

Про логічну будову  
планіметрії.  
Основні поняття.  
Аксиоми планіметрії



ЕТРИЯ  
5



**Геометрія** – це наука про просторову форму й кількісні характеристики предметів реального світу.

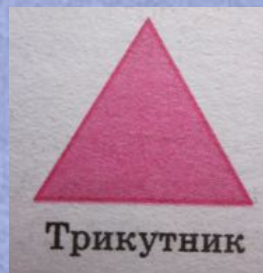
Слово «*геометрія*» – грецького походження, що в перекладі українською мовою означає землемірство (назва походить від вимірювань на місцевості).

Шкільна геометрія складається з двох частин: *планіметрії* і *стереометрії*.

**Планіметрія** – це розділ геометрії, у якому вивчаються геометричні фігури на площині .

**Стереометрія** – це розділ геометрії, у якому вивчаються фігури в просторі.

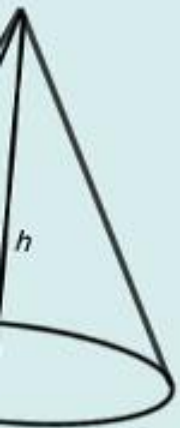
Трикутник, круг, чотирикутник, багатокутник.



**Геометричні фігури** – це абстрактні фігури, які нагадують предмети, що нас оточують. Щоб відрізнити одну геометричну фігуру (чи поняття) від іншої, їх описують у вигляді твердження, яке називають *означенням*.

**Означення** – це твердження, яке описує істотні властивості предмета, що дає змогу відрізнити його від інших. Означити всі геометричні фігури неможливо.

Наприклад, точка, пряма, площина. Їх називають **неозначуваними**, або **початковими** (з яких усе починається), або **основними**, як називали їх у планіметрії.



ЕТРИЯ

5



*Логічну побудову планіметрії можна описати за такими етапами:*

1. Вибір геометричних понять, які називають основними поняттями (абстрактних фігур).
2. Формулювання основних властивостей для цих геометричних понять за допомогою тверджень, які вважаються істинними без доведень.
3. Побудова інших понять, які означуються через основні поняття та їхні властивості, та тверджень, істинність яких

Таку побудову науки називають **аксіоматичною**. Її назва походить від слова «*аксіома*». Це слово грецького походження, що в перекладі українською мовою означає повага, авторитет, незаперечна істина.

**Аксіома** – це твердження, яке приймається істинним без доведення. Основні властивості найпростіших геометричних фігур, які вважають істинними без доведення і які є вихідними під час доведення інших властивостей, називають **аксіомами геометрії**.

# Для шкільного курсу планіметрії визначено:

1. Основні геометричні фігури (поняття) –  
точка,  
пряма.

**Точка** – найпростіша геометрична фігура. Усі  
інші

геометричні фігури складаються з точок, у тому  
числі й пряма.

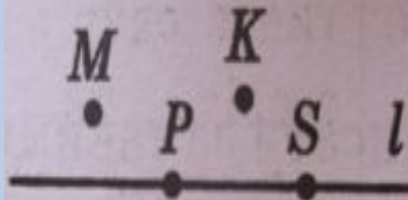
2. Аксиоми планіметрії – це основні властивості  
найпростіших геометричних фігур.

3. Систему означень планіметричних фігур і

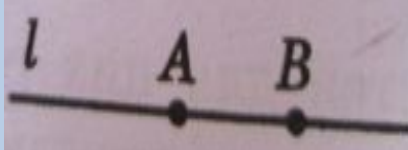
# АКСІОМИ ПЛАНІМЕТРІЇ

## Аксіоми належності

$I_1$ .



$I_2$ .

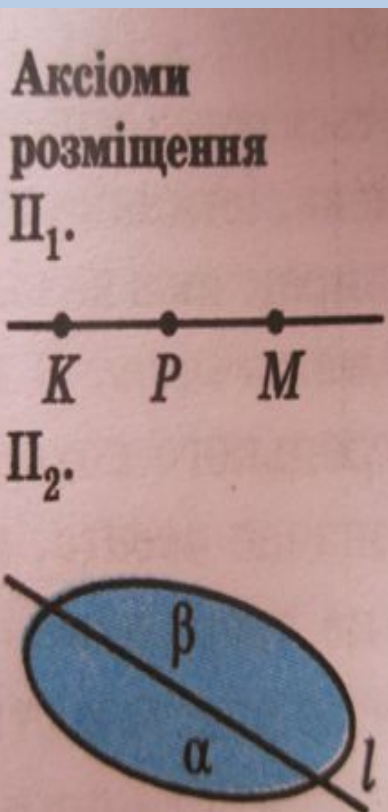


$I_1$  Якщо б не була пряма, існують точки, що не належать цій прямій, і точки, що не належать їй

$I_2$  Через будь-які дві точки можна провести пряму і до того ж тільки одну

Дві різні прямі або не перетинаються, або перетинаються тільки в одній точці

II



$\Pi_1$  З трьох точок на  
прямої одна і тільки  
одна лежить між  
дво  
ма іншими

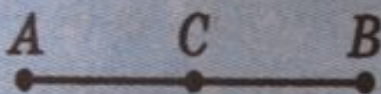
$\Pi_2$  Пряма розбиває  
площину на дві пів-  
площини

Якщо кінці будь-  
якого від різка нале-  
жать одній пів пло-  
щині, то відрізок не  
перетинає пряму.  
Якщо кінці відріз-  
ка належать різним  
півплощинам, то  
відрізок перетинає  
пряму



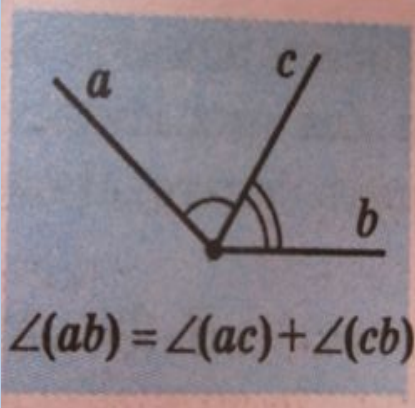
# III

## Аксіоми вимірювання III<sub>1</sub>.



$$AB = AC + CB$$

## III<sub>2</sub>.



$$\angle(ab) = \angle(ac) + \angle(cb)$$

III<sub>1</sub> Кожний відрізок має певну довжину, більшу від нуля. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він розбивається будь-якою його точкою.

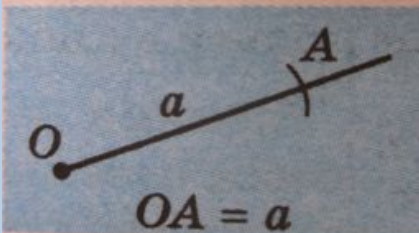
III<sub>2</sub> Кожний кут має певну градусну міру, більшу від нуля. Розгорнутий кут дорівнює 180°. Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем, що проходить між його сторонами

Якщо три точки А, В і С лежать на одній прямій, то точка С лежатиме між точками А і В у випадку, коли  $AB = AC + CB$ .  
Якщо від даної півпрямої відкласти в одну й ту саму півплощину два кути, то сторона меншого кута, відмінна від даної півпрямої, проходить між сторонами більшого кута

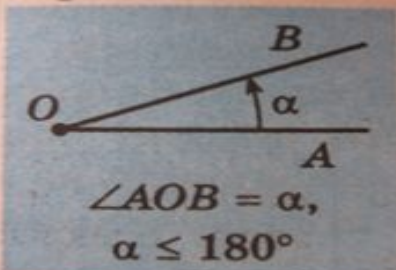
# IV

## Аксиоми відкладання

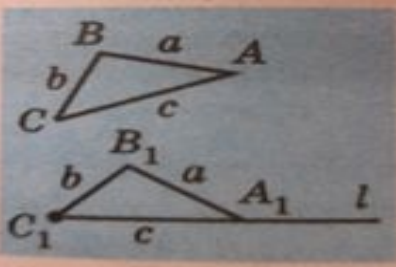
IV<sub>1</sub>.



IV<sub>2</sub>.



IV<sub>3</sub>.



IV<sub>1</sub> На будь-якій півпрямій від її початкової точки можна відкласти відрізок заданої довжини і до того ж тільки один.

IV<sub>2</sub> Від будь-якої півплощини можна відкласти кут із заданою градусною мірою, меншою  $180^\circ$ , і до того ж тільки один.

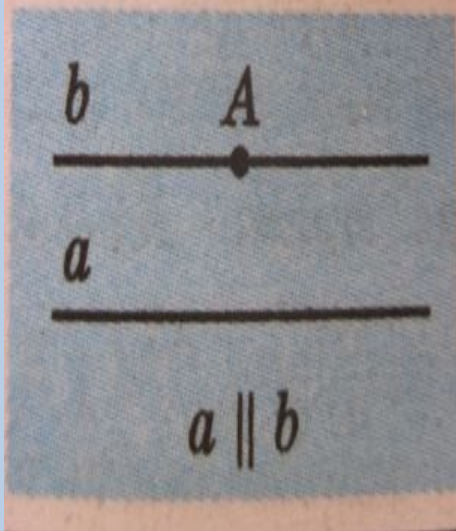
IV<sub>3</sub> Який би не був трикутник, існує трикутник, що дорівнює йому, у заданому розміщенні відносно даної півпрямой

Якщо пряма, яка не проходить через жодну з вершин трикутника, перетинає одну з його сторін, то вона перетинає тільки одну з двох інших сторін

V

## Аксиома паралельності

$V_1$ .



$V_1$  Через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести не більше як одну пряму, паралельну даній

Якщо пряма перетинає одну з двох паралельних прямих, то вона перетинає й другу

\*Твердження, істинність якого встановлюється шляхом доведення і яке використовується для доведення інших тверджень, називають **теоремою**.

Теорема складається з двох частин: *умови і висновку*. Для доведення теорем у шкільному курсі геометрії використовують в основному такі методи:

а) по структурі доведення – *прямий* (аналітичний і синтетичний), *від супротивного*;

б) по використанню математичного апарату – *алгебраїчний, координатний, векторний* і т.д.



ЕТРИЯ

5



Отже, геометрія, як і інші математичні науки, будується за такою схемою: спочатку потрібно ввести основні поняття, задати аксіоми, а пізніше, опираючись на аксіоми, виводити інші факти.

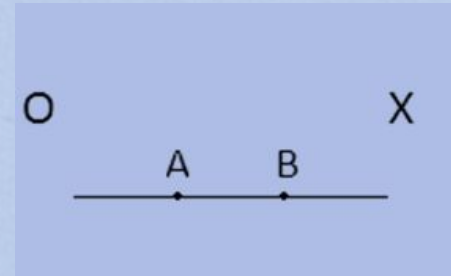


ЕТРИЯ  
5



1) На промені  $OX$  відкладено два відрізки:  
 $OA = 7,3$  см і  $OB = 5,8$  см.

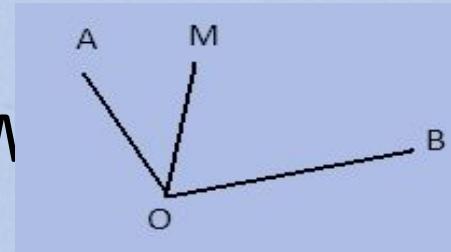
Визначте довжину відрізка  $AB$ .



2) Знайдіть градусну міру кута

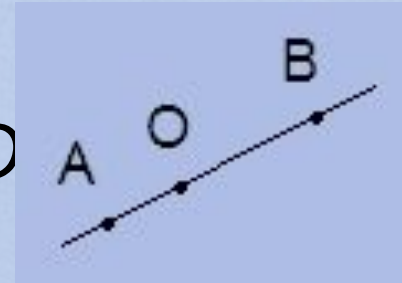
$\angle BOM$ , якщо  $\angle AOB = 150$ , а

$\angle BOM$  у 2 рази більший за  $\angle AOM$

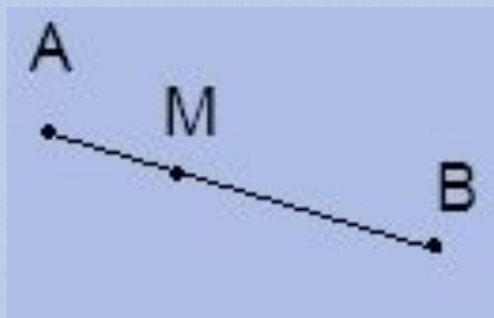


3) На відрізку  $AB$  завдовжки 48 см  
позначено точку  $O$ .

Знайдіть довжини відрізків  $AO$  і  $OB$   
якщо  $AO : OB = 3 : 5$ .



4) Знайдіть довжини відрізків  $AM$  і  $BM$ , якщо довжина відрізка  $AB$  дорівнює  $12$  см, а відрізок  $AM$  коротший за відрізок  $BM$  на  $3$  см.



5) Промінь  $OM$  проходить між сторонами  $\sphericalangle KOC$ , градусна міра якого дорівнює  $153^\circ$ . Знайдіть кути  $KOM$  і  $MOC$ , коли відомо, що  $\sphericalangle MOC$  у  $2$  рази більший за  $\sphericalangle KOM$ .

