

6. ТЕОРЕМА О СЛОЖЕНИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

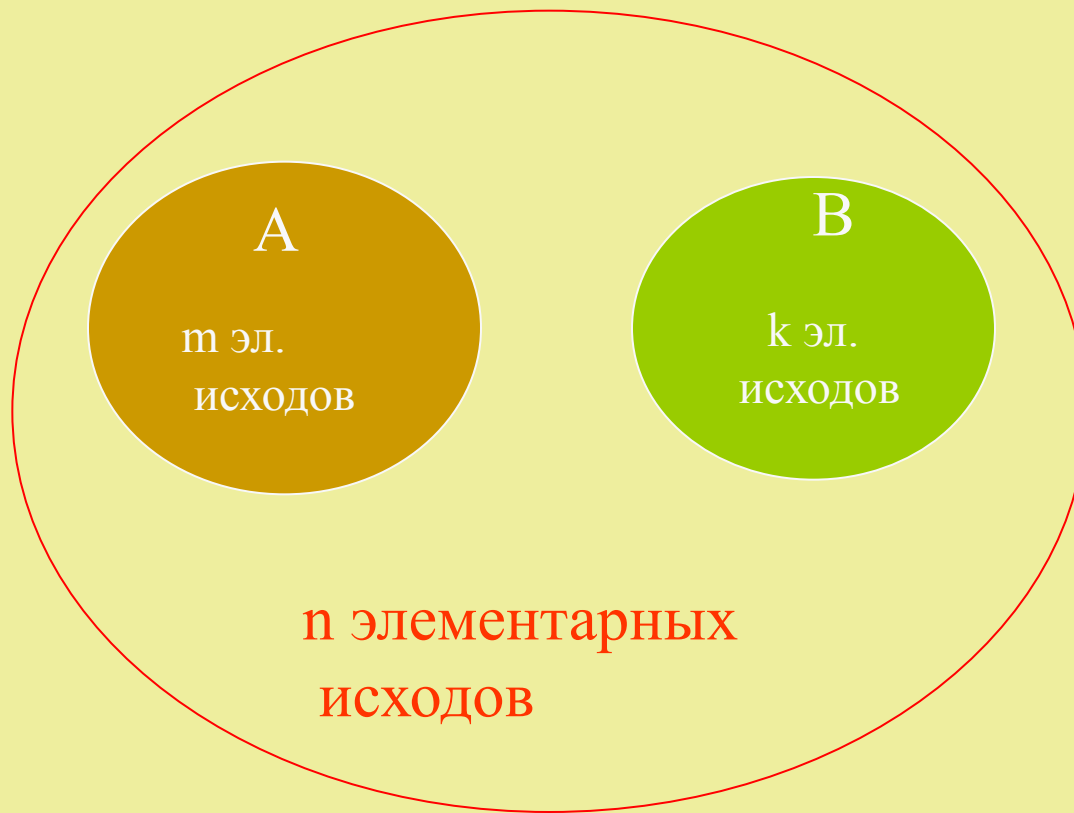
*Вероятность суммы двух
несовместных событий A и B
равна сумме вероятностей*

этих событий

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Доказательство:

Так как события A и B несовместны, то

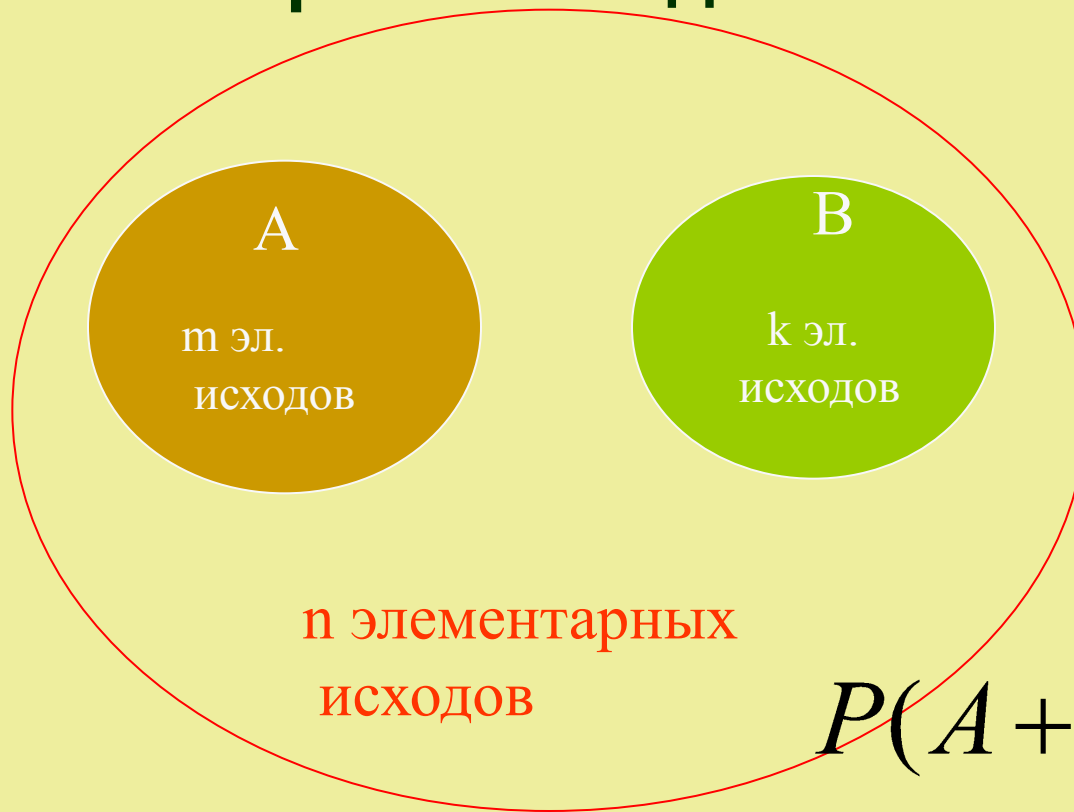


$$P(A) = \frac{m}{n};$$

$$P(B) = \frac{k}{n}$$

Доказательство:

Событие $A+B$ состоит из $m+k$ элементарных исходов



$$P(A+B) = \frac{m+k}{n}$$

Доказательство:

Получили

$$P(A) = \frac{m}{n}; P(B) = \frac{k}{n}$$

$$P(A+B) = \frac{m+k}{n}$$



$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Эту теорему можно обобщить на произвольное число несовместных событий A_1, A_2, \dots, A_n :

$$P\left(\sum_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

Пример

Молодой человек рассматривает три возможности уклониться от службы в армии. Во-первых, он может поступить учиться в ВУЗ, во-вторых, он может быть освобожден от армии по состоянию здоровья, и в третьих, он может жениться и к моменту призыва обзавестись двумя детьми. Вероятности этих событий для него равны, соответственно, 0.5, 0.2 и 0.01. Считая эти события несовместными, найти вероятность того, что молодой человек не попадет в ряды призывников

Решение.

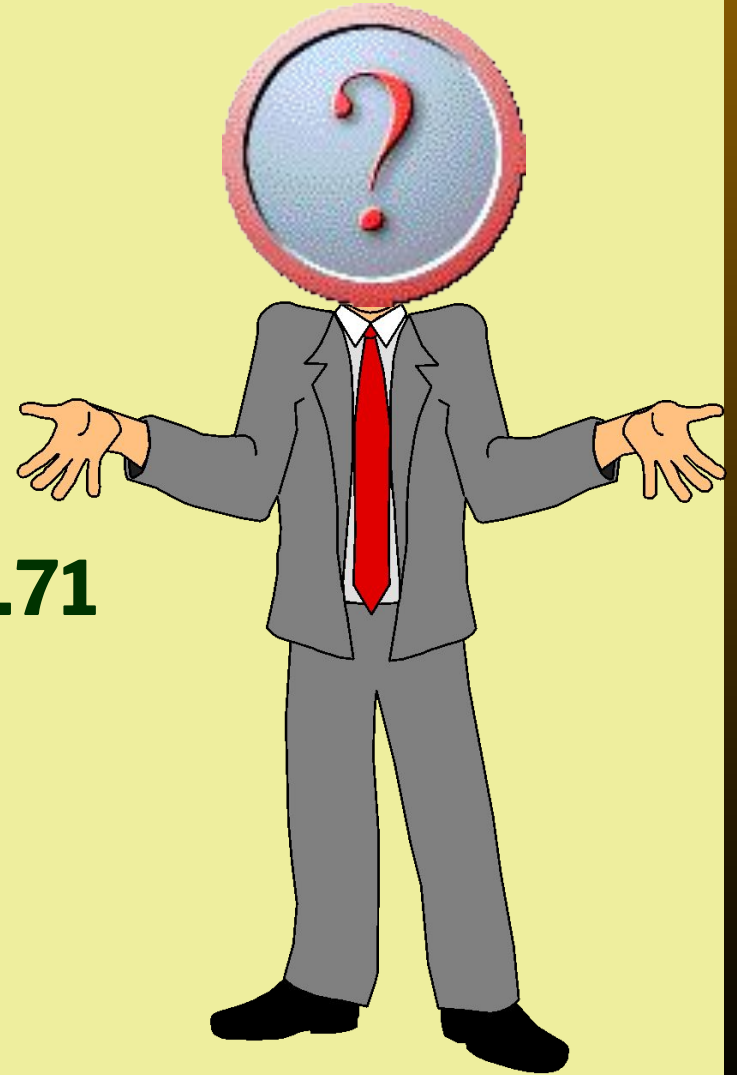
Пусть событие A заключается в том, что молодой человек поступит в ВУЗ, событие B - что он получит освобождение по состоянию здоровья и событие C - что он женится и обзаведется двумя детьми.

Т.к. эти события несовместны, то применяем теорему о сложении вероятностей в виде:
$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)$$

Так как
 $P(A)=0.5$
 $P(B)=0.2$
 $P(C)=0.01$

то

$$P(A+B+C)=0.5+0.2+0.01=0.71$$



Следствие 1.

Если события A_1, A_2, \dots, A_n образуют полную группу несовместных событий, то их суммарная вероятность равна 1.

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$$

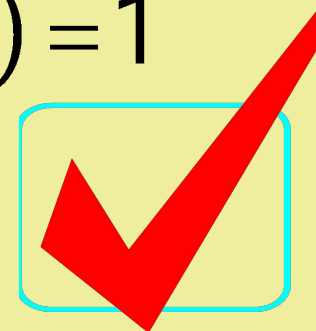
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

Так как события A_1, A_2, \dots, A_n образуют полную группу, то $A_1 + A_2 + \dots + A_n$ достоверное событие и

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1.$$

Так как эти события несовместны, то к ним применима теорема о сложении вероятностей:

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$$



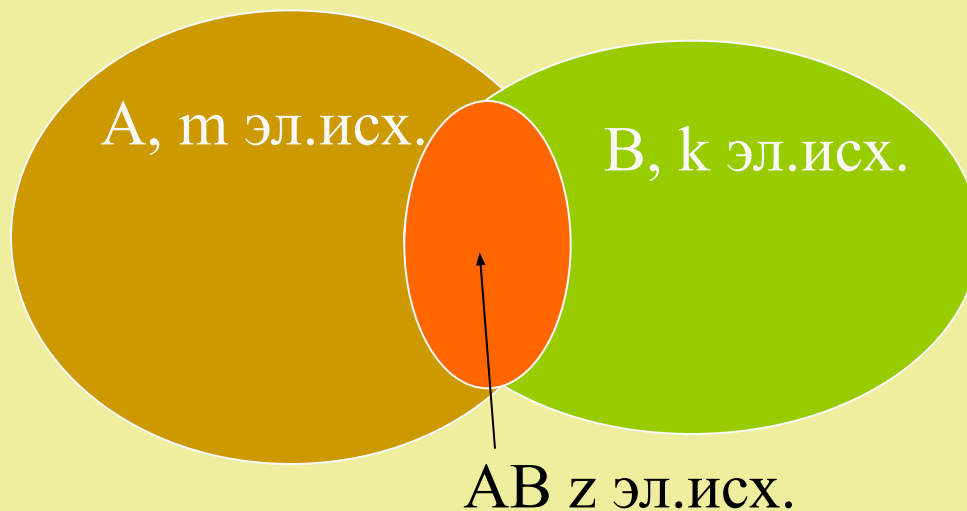
Следствие 2.

*Сумма вероятностей
взаимобратных событий равна 1.*

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

Если события A и B совместны, то теорема о сложении вероятностей обобщается следующим образом:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$



$$P(A) = \frac{m}{n}; P(B) = \frac{k}{n}; P(AB) = \frac{z}{n}$$

$$P(A + B) = \frac{m + k - z}{n}$$

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

Пример. Вероятность роста стоимости акций компании А эксперты оценивают как 0,7, а компании В как 0,8. Вероятность одновременного роста стоимости акций двух компаний оценена экспертами в 0,6. Какова вероятность того, что повысится стоимость акций хотя бы одной компании?