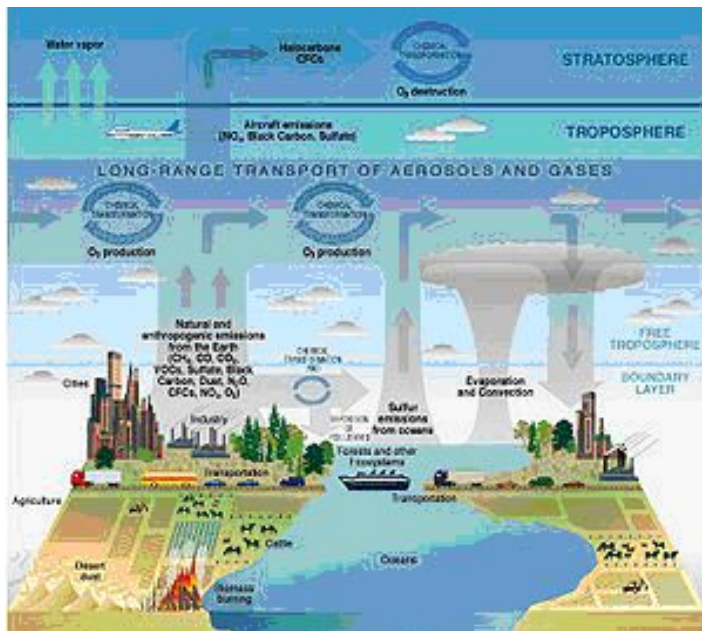


ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

Лекція 1

МОДЕЛЮВАННЯ БІОТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ, ЯК МЕТОД ЇХ НАУКОВОГО ПІЗНАННЯ

- *Моделювання і види моделей .*
- *Передумова математичне моделювання .*
- *Етапи розробки математичної моделі .*
- *Класифікація математичних моделей біотехнічних і технологічних об'єктів .*
- *Теорія подібності, як інструмент моделювання .*
- *Основні критерії подібності і їх використання .*
- *Моделювання біотехнічних об'єктів.*



Моделювання -

- є відображенням системи у фізичному, аналоговому або математичному вигляді, яке проявляється і розвивається в процесі створення моделі і її практичному використанні.
- Modeling - it is the reflection of the system in a physical, analog or mathematical kind, which shows up and develops in the process of creation of model and its practical use.

Моделювання і види моделей

Фізична модель

Аналогова модель

Математична модель

метод експериментального вивчення різних фізичних явищ, оснований на їх фізичній подібності.

заснована на аналогії явищ і процесів, що мають різну фізичну природу, але описують-ся однаковими математичними рівняннями.

виконує заміну фізичного об'єкту на математичні дії над закодованими величинами відповідно до математичного опису процесу, незалежно від його фізичного змісту.

Моделювання електромагнітної індукції

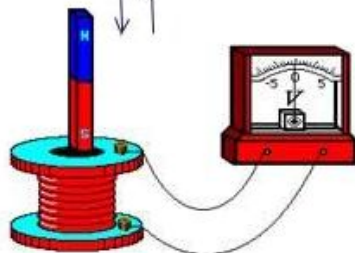
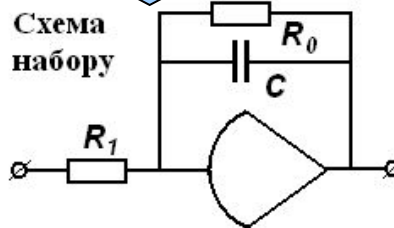


Схема набору



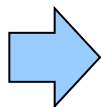
Аналогова модель інерційної ланки першого порядку $\frac{k}{1 + T p}$

$$\text{де } k = \frac{R_0}{R_1}; \quad T = R_0 C$$



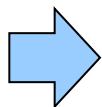
Фізичне моделювання

Застосовується при умові:



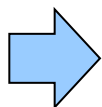
- Точного математичного опису явища не існує, або такий опис дуже громіздкий і вимагає для розрахунків великого об'єму початкових даних.
- Відтворення досліджуваного фізичного явища в цілях експерименту в реальних масштабах неможливе, небажано або дуже дорого (наприклад, цунамі).

Метод полягає



В створенні лабораторної *фізичної моделі* явища в зменшених масштабах, і проведенні експериментів на цій моделі

Метод дає результати



У разі дотримання *фізичної подібності* реально-го явища і моделі. Подібність досягається за рахунок рівності для моделі і реального явища значень **критеріїв подібності**.

Аналогове моделювання

● Існує аналогія

наприклад, між законами переносу тепла, речовини і проходженням електричного струму і рівняннями їх математичного опису.

- Закон теплопровідності Фур'є (перенесення тепла):

$$q = - \lambda \Delta t$$

- Закон дифузії Фіка (перенесення речовини):

$$j = - D \Delta C$$

- Закон Ома (перенесення електричного струму) :

$$I = - k \Delta U$$

● Види АВМ

В АВМ кожній елементарній математичній операції над машинними величинами, як правило, відповідає деяка фізична закономірність, що виражає математичні залежності між фізичними величинами на вході і виході вирішального пристрою.

В залежності від природи машинної величини розрізняють аналогове моделювання: механічне, пневматичне, гідравлічне, електрогідравлічне, електромеханічне, світлове.

● Використання

- Для електричного моделювання механічних систем. Електричні моделі набагато зручніші для експериментального дослідження, ніж модельовані механічні.
- Дослідження процесів теплопровідності, засноване на електротепловій і гідротепловій аналогіях.
- Для дослідження променистого (радіаційного) перенесення тепла застосовують метод *світлового моделювання*, при якому потоки теплового випромінювання замінюють потоками світлового випромінювання.

Математичне моделювання

- Математичне моделювання – це засіб вивчення реального об'єкту, процесу або системи шляхом їх заміни математичною моделлю, зручнішою для експериментального дослідження за допомогою ЕОМ.
- **Математична модель** є наближеним представленням реальних об'єктів, процесів або систем, вираженим в математичних термінах, які зберігають істотні риси оригіналу.
- **Математичні моделі** в кількісній формі, за допомогою логіко-математичних конструкцій, описують основні властивості об'єкту, процесу або системи, його параметри, внутрішні і зовнішні зв'язки.
- Використовується в завданнях механіки твердого тіла, рідини і газу, теорії фільтрації, теплопровідності, теорії електростатичного і електродинамічного полів
- У загальному випадку **математична модель** реального об'єкту, процесу або системи представляється у вигляді системи функціоналів

$$\Phi_i(X, y, z, t) = 0,$$

де X – вектор вхідних змінних, $X = [x_1, x_2, x_3 \dots, x_n]^t$

Y – вектор вихідних змінних, $Y = [y_1, y_2, y_3 \dots, y_n]^t$

Z – вектор зовнішніх дій, $Z = [z_1, z_2, z_3 \dots, z_n]^t$

t – координата часу.

Передумови математичного моделювання

Основні вимоги до моделювання

Досліди на моделі повинні проводитись скоріше і бути більш простими, зручними екологічними і більш безпечними, чим на

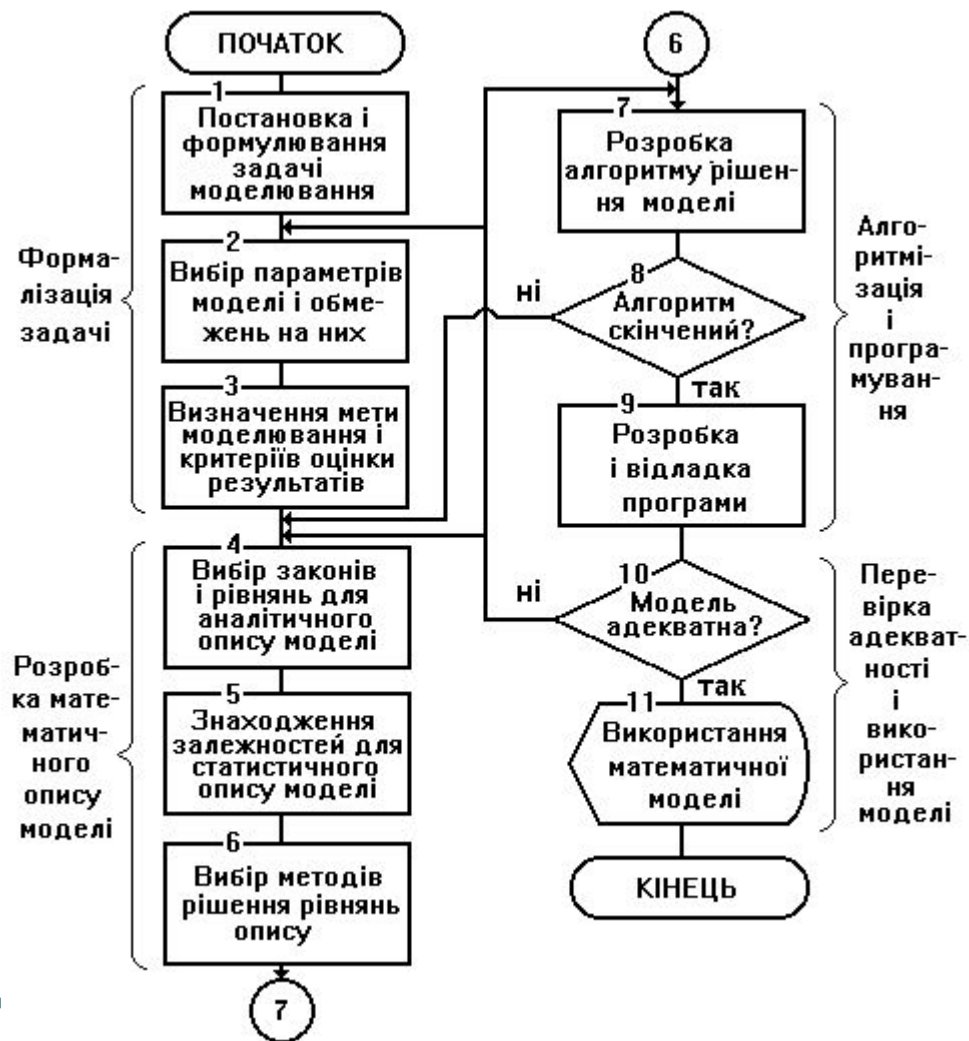
В математичній моделі повинні бути відомі алгоритми по яких проводиться розрахунок параметрів об'єкту, який вивчається на моделі;

Структура і призначення моделі повинні відповідати основним цілям моделювання, так як ні одна модель не може повністю співпадати з оригіналом, і любе моделювання носить приблизний характер.

Особливості побудови математичної моделі

- Побудова ММ полягає у визначенні зв'язків між тими або іншими процесами і явищами, створенні математичного апарату, що дозволяє виразити кількісно і якісно зв'язок між тими або іншими процесами і явищами, між фізичними величинами, що цікавлять фахівця, і параметрами, що впливають на кінцевий результат.
- При побудові математичної моделі виникає завдання виявити і виключити з розгляду параметри, що неістотно впливають на кінцевий результат.
- Метою побудови ММ є формулювання математичного завдання, вирішення якого з необхідною точністю виражає результати, що цікавлять фахівця.

Етапи розробки математичної моделі



- 1) Формалізація задачі що вивчається;
- 2) Розробка математичного опису задачі;
- 3) Алгоритмізація і програмування математичної моделі;
- 4) Перевірка адекватності моделі (відповідності моделей процесу що вивчається) і використання моделі.

Етап формалізації задачі моделювання

1. Знаходяться параметри системи:

- параметри нагляду, вхідні змінні, які залежать від протікання процесу в апараті або технологічній структурі але не використовуються для цілей управління;
- параметри стану, вихідні змінні, які характеризують протікання процесу і використовуються для його оцінки, а також оцінки ефективності системи управління;
- параметри управління, вхідні змінні, змінюючи які впливають на хід протікання процесу;
- параметри збурення, вхідні змінні, які впливають на процес, але які не залежать від стану об'єкту і використати які для цілей управління неможливо або нераціонально.

2. Висуваються гіпотези про форму зв'язків між параметрами і перевіряється правильність висунутих гіпотез експериментально.

3. Визначається загальний об'єм задачі, при необхідності, передбачається розбиття задачі на підзадачі.

4. Визначається мета моделювання, яка витікає із призначення моделі.

5. З параметрів стану вибираються змінні, які можна використати як критерії оцінки результатів моделювання, виходячи із її призначення.

Етап розробки опису математичної моделі

Аналітичний опис моделі



Зв'язки між параметрами об'єкту моделювання встановлюють на основі законів фундаментальних наук і отриманих раніше формул. Вводяться обмеження на параметри моделі.

Статистичний опис моделі



В модельованій системі можуть бути відсутні деякі зв'язки або коефіцієнти рівнянь. У цьому випадку виконується планування експерименту і відсутні коефіцієнти знаходяться експериментально.

Вибір методів рішення рівнянь опису



Метод рішення задачі вибирають в залежності від складності і кількості рівнянь ММ. Якщо кількість незалежних рівнянь більше кількості невідомих, то тоді існує нескінченна кількість рішень і тоді потрібно шукати найкраще рішення.

Правила побудови опису математичної моделі

- кількість рівнянь повинно бути стільки, як і невідомих величин, які визначають поведінку системи;
- любе рівняння, в якому є невідома величина, а решта змінних знайдені з інших рівнянь, повинна вирішуватись відносно цієї змінної;
- змінна, відносно якої вирішується рівняння, є найбільш значимою величиною рівняння, що витікає із фізичного змісту задачі.

Етап алгоритмізації і програмування

- При створенні алгоритму необхідно щоб виконувались всі властивості алгоритмів, а особливо умова скінченності. Якщо вона не виконується необхідно внести зміни або доповнення до опису математичної моделі.
- При написанні програми в першу чергу слід вибрати найбільш ефективну мову програмування. Як правило, в даний час це мови високого рівня, які дозволяють створювати структуровані програми з великою кількістю окремих модулів, підпрограм.
- Етап докладно розглянутий при вивченні дисципліни “Комп’ютерна техніка і програмування на ЕОМ”.

Етап перевірки адекватності і використання математичної моделі

- Готова програма моделі перевіряється на адекватність (відповідність моделі до реального об’єкту) за допомогою критерію оцінки вибраного по одному або декількох параметрів стану.
- Критерій оцінки може бути узагальненим (з урахуванням декількох параметрів) або виражений в критеріальній формі, наприклад критерій Фішера.
- Коли модель достовірна, то на ПК по програмі моделі виконуються необхідні розрахунки, виходячи із мети досліджень.

Класифікація математичних моделей

По типу задачі що вирішуємо

Прямі

в яких по вхідних параметрах і збурення знаходять вихідні параметри, реакції системи. Такі моделі використовуються для проектних розрахунків процесів і технологічних систем.

Зворотні

в яких по реакції системи знаходять необхідні вхідні параметри, а також внутрішні зв'язки між ними. Такі моделі використовуються для синтезу і перевірочних розрахунків технологічних систем.

Індуктивні

коли по властивостях системи і її реакціях знаходяться рівняння процесу.

По закономірностях зміни основного параметру

Статичні

в яких зміна параметрів не залежить від часу. По них знаходять граничні умови ведення процесу. Такі моделі описуються системами лінійних алгебраїчних рівнянь.

Кінетичні

які дозволяють знайти характер зміни концентрації, температури, або іншого технологічного параметра в залежності від заданих значень параметрів основного продукту. В таких моделях використовуються звичайні диференційні рівняння.

Динамічні

які дозволяють знайти зміну параметрів на виході $y_i = f(\tau)$ при зміні параметрів на вході в апарат $x_i = f(\tau)$. Такі моделі використовують звичайні диференційні рівняння, або диференційні рівняння в частинних похідних.

Класифікація математичних моделей

По признаку стаціонарності

З розподіленими параметрами

в яких параметри змінюються в часі або в просторі, описують у вигляді диференційних рівнянь в частинних похідних, або регресіями (нестаціонарні об'єкти).

Із зосередженими параметрами

в яких параметри змінюються тільки в часі. Для їх опису використовують звичайні алгебраїчні і диференційні рівняння. Похідні таких моделей по координатам дорівнюють нулю. (стаціонарні об'єкти).

За виглядом математичного апарату

Детерміновані

в яких система рівнянь може мати одне або декілька рішень. Змінні ММ є не випадковими, детермінованими величинами, а рівняння моделі є алгебраїчним, або диференційним

Економічні

мають безліч рішень серед яких потрібно знайти екстремальне значення цільової функції при наявності обмежень, або без них. Рішення шукають методами лінійного і нелінійного програмування.

Агрегатні

які складаються з сукупності детермінованих і економічних моделей об'єднаних у граф. Дослідження проводяться економіко-математичними методами

Імітаційні

в яких використовуються методи статистичних випробувань.

Стохастичні

в яких частина змінних є випадковими величинами;

Ймовірні

які мають статистичний характер і в яких дослідження проводять методами детермінованих моделей.

Теорія подібності. Види подібностей

Подібність явищ

однорідні явища, які мають однакову фізичну природу, наприклад клас явищ теплопровідності.

Геометрична подібність

група подібних фігур або апаратів, які відрізняються тільки масштабом.

Подібність технологічних процесів

Це коли процеси однорідні по якому-небудь признаку відрізняються тільки масштабом фізичних величин. Для кожної із цих величин (густина ρ , в'язкості ν , швидкості ω , сили f , прискорення вільного падіння g та ін.) має свій множник подібного перетворення (C_ρ , C_ν , C_ω , C_f , C_g та ін.).

Часова подібність

фізичні величини змінюються в часі (по мірі протікання процесу)

Подібність полів

фізичні величини змінюються в просторі (в об'ємі апарату)

Теорема подібності

Номер	Теорема	Питання, на яке відповідає
Перша	Подібні між собою явища мають чисельно однакові критерії подібності (теорема Ньютона).	Які величини необхідно визначати в дослідах ?
Друга	Кількісні результати дослідів треба представляти у вигляді рівнянь, які виражають залежність між критеріями подібності процесу, що досліджується. (т-ма Федермана – Бекінгема)	В якій формі слід представляти кількісні результати дослідів ?
Третя	Явища між собою подібні, якщо вони описуються однією ж і тією ж системою диференціальних рівнянь і мають подібні умови однозначності. (теорема Кірпічева – Гурмана)	На які промислові апарати можна розповсюдити результати дослідів на моделі ?

Перша теорема подібності

- По М.В.Кірпічеву перша теорема звучить так: „ у подібних явищ індикатор подібності дорівнює одиниці ”.

Приклад

Для двох подібних систем рівняння другого закону Ньютона запишемо:

$$F_1 = m_1 \cdot \frac{d\omega_1}{d\tau_1}; \quad F_2 = m_2 \cdot \frac{d\omega_2}{d\tau_2}$$

де F – сила, Н; m – маса, кг; ω – швидкість, м/с; τ – час, с.

Фізичні величини систем відрізняються тільки масштабом, тому:

$$F_1 = C_F F_2; \quad m_1 = C_m m_2; \quad \omega_1 = C_\omega \omega_2; \quad \tau_1 = C_\tau \tau_2; \quad d\omega_1 = C_\omega d\omega_2; \quad d\tau_1 = C_\tau d\tau_2$$

Розділимо вихідні рівняння двох систем одне на друге

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{d\omega_1}{d\omega_2} \cdot \frac{d\tau_1}{d\tau_2} \quad \text{або} \quad C_F = C_m \frac{C_\omega}{C_\tau}$$

Відповідно при подібності двох систем індикатор подібності j рівний:

$$j = \frac{C_F C_\tau}{C_m C_\omega} = 1$$

Величина $\frac{f\tau}{m\omega} = inv$ незмінна (інваріантна) і тому два явища подібні.

Друга теорема подібності

- Критерій подібності K_1 , який містить величину, що цікавить дослідника, повинен бути представленим як функція інших критеріїв K_2, K_3, K_4, \dots , які відображають різні сторони процесу, $K_1 = f(K_2, K_3, K_4, \dots)$
- Рішення диференційного рівняння може бути представлено у вигляді залежності між критеріями подібності, отриманими з цього рівняння. Ця залежність називається критерієм подібності або критеріальним рівнянням.
- Кожне критеріальне рівняння, не дивлячись на емпіричний спосіб його отримання в явній формі, має певну фізичну сутність.

π теорема

Загальна кількість вихідних критеріїв подібності, отриманих при перетворенні фізичного рівняння визначається π теоремою.

Вона каже, що всяке рівняння, яке зв'язує між собою N фізичних величин, розмірності яких виражені через n основних одиниць виміру, може бути перетворено в рівняння, яке зв'язує π безрозмірних критеріїв подібності, де

$$\pi = N - n$$

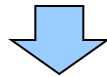
Третя теорема подібності

- Відповідає на питання про область використання критеріальних рівнянь. Критеріальне рівняння справедливе тільки в межах де витримується подібність, визначена інтервалами змін критеріїв K_2, K_3, K_4, \dots .
- Фізично подібні ті явища, які належать до одного і того ж класу і входять в одну і ту ж групу явищ, які відрізняються тільки масштабом фізичних величин.

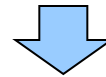
Крайові умови (умови однозначності) включають



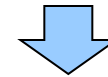
відомості про геометричні властивості системи (конфігурацію і розміри робочого об'єму апарату);



дані про фізичні властивості продуктів і матеріалів, які є складовими системи, що досліджується;



дані про стан системи на її границях і про взаємодію з оточуючим середовищем;



дані про стан системи на початку і в кінці дії її процесу.

Використання критеріїв подібності

Поз.	Назва	Де використовується
<i>Re</i>	Рейнольдса	Для визначення режим руху рідини
<i>Eu</i>	Ейлера	Для визначення втрат тиску в потоці рідини
<i>Fr</i>	Фруда	При розрахунку процесів в циклонах, центрифугах, мішалках використовується фактор розділення
<i>Ga</i>	Галілея	Для випадків стікання рідини по поверхні (наприклад, при конденсації пари)
<i>Nu</i>	Нуссельта	Є безрозмірним коефіцієнтом тепловіддачі
<i>Bi</i>	Біо	Є мірою відношення інтенсивності теплообміну або масообміну до теплової або дифузійної провідності досліджуваного тіла.
<i>Fo</i>	Фур'є	Є критерієм теплової гомохронності, і відповідно безрозмірним часом теплового процесу

Використання критеріїв подібності при створенні математичних моделей

- складати математичний опис процесу у вигляді фізичних рівнянь і умов однозначності;
- виводити критерії подібності і з них виділити критерій, який містить шукану величину; цей критерій виразити у вигляді неявної функції інших визначальних критеріїв;
- із умови рівності визначальних критеріїв в моделі і зразку що досліджується вибираються константи подібності для кожної фізичної величини;
- робочий апарат розраховуються на основі критеріїв геометричної подібності до дослідного з урахуванням розмірів, продуктивності, швидкості, витрат, температури та ін.;
- при виконанні розрахункових дослідів, межі зміни критеріїв повинні співпадати з даними промислових апаратів.

Моделювання біотехнічних об'єктів

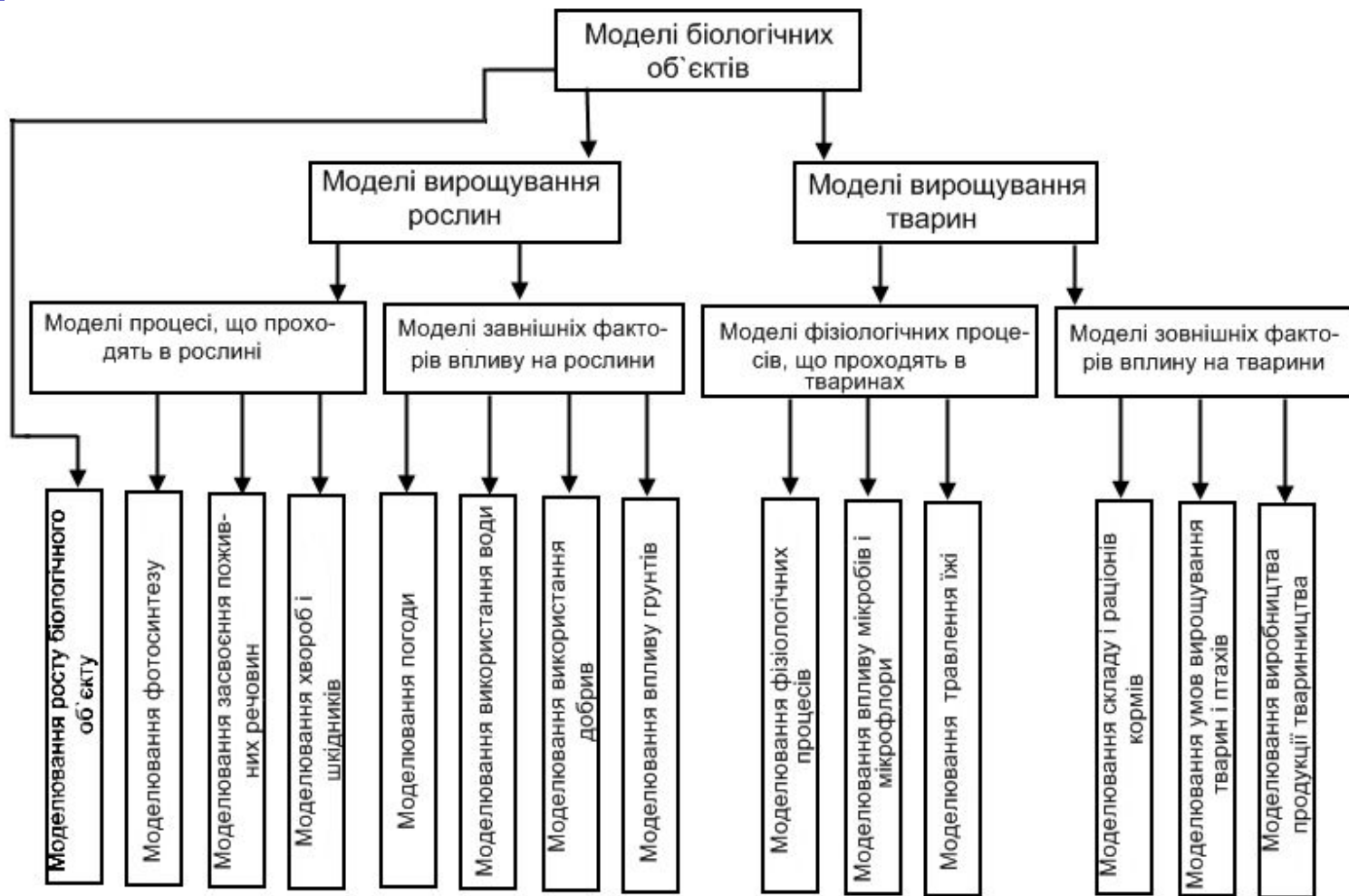
Біотехнічний об'єкт
відноситься до складних систем де є:

Наявність великої кількості факторів, які впливають на продуктивність біологічного чинника;

Складний характер взаємозв'язку між вихідними параметрами, до яких відноситься продуктивність об'єкту і вхідними такими як: температура, вологість, освітленість, якісний склад та кількість кормів, тощо;

Наявність „пам'яті” у біологічного чинника;
Вплив екологічних факторів і погоди на біологічний об'єкт.

Класифікація математичних моделей біологічних об'єктів



Контрольні запитання

- Які види моделей ви знаєте ?
- На чому основані аналогові моделі?
- Які вимоги ставляться до моделювання?
- Які етапи необхідно пройти, щоб розробити математичну модель?
- Яких правил необхідно дотримуватись при побудові опису математичної моделі?
- Назвіть параметри, які має математична модель?
- Як перевіряється адекватність математичної моделі?
- Як відрізняються моделі по типах задач?
- Які типи моделей дає зміна основного параметру?
- До якого класу відносяться моделі із розподіленими і зосередженими параметрами?
- Коли використовуються економіко-математичні моделі?
- В яких моделях частина змінних є випадковими величинами?
- Для чого необхідна теорія подібності?
- На які запитання, що виникають при постановці математичних і фізичних дослідів, відповідають теореми подібності?
- На яке запитання в теорії подібності відповідає π теорема?
- Що при математичному моделюванні є умовами однозначності?
- Які є основні критерії теплової подібності?
- Що перевіряється при виборі необхідних для моделі критеріїв подібності?
- Які чинники ускладнюють моделювання біотехнічних об'єктів?
- За допомогою яких моделей досліджують вплив зовнішніх факторів на рослини і тварини?