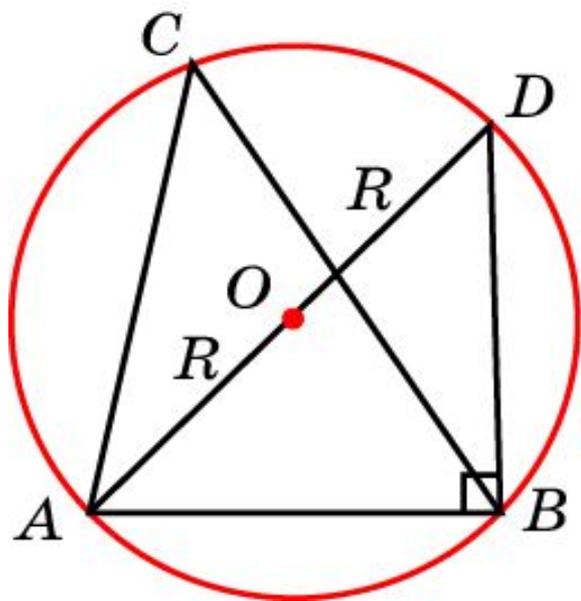


# Теорема синусов

**Теорема.** (Теорема синусов.) Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов. Причем отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной около треугольника окружности,  $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} = 2R$ .



**Доказательство.** Опишем около треугольника  $ABC$  окружность с центром  $O$  и радиусом  $R$ . В треугольнике  $ABD$ , сторона  $AD$  которого проходит через  $O$ , углы  $C$  и  $D$  опираются на одну и ту же дугу и, следовательно, равны.  $\angle ABD = 90^\circ$ . Таким образом,

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AB}{\sin D} = AD = 2R.$$

Аналогично имеют место и другие требуемые равенства.

## Упражнение 1

В треугольнике даны две стороны  $a = 3$ ,  $b = 3\sqrt{2}$ ,  
противолежащий стороне  $a$  угол  $A$  равен  $30^\circ$ .  
Найдите угол  $B$ , лежащий против стороны  $b$ .

**Ответ:** Угол  $B$  равен  $45^\circ$  или  $135^\circ$ .

## Упражнение 2

Стороны треугольника относятся как  $2 : 3 : 4$ .  
Найдите отношения синусов углов этого  
треугольника.

Ответ:  $2 : 3 : 4$ .

## Упражнение 3

Синусы углов треугольника относятся как 3 : 4 : 5. Найдите отношение сторон этого треугольника. Какой это треугольник?

**Ответ:** 3 : 4 : 5, прямоугольный.

## Упражнение 4

Найдите отношения сторон  $AC : BC$  и  $AB : BC$  в треугольнике  $ABC$ , в котором: а)  $\angle A = 120^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ; б)  $\angle A = 90^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ .

**Ответ:** а)  $\sqrt{3} : 3$ ,  $\sqrt{3} : 3$ ; б)  $1 : 2$  и  $\sqrt{3} : 2$ .

## Упражнение 5

Углы треугольника относятся как  $1 : 2 : 3$ . Найдите отношение сторон.

Ответ:  $1 : \sqrt{3} : 2$ .

## Упражнение 6

В треугольнике  $ABC$   $AB = 6$  см,  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle C = 120^\circ$ . Найдите сторону  $BC$ .

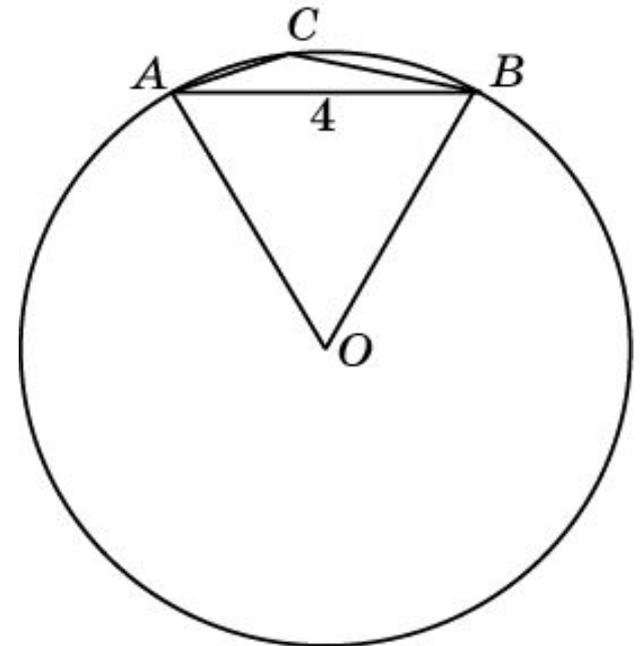
Ответ:  $2\sqrt{6}$  см.

## Упражнение 7

В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB$  равна 4 см, угол  $C$  равен  $150^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности.

**Решение.** Пусть  $O$  – центр описанной окружности треугольника  $ABC$ . Тогда угол  $AOB$  равен  $60^\circ$ . Следовательно, треугольник  $AOB$  – равносторонний. Радиус описанной окружности равен 4.

**Ответ.** 4.



## Упражнение 8

Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 10 см. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности, если противолежащий этой стороне угол  $C$  равен: а)  $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ ; г)  $90^\circ$ ; д)  $150^\circ$ .

**Ответ:** а) 10 см; б)  $5\sqrt{2}$  см; в)  $\frac{10\sqrt{3}}{3}$  см;  
г) 5 см; д) 10 см.

## Упражнение 9

Радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , равен 3 см. Найдите сторону  $AB$  этого треугольника, если противолежащий ей угол  $C$  равен: а)  $30^\circ$ ; б)  $45^\circ$ ; в)  $60^\circ$ ; г)  $90^\circ$ ; д)  $150^\circ$ ?

**Ответ:** а) 3 см; б)  $3\sqrt{2}$  ; в)  $3\sqrt{3}$  см; г) 6 см;  
д) 3 см.

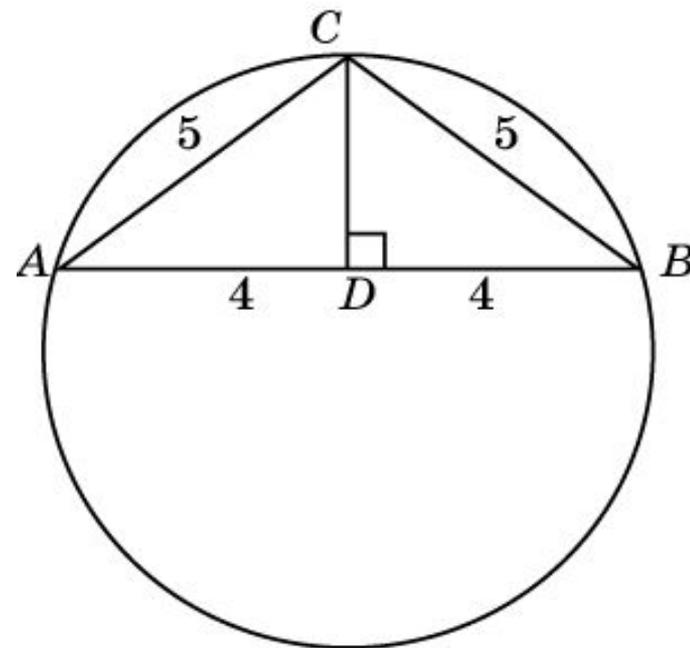
## Упражнение 10

Стороны треугольника равны 5, 5, 8. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

**Решение.** Пусть в треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 5$ ,  $AB = 8$ . Тогда высота  $CD$  равна 3,  $\sin A = 0,6$ .

Для радиуса  $R$  описанной окружности имеем:  $R = \frac{BC}{2 \sin A} = 4\frac{1}{6}$ .

**Ответ.**  $4\frac{1}{6}$ .

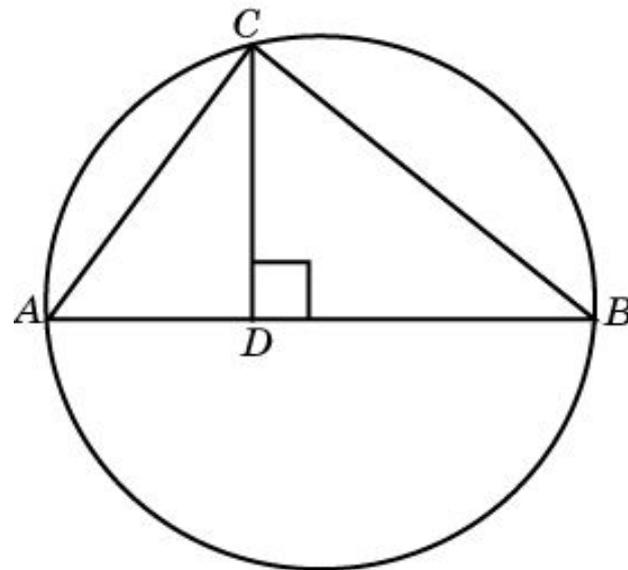


## Упражнение 11

Две стороны треугольника равны 5 и 6. Высота, опущенная на его третью сторону, равна 4. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

**Решение.** Пусть в треугольнике  $ABC$   $AC = 5$ ,  $BC = 6$ , высота  $CD$  равна 4. Тогда  $\sin A = 0,8$ . Для радиуса  $R$  описанной окружности имеем:  $R = \frac{BC}{2 \sin A} = 3\frac{3}{4}$ .

**Ответ.**  $3\frac{3}{4}$ .

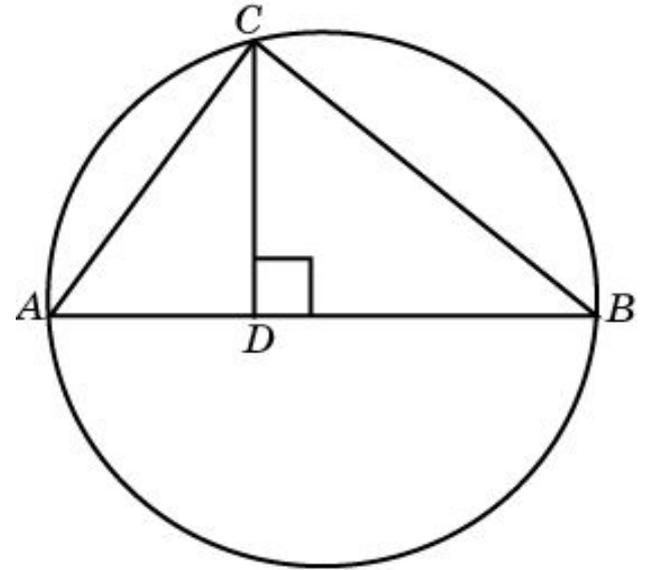


## Упражнение 12

Две стороны треугольника равны 4 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Найдите высоту, опущенную на третью сторону этого треугольника.

**Решение.** Пусть в треугольнике  $ABC$   $AC = 4$ ,  $BC = 6$ , радиус  $R$  описанной окружности равен 5. Тогда  $\sin A = 0,6$  и высота  $CD$  равна 2,4.

**Ответ.** 2,4.



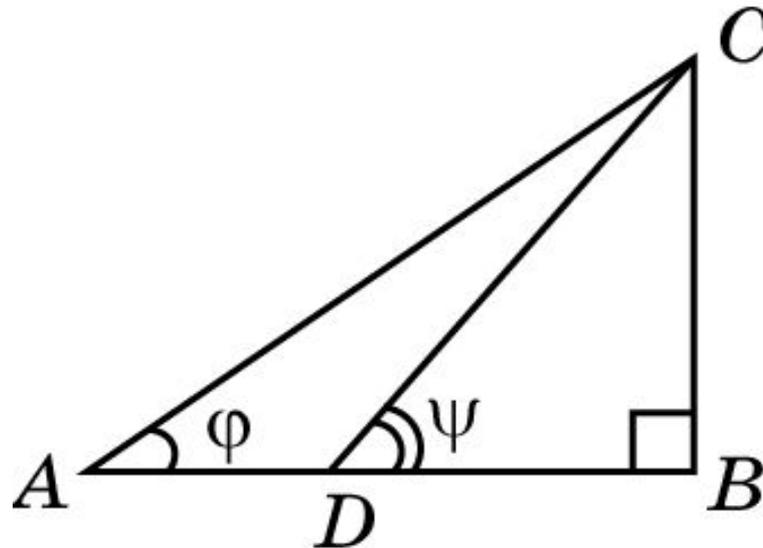
## Упражнение 13\*

Спортивный самолет летит по замкнутому треугольному маршруту с постоянной скоростью. Два угла этого треугольника равны по  $30^\circ$ . Большую сторону он пролетел за 1 ч. За сколько времени он пролетит весь маршрут?

Ответ:  $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{3} \approx 2$  ч 5 мин.

## Упражнение 14\*

Используя рисунок, укажите способ нахождения высоты недоступного предмета.



Ответ:  $BC = \frac{AD \sin \varphi \cdot \sin \psi}{\sin(\psi - \varphi)}$ .