

- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :

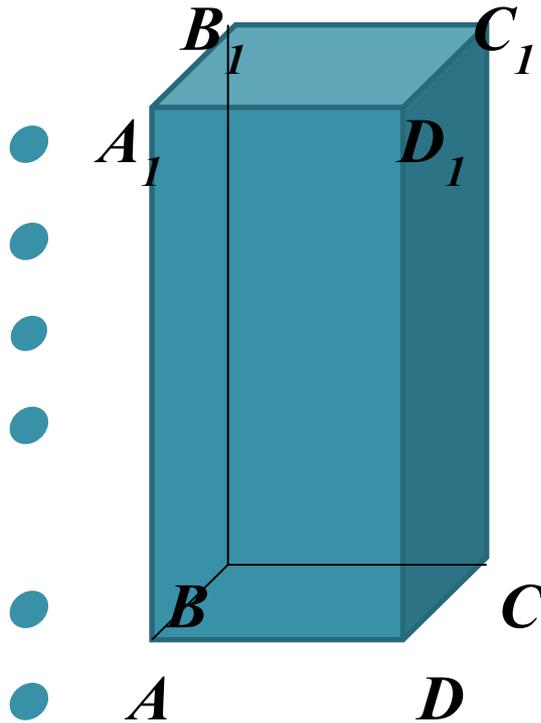
в)  $\vec{A_1 B_1} + \vec{C_1 B_1} + \vec{BB_1}$



# Решение задач

- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :

в)  $\overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{C_1 B_1} + \overrightarrow{B B_1}$



Решение

$$\begin{aligned} \overrightarrow{A_1 B_1} + \overrightarrow{C_1 B_1} &= \overrightarrow{D_1 A_1} + \overrightarrow{A_1 B_1} = \overrightarrow{D_1 B_1} \\ \overrightarrow{D_1 B_1} + \overrightarrow{B B_1} &= \overrightarrow{D B} + \overrightarrow{B B_1} = \overrightarrow{D B_1} \end{aligned}$$

Ответ :  $\overrightarrow{D B_1}$

## Решение задач

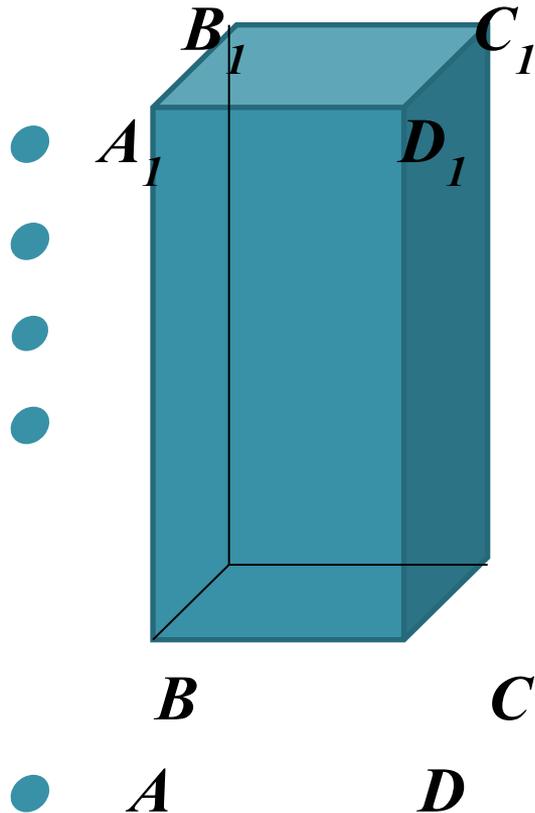
- **№ 358.** Дан параллелепипед  
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите  
вектор, начало и конец  
которого являются вершинами  
параллелепипеда, равный сумме  
векторов :

$$2) \overrightarrow{A_1 A} + \overrightarrow{A_1 D_1} + \overrightarrow{A_1 B_1}$$

# Решение задач

- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :

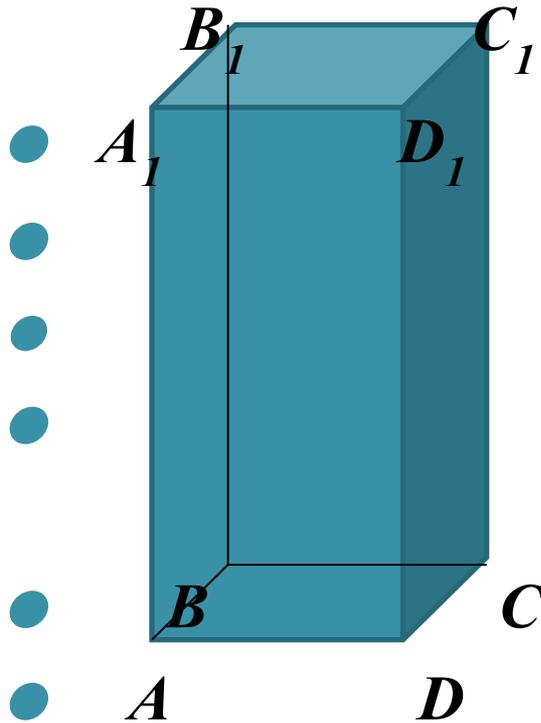
з)  $\vec{A_1 A} + \vec{A_1 D_1} + \vec{AB}$



# Решение задач

- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :

г)  $\vec{A_1 A} + \vec{A_1 D_1} + \vec{AB}$



Решение

$$\vec{A_1 A} + \vec{A_1 D_1} = \vec{A_1 D_1} + \vec{D_1 D} = \vec{A_1 D}$$

$$\vec{A_1 D} + \vec{AB} = \vec{A_1 D} + \vec{DC} = \vec{A_1 C}$$

Ответ :  $A_1 C$

## Решение задач

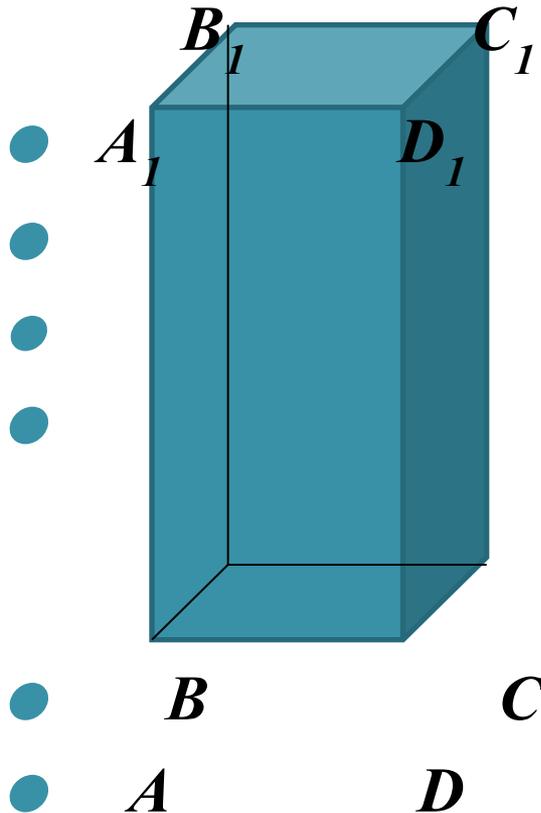
- **№ 358.** Дан параллелепипед  
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите  
вектор, начало и конец  
которого являются вершинами  
параллелепипеда, равный сумме  
векторов :

$$в) \overrightarrow{B_1 A_1} + \overrightarrow{B_1 B_1} + \overrightarrow{B_1 C_1}$$

# Решение задач

- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :

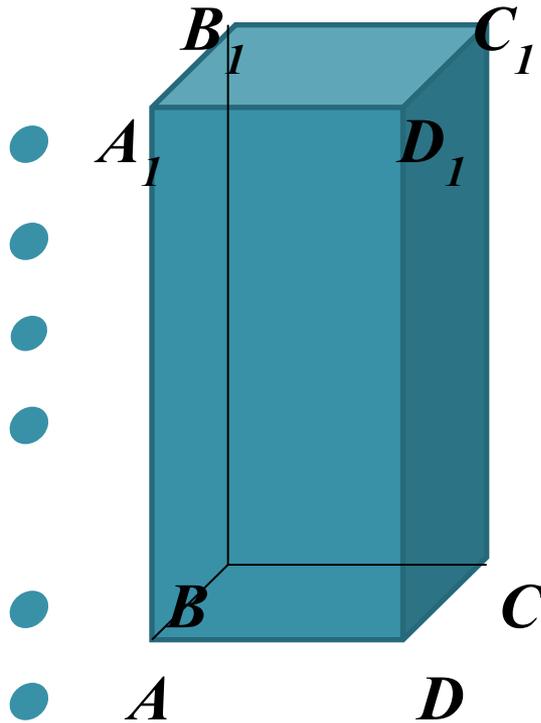
д)  $\vec{B_1 A_1} + \vec{B B_1} + \vec{B C}$



# Решение задач

- № 358. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите вектор, начало и конец которого являются вершинами параллелепипеда, равный сумме векторов :

д)  $\overrightarrow{B_1 A_1} + \overrightarrow{B B_1} + \overrightarrow{B C}$



Решение

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{B_1 A_1} + \overrightarrow{B B_1} = \overrightarrow{B A_1} \\ & \overrightarrow{B A_1} + \overrightarrow{B C} = \overrightarrow{B A_1} + \overrightarrow{A_1 D_1} = \overrightarrow{B D_1} \end{aligned}$$

Ответ :  $\overrightarrow{B D_1}$

## Решение задач

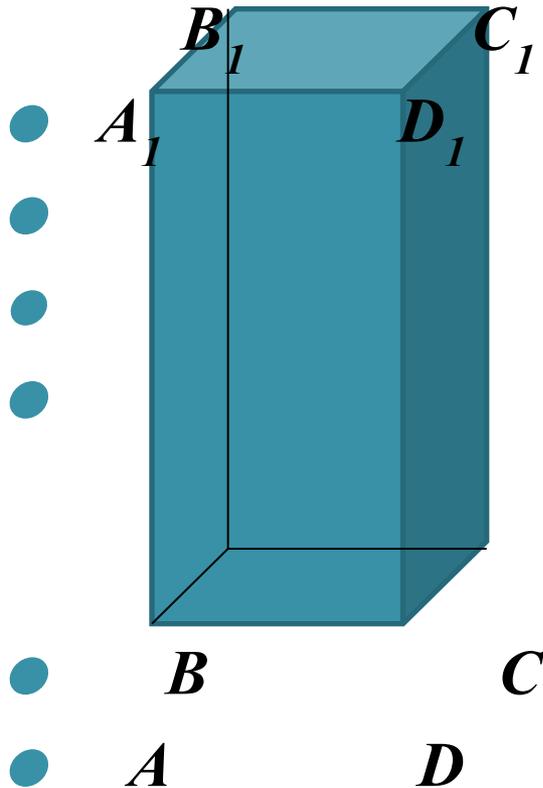
- **№ 358.** Дан параллелепипед  
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Назовите  
вектор, начало и конец  
которого являются вершинами  
параллелепипеда, равный сумме  
векторов :

$$в) \overrightarrow{B_1 A_1} + \overrightarrow{B_1 B_1} + \overrightarrow{B_1 C_1}$$

# Решение задач

- № 380. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите сумму векторов :

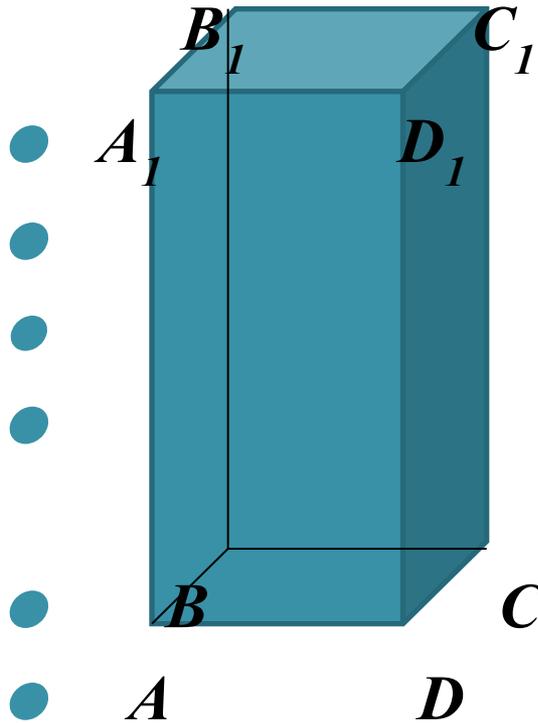
a)  $\vec{AB} + \vec{B_1 C_1} + \vec{DD_1} + \vec{CD}$



# Решение задач

- № 380. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите сумму векторов :

a)  $\vec{AB} + \vec{B_1 C_1} + \vec{DD_1} + \vec{CD}$



Решение

$$\vec{AB} + \vec{B_1 C_1} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

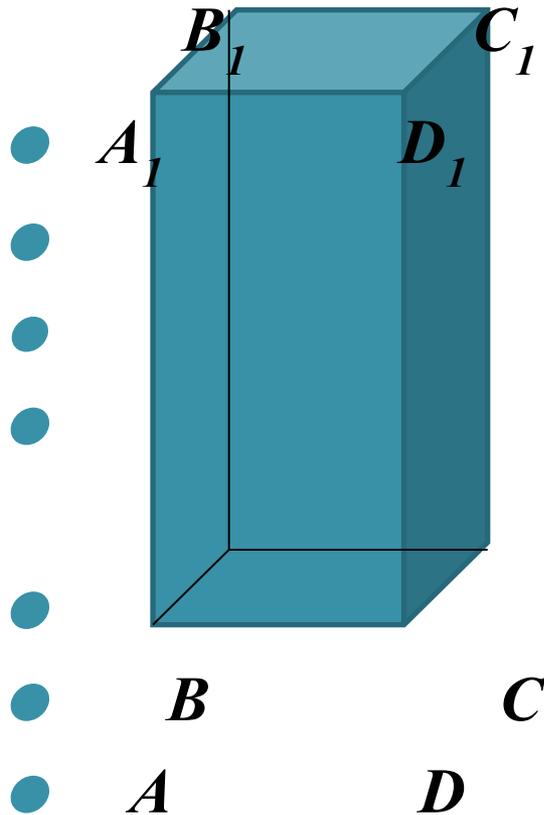
$$\vec{AC} + \vec{CD} + \vec{DD_1} = \vec{AD_1}$$

Ответ :  $AD_1$

# Решение задач

- № 380. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите сумму векторов :

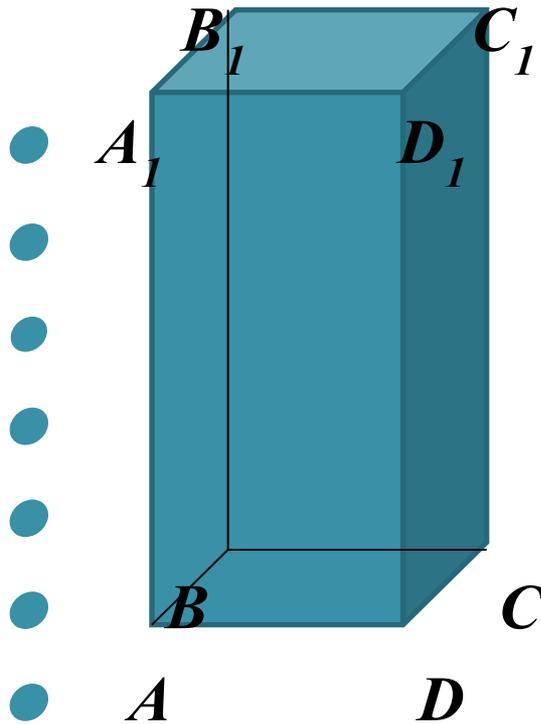
б)  $\vec{B_1 C_1} + \vec{AB} + \vec{DD_1} + \vec{CB_1} + \vec{BC} + \vec{AA_1}$



# Решение задач

- № 380. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите сумму векторов :

б)  $\underline{\underline{\vec{B}_1 C_1 + \vec{AB} + \vec{DD}_1 + \vec{CB}_1 + \vec{BC} + \vec{AA}_1}}$



Решение

$$\vec{AB} + \vec{B_1 C_1} = \vec{AB} + \vec{BC} \Rightarrow \vec{AC}$$

$$\vec{AC} + \vec{CB_1} \Rightarrow \vec{AB_1}$$

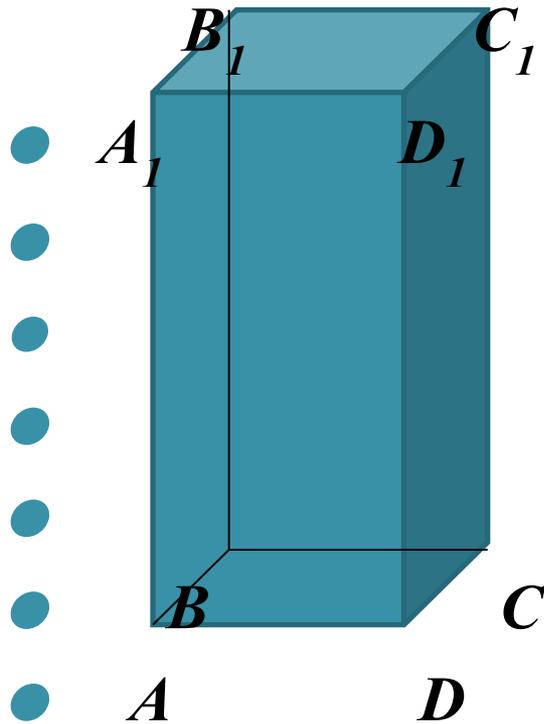
$$\vec{BC} + \vec{AA_1} = \vec{BA_1}; \vec{AB_1} + \vec{BA_1} = \vec{AC_1}$$

Ответ :  $AC_1$

# Решение задач

- № 380. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите сумму векторов :

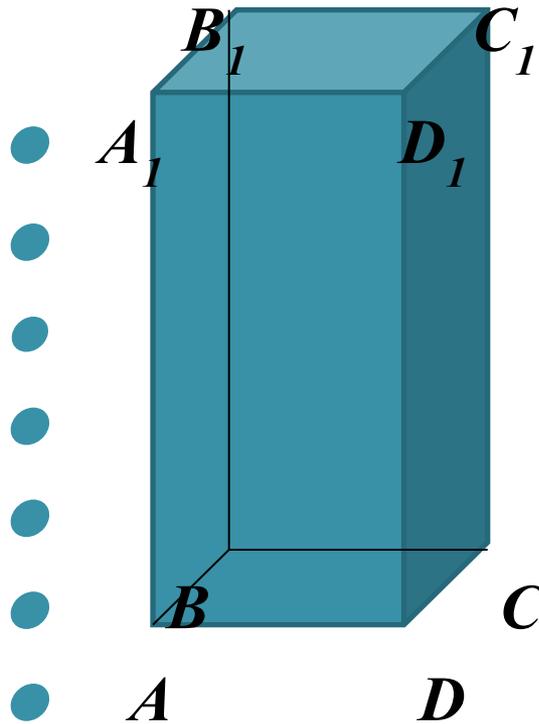
в)  $\vec{BA}_1 + \vec{AC}_1 + \vec{CB} + \vec{DC} + \vec{DA}$



# Решение задач

- № 380. Дан параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найдите сумму векторов :

в)  $\vec{BA}_1 + \vec{AC}_1 + \vec{CB} + \vec{DC} + \vec{DA}$



Решение

$$\vec{DC} + \vec{DA} + \vec{BA}_1 + \vec{AC}_1 + \vec{CB} = \vec{DB}$$

Ответ :  $\vec{DB}$

## Решение задач

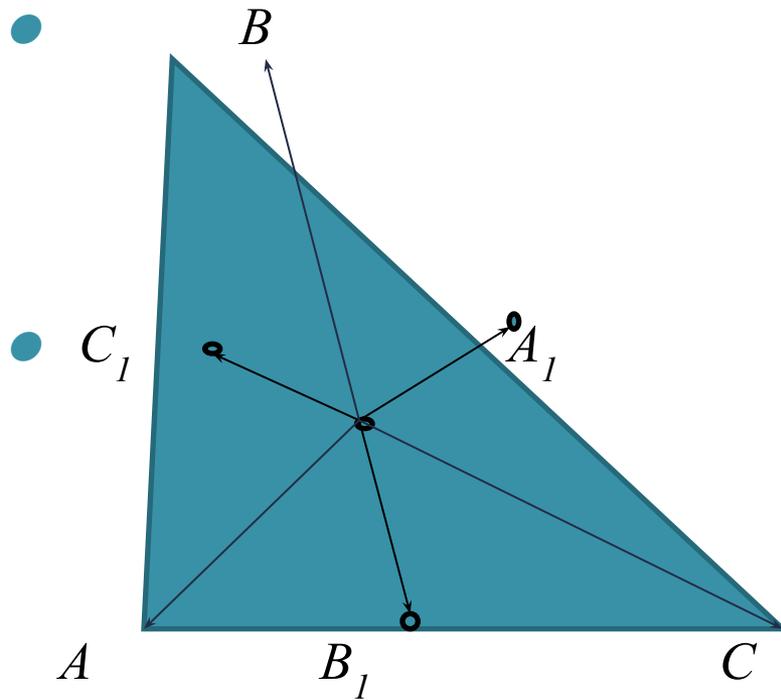
- № 384 Точки  $A_1, B_1, C_1$  – середины сторон  $BC, AC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$ , точка  $O$  – произвольная точка пространства.

Докажите, что

$$\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

# Решение задач

- № 384 Точки  $A_1, B_1, C_1$  – середины сторон  $BC, AC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$ , точка  $O$  – произвольная точка пространства. Докажите, что  $\vec{OA_1} + \vec{OB_1} + \vec{OC_1} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$



# Решение задач

- № 384 Точки  $A_1, B_1, C_1$  – середины сторон  $BC, AC$  и  $AB$  треугольника  $ABC$ , точка  $O$  – произвольная точка пространства. Докажите, что  $\vec{OA}_1 + \vec{OB}_1 + \vec{OC}_1 = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$

- Доказательство  $\vec{OC} + \vec{CA}_1 = \vec{OA}_1$ ;  $\vec{OA}_1 + \vec{A_1B} = \vec{OB}$ ;
- $\vec{CA}_1 + \vec{A_1B} = 1/2 \vec{CB}$ , значит  $\vec{OC} - \vec{OA}_1 = \vec{OA}_1 - \vec{OB}$
- отсюда следует, что  $\vec{OC} + \vec{OB} = 2\vec{OA}_1$
- Аналогично,  $\vec{OC} + \vec{OA} = 2\vec{OB}_1$  и  $\vec{OB} + \vec{OA} = 2\vec{OC}_1$

- Складывая почленно три полученные равенства, получим равенство, которое необходимо доказать.

