

Решение задач с помощью рациональных уравнений

**Презентация к уроку алгебры
(8класс, учебник «Алгебра»
автор Ю.Н.Макарычев)
Выполнил учитель математики
МОУ «Рыбачьевская школа»
города Алушты
Бышук Петр Иванович**

2016 г.

Цели урока:

1. *Научиться составлять дробно-рациональные уравнения по условию задачи.*
2. *Уметь решать задачи с помощью дробно-рациональных уравнений.*

Решите уравнение:

•а) $x^2 - 4x + 4 = 0$

Ответ: $x_1 = 2, x_2 = 2$

б) $3x^2 + 6 = 0$

$3x^2 = -6$

$x^2 = -2$ **Ответ:** корней нет

в) $x^2 + 13x + 22 = 0$

Ответ: $x_1 = -11, x_2 = -2$

г) $\frac{y^2}{y-3} = \frac{9}{y-3}$

ОДЗ: $y \neq 3; y^2 = 9$

$y_1 = 3$ — не удовлетворяет ОДЗ, $y_2 = -3$

Ответ: -3

Решить уравнение: $\frac{2x^2}{x-2} = \frac{4x}{x-2}$.

Решение:

$$\frac{2x^2}{x-2} = \frac{4x}{x-2} \cdot (x-2), \text{ при } x-2 \neq 0.$$

Общий знаменатель $(x-2)$.

$$\frac{2x^2 \cdot (x-2)}{x-2} = \frac{4x \cdot (x-2)}{x-2}$$

$$2x^2 = 4x$$

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$x(2x - 4) = 0$$

$$x = 0; \text{ или } 2x - 4 = 0$$

$$x = 2$$

Проверка:

$$\text{При } x = 0, (0 - 2) = -2 \neq 0.$$

$$\text{При } x = 2, (2 - 2) = 0.$$

Если среди найденных корней окажется такое число, при котором знаменатель дроби обращается в нуль, то такое число корнем уравнения быть не может,

*его называют **посторонним корнем** и в **ответ**: $x = 0$, **ответ не включают**.*



Алгоритм решения дробных рациональных уравнений.

Чтобы решить дробное рациональное уравнение, надо:

- 1) Разложить все знаменатели дробей, входящих в уравнение, на множители.
- 2) Найти общий знаменатель этих дробей.
- 3) Умножить все слагаемые данного уравнения на общий знаменатель.
- 4) Решить получившееся целое уравнение.
- 5) Из найденных корней исключить те, которые обращают в нуль общий знаменатель данного уравнения.

Решение задач с помощью дробных рациональных уравнений.

Этапы решения:

- 1) Этап анализа условия задачи.*
- 2) Этап формализации.*
- 3) Этап решения уравнения.*
- 4) Этап интерпретации.*

Задача 1. Числитель дроби на 3 меньше ее знаменателя.
Сумма дроби и обратной ей дроби в 7,25 раза больше
исходной дроби. Найти исходную дробь.

$$\frac{ч}{3} - ?$$

$$ч - ? \text{ на } 3 < \quad \boxed{}$$


$$\frac{ч}{3} + \frac{3}{ч} \text{ в } 7,25 \text{ р. } > \frac{ч}{3}$$

Решение: Обозначим за x – знаменатель дроби. Тогда $(x-3)$ – числитель этой дроби.

Значит, исходная дробь имеет вид $\frac{x-3}{x}$. Так как по условию задачи сумма дроби $\frac{x-3}{x}$ и обратной ей дроби $\frac{x}{x-3}$ в **7,25** раза больше исходной дроби, то можем составить уравнение:

$$\frac{x-3}{x} + \frac{x}{x-3} = 7,25 \cdot \frac{x-3}{x}$$

$$\frac{x-3}{x} + \frac{x}{x-3} = \frac{29}{4} \cdot \frac{x-3}{x} \quad \cdot 4x(x-3)$$

$$4(x-3)(x-3) + 4x^2 = 29(x-3)(x-3)$$

$$\frac{2x^2}{x-3} = \frac{4x}{x-3}$$

Общий знаменатель $(x-2)$.

$$D = (-150)^2 - 4 \cdot 21 \cdot 225 = 22500 - 18900 = 3600. D > 0.$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-150) \pm \sqrt{3600}}{2 \cdot 21} = \frac{150 \pm 60}{42}$$

$$x_1 = \frac{210}{42} = 5; \quad x_2 = \frac{90}{42} = \frac{15}{7}$$

5 – знаменатель, $5 - 3 = 2$ – числитель.

$$x = 0;$$

Ответ: $\frac{2}{5}$ – исходная дробь.



Задача 4. Велосипедисту надо проехать 15 км. Он выехал на 15 минут позже намеченного срока и, чтобы приехать вовремя, увеличил скорость на 2 км/ч. С какой скоростью ехал велосипедист?

	s	v	t
фактически и	15 км	X км/ч	
планировал проехать	15 км	(X-2) км/ч	



Решение: $\frac{2x^2 \cdot (x - 2)}{(x - 2)^2} = \frac{4x \cdot (x - 2)}{(x - 2)^2}$, при $x - 2 \neq 0$.

Пусть x (км/ч) – скорость велосипедиста.

или $2x - 4 = 0$

И тогда расстояние в

15 км он проехал бы за $\frac{15}{x-2}$ часов.

$$\frac{15}{x-2} - \frac{15}{x} = \frac{15}{60}$$

$$\frac{15}{x-2} - \frac{15}{x} = \frac{1}{4} \cdot 4x(x-2)$$

$$2x^2 - 4x = 0$$

$$60x - 60x + 120 = x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x - 120 = 0$$

Ответ: $x = 0$. При $x = 0, (0 - 2) = -2 \neq$ При $x = 2, (2 - 2) = 0$.

$$x_{1,2} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{484}}{2 \cdot 1} \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Составим уравнение:

$$x_1 = \frac{2 + 22}{2} = \frac{24}{2} = 12;$$

$$x_2 = \frac{2 - 22}{2} = \frac{-20}{2} = -10$$

~~Ответ: 12 км/ч.~~

	v	t	S
По течению	$(5+x)$ км/ч	$\frac{14}{5+x}$	14 км
Против течения	$(5-x)$ км/ч	$\frac{9}{5-x}$	9 км

Пусть x (км/ч) – скорость течения реки.

Решение.

Тогда $(5 + x)$ км/ч скорость моторной лодки по течению реки и $(5 - x)$ км/ч скорость моторной лодки против течения.

Известно, что моторная лодка прошла по течению реки **14** км, а значит, затратила на это расстояние $\frac{14}{5+x}$ часов. Затем против течения лодка прошла **9** км, затратив на это расстояние $\frac{9}{5-x}$ часов.

$$\frac{14}{5+x} + \frac{9}{5-x} = 5 \cdot (5+x)(5-x)$$

По условию известно, что на весь путь моторная лодка затратила **5** часов.

Составим уравнение:

$$14(5-x) + 9(5+x) = 5(5+x)(5-x)$$

$$70 - 14x + 45 + 9x = 125 - 5x^2$$

$$5x^2 - 5x - 10 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

== — — — ==

$$D_1 = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9. D > 0.$$

Общий знаменатель $(5+x)(5-x)$

$$x_1 + x_2 = -1$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = -2$$

$$x_1 x_2 = q$$

$$x_1 = -1;$$

$$x_2 = 2$$

Ответ: 2 км/ч.



Решите задачи:

Скорость течения реки 2 км/ч , катер двигался по течению 40 км , а против течения 6 км , затратив на весь путь 3 ч . Какова собственная скорость катера?

Решение:

$$\frac{40}{x+2} + \frac{6}{x-2} = 3$$

$$\frac{40}{x+2} + \frac{6}{x-2} = 3 \quad | \quad \times (x+2)(x-2)$$

$$40(x-2) + 6(x+2) = 3(x^2 - 4)$$

$$40x - 80 + 6x + 12 = 3x^2 - 12$$

$$3x^2 - 46x + 56 = 0$$

$$D = 1444, \quad x_1 = 14, \quad x_2 = \frac{4}{3} \text{ не удовлетворяет условию задачи}$$

Ответ: 14 км/ч

Вопросы:

- Каковы этапы решения задач на составление дробного рационального уравнения ?
- Как проводится интерпретация полученных решений?
- В каких случаях полученные корни уравнения могут не удовлетворять условию задачи?

Домашнее задание:

п.26 (задача 1)

Решить №618 и №620

Спасибо за урок!

Используемые источники информации:

1. Ю.Н.Макарычев «Алгебра» учебник для 8-го класса.
2. Материалы сайта <http://videouroki.net>