

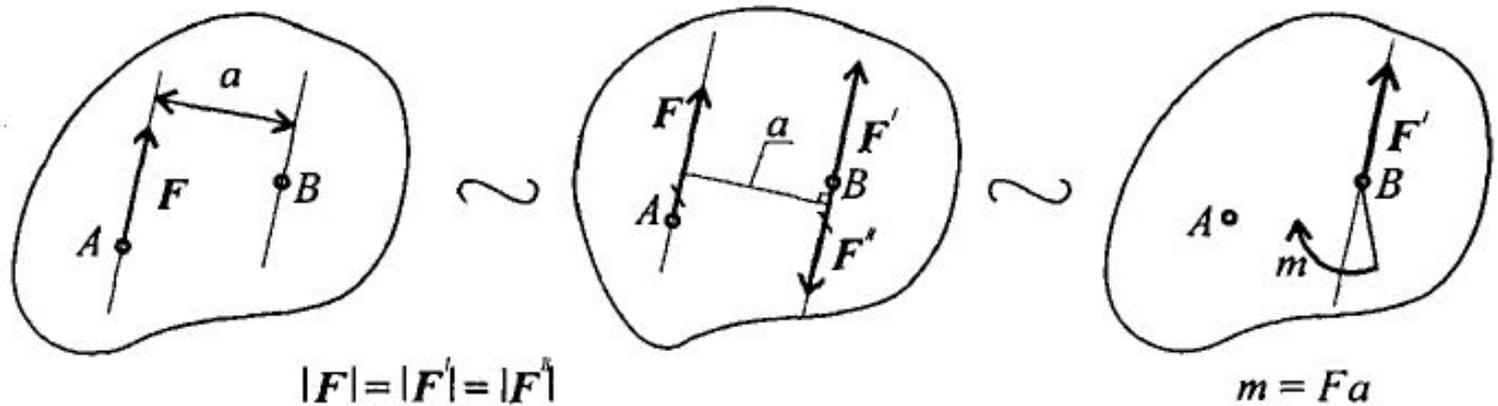


Плоская система произвольно расположенных сил

Статика

Теорема Пуансо

Силу можно перенести параллельно линии её действия, при этом нужно добавить пару сил, с моментом, равным произведению модуля силы на расстояние, на которое перенесена сила



Луи Пуансо



1777 – 1859

Французский математик
и механик

Академик Парижской
Академии наук

Ввёл понятие реакции
связей, сформулировал
принцип
освобождаемости от
связей

Произвольная плоская система сил \Rightarrow

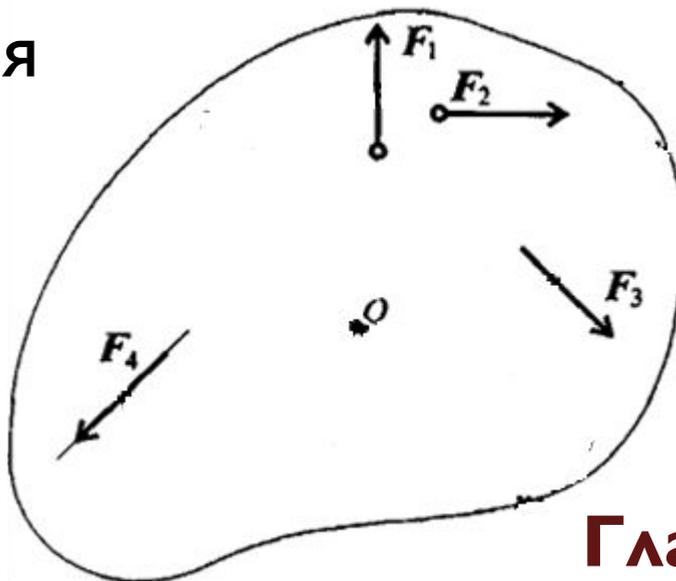
Силы не пересекаются в одной точке \Rightarrow

Упрощаем, перенеся все силы системы в
одну произвольную **точку**
приведения \Rightarrow

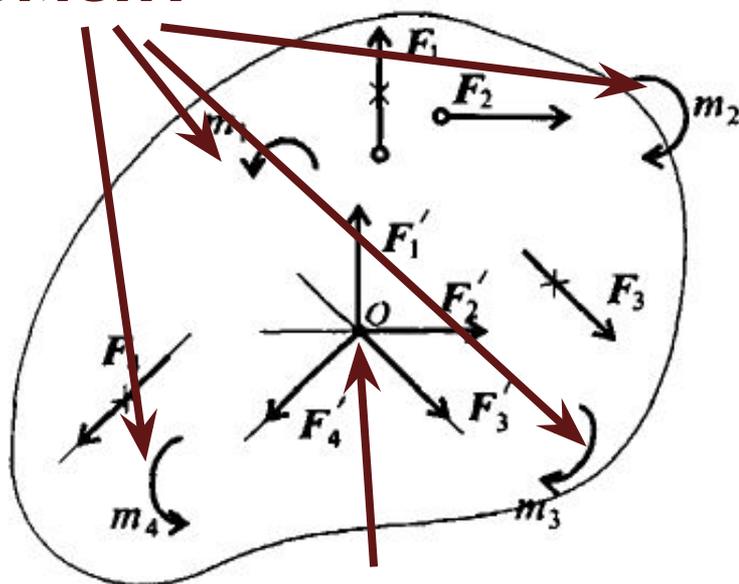
Применяем теорему Пуансо \Rightarrow

При переносе силы в точку, не лежащую
на линии действия, добавляем
присоединённую пару сил

Произвольная плоская система сил

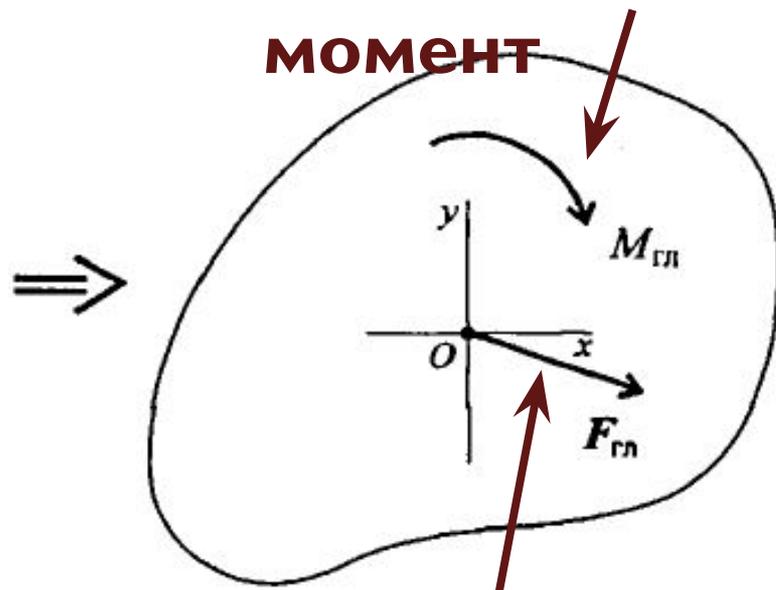


Моменты



**Точка
приведения**

**Главный
момент**



Главный вектор

Главный вектор системы

Геометрическая сумма векторов

$$F_{\text{гл}} = \sum_0^n F_k$$

Для проекций

$$F_{\text{гл}x} = \sum_0^n F_{kx}; \quad F_{\text{гл}y} = \sum_0^n F_{ky}.$$

Модуль главного вектора

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{F_{\text{гл}x}^2 + F_{\text{гл}y}^2}$$

Главный момент системы

Алгебраическая сумма моментов сил системы относительно точки приведения

$$M_{\text{гло}} = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n$$
$$M_{\text{гло}} = \sum_0^n m_O(F_k).$$

Условие равновесия

Для равновесия **плоской** системы произвольно расположенных сил необходимо и достаточно, чтобы векторная сумма всех сил была равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно произвольно выбранной точки также была равна нулю

Основная форма уравнения равновесия

$$\left. \begin{array}{l} \sum_0^n F_{kx} = 0; \\ \sum_0^n F_{ky} = 0; \\ \sum_0^n m_A(\mathbf{F}_k) = 0; \\ \sum_0^n m_B(\mathbf{F}_k) = 0; \\ \sum_0^n m_C(\mathbf{F}_k) = 0 \end{array} \right\} \text{уравнения моментов.}$$



Уравнений моментов можно записать
бесконечное множество

Но на плоскости можно составить
только **3** независимых уравнения
моментов, при этом центры моментов
не должны лежать на одной линии

Для разных случаев – три группы
уравнений равновесия

Формы уравнений равновесия

Перва

$$\begin{cases} \sum_0^n F_{kx} = 0; \\ \sum_0^n F_{ky} = 0; \\ \sum_0^n m_A(\mathbf{F}_k) = 0 \end{cases}$$

Втора

$$\begin{cases} \sum_0^n F_{ky} = 0; \\ \sum_0^n m_A(\mathbf{F}_k) = 0; \\ \sum_0^n m_B(\mathbf{F}_k) = 0. \end{cases}$$

Треть

$$\begin{cases} \sum_0^n m_A(\mathbf{F}_k) = 0; \\ \sum_0^n m_B(\mathbf{F}_k) = 0 \\ \sum_0^n m_C(\mathbf{F}_k) = 0. \end{cases}$$

Задача

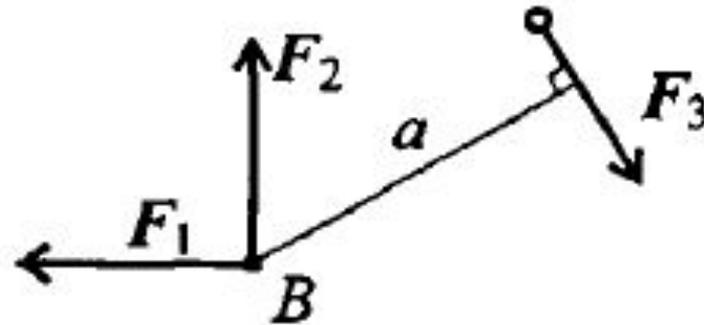
Найти момент присоединённой пары при переносе силы F_3 в точку В

$$F_1 = 10 \text{ кН}$$

$$F_2 = 15 \text{ кН}$$

$$F_3 = 18 \text{ кН}$$

$$a = 0.2 \text{ м}$$



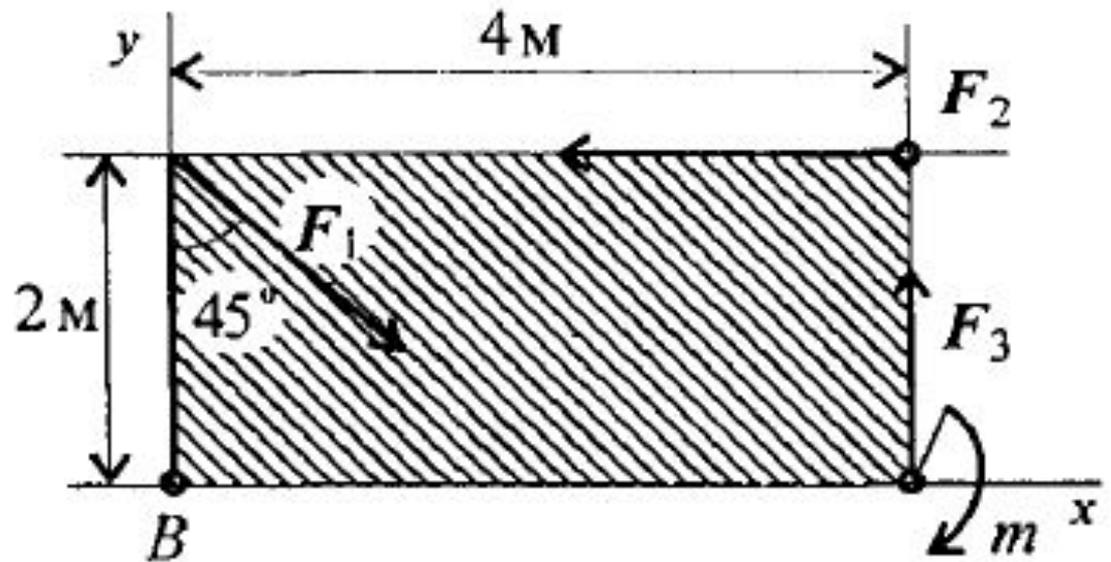
По теореме Пуансо

$$M_B(F_3) = 18 \cdot 0,2 = 3,6 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Задача

Найти главный вектор системы и главный момент системы относительно точки В

$$F_1 = 10 \text{ кН}$$
$$F_2 = 16 \text{ кН}$$
$$F_3 = 12 \text{ кН}$$
$$m = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}$$



Решение

$$F_{\text{гл}x} = \sum_0^n F_{kx};$$

$$F_{\text{гл}x} = F_1 \cos 45^\circ - F_2 = -9 \text{ кН}$$

$$F_{\text{гл}y} = \sum_0^n F_{ky};$$

$$F_{\text{гл}y} = -F_1 \cos 45^\circ + F_3 = 5 \text{ кН}$$

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{F_{\text{гл}x}^2 + F_{\text{гл}y}^2};$$

$$F_{\text{гл}} = \sqrt{(-9)^2 + 5^2} \approx 10 \text{ кН.}$$

Главный момент равен алгебраической
сумме моментов сил относительно
точки приведения

$$M_{\text{гл}} = \sum_0^n m_B(\mathbf{F}_k);$$

$$\sum m_B = F_1 \cdot 2 \cdot \sin 45^\circ - F_2 \cdot 2 - F_3 \cdot 4 + m;$$

$$M_{\text{гл}} = 10 \cdot 2 \cdot 0,7 - 16 \cdot 2 - 12 \cdot 4 + 60 = -6 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$