

# Дисциплина «Метрология, стандартизация и сертификация»

---

Лекция № 10а

Лектор:

Забиров Фердинанд Шайхиевич,  
профессор

2016/2017 учебный год

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

- Обработку результатов многократных измерений (наблюдений) одной и той же физической величины проводят в следующем порядке.
  - 1. Результаты всех измерений вносят в таблицу согласно очередности их получения, присваивая каждому измерению или наблюдению (в дальнейшем – измерению) его порядковый номер.
  - 2. Исключают известные систематические погрешности из результатов измерений путем введения поправок.
  - 3. Вычисляют среднее арифметическое исправленных результатов измерений.
-

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

Если во всех результатах наблюдений содержится постоянная систематическая погрешность, допускается ее исключение после вычисления среднего арифметического неисправленных результатов измерений.

Среднее арифметическое результатов измерений, в которое предварительно введены поправки для исключения известных погрешностей, принимают за окончательный результат измерения.

- 4. Вычисляют оценку среднего квадратического отклонения (СКО) результата измерения по формуле
-

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

$$S(A) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - A)^2}{n}}, \quad (1)$$

где  $x_i$  -  $i$ -й результат измерения;

$A$  - результат измерения (среднее арифметическое исправленных результатов измерений);

$n$  – число результатов измерений;

$S(A)$  – оценка среднего квадратического отклонения результата измерения.

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

- 5. Определяют и исключают грубые погрешности.

В группе результатов измерений **иногда встречаются** один или несколько результатов , **которые значительно отличаются** от всех других результатов. Такие аномальные результаты обусловлены наличием грубых погрешностей или промахов . Грубые погрешности – это большие погрешности, **вызванные как резким изменением условий проведения измерений, так и грубыми ошибками, допущенными человеком при проведении этих измерений.**

---

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

Аномальные результаты измерений, как правило, **исключаются из результатов измерений.**

На практике всегда имеется риск неправильного определения аномального результата, **так как абсолютно точно нельзя определить нормальный этот результат измерения или аномальный.**

Способы определения и исключения грубых погрешностей должны указываться в конкретной методике выполнения измерений.

---

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

- 6. Определяют доверительные границы случайной погрешности результата измерения.

Для этого рассматривают случай установления доверительных границ случайной погрешности для результатов измерений, принадлежащих нормальному распределению (как наиболее часто встречающихся в измерениях).

Для определения доверительных границ доверительную вероятность принимают равной 0,95, то есть  $P = 0,95$ .

В случаях особо ответственных измерений доверительную вероятность случайной погрешности принимают равной  $P = 0,99$ .

---

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

Конкретное значение доверительной вероятности указывается в методике выполнения измерений, в зависимости от того, какую степень риска можно считать приемлемой.

Доверительные границы случайной погрешности результата измерения находят по формуле

$$\varepsilon = t \cdot S(A), \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  - доверительные границы без учета знака;

$t$  – критерий Стьюдента, значение которого находят по таблицам, в зависимости от доверительной вероятности  $P$  и числа результатов измерений  $n$ ;

---



# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

$S(A)$  – оценка среднего квадратического отклонения результата измерения.

В таблице 1 приведен фрагмент таблицы для определения значений критерия Стьюдента.

Таблица 1 – Значения критерия Стьюдента

Число измерений (n)	Критерий Стьюдента (t) для доверительных вероятностей (P)			
	0,90	0,95	0,98	0,99
1	6,314	12,706	31,821	63,657
2	2,920	4,303	6,965	9,925
3	2,353	3,182	4,541	5,841
4	2,132	2,776	3,747	4,604
5	2,015	2,571	3,365	4,032

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

7. Вычисляют границы не исключенной систематической погрешности результаты измерения.

В качестве составляющих не исключенной систематической погрешности рассматриваются погрешности метода и средств измерений, а также погрешности, вызванные другими источниками.

В качестве границ составляющих не исключенной систематической погрешности можно принять пределы допускаемых погрешностей средств измерений, если случайные составляющие пренебрежимо малы.

---

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

Границы неисключенной систематической погрешности вычисляют по формуле

$$\theta = k \sqrt{3 \sum_{i=1}^m \theta_i^2}$$

где  $\theta_i$  - граница  $i$ -й неисключенной систематической погрешности;

$k$  - коэффициент, определяемый принятой доверительной вероятностью.  $k = 1,1$  при  $P = 0,95$ ;

$m$  - число суммируемых погрешностей.

Обычно принимают  $m \leq 4$ .

---

# Обработка результатов измерений с многократными наблюдениями

---

- 8. Определяют доверительные границы погрешности результата измерения.

Если выполняется условие  $\frac{\Theta}{S(A)} < S$ ,

то систематической погрешностью можно пренебречь и определить доверительные границы погрешности результата измерения, как доверительные границы случайной погрешности  $\Delta = \varepsilon$ .

Если выполняется условие  $\frac{\Theta}{S(A)} > S$ ,

то случайной погрешностью по сравнению с систематической можно пренебречь и принять что граница погрешности результата измерения равна систематической  $\Delta = \varepsilon$ .

---

# Обработка результатов измерений с многократными

---

## □ Пример обработки результатов измерений.

С целью калибровки катушки электрического сопротивления при помощи эталона – измерительного моста Р 329 проведено 20 измерений в следующих условиях:  $T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ , давление и влажность в пределах нормы, установленной в нормативных документах на измерительный мост и калибруемую катушку.

Требуется определить значение сопротивления катушки и погрешность измерений с доверительной вероятностью  $P = 0,95$  для нормальных температурных условий при  $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ .

В результате измерений получены данные, приведенные в таблице 2.

---

# Обработка результатов измерений с многократными

Таблица 2 – Результаты измерений

Номер наблюдения	Сопротивление, Ом	Номер наблюдения	Сопротивление, Ом
1	1000,4	11	1000,6
2	1000,1	12	1000,1
3	1000,9	13	1000,6
4	1000,6	14	1000,4
5	1000,8	15	1000,6
6	1000,5	16	1000,5
7	1000,0	17	999,7
8	1000,6	18	1000,3
9	1000,4	19	1000,0
10	1000,5	20	1002,1

# Обработка результатов измерений с многократными

---

- Двадцатый результат измерения считаем аномальным, то есть имеющим грубые погрешности, и поэтому исключаем его из дальнейших расчетов.
- Вычисляем среднее арифметическое результатов измерений

$$A_{(19)} = \sum_{i=1}^{19} \frac{A_i}{19} = 1000,45.$$

- Так как систематическая погрешность обусловлена отклонением температурных условий измерения от нормальных, она будет оставаться постоянной для всех измерений. Поэтому исключаем систематическую погрешность из среднего арифметического результата измерений.
-

# Обработка результатов измерений с многократными

---

- Поправку  $\Delta A$ , которую надо ввести в результат измерения, находим по формуле

$$\Delta A = A \cdot \alpha \cdot \Delta T = 1000,45 \cdot 0,00004 \cdot 5 = 0,2 \text{ Ом} \quad (4)$$

где  $\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления материала (ТКС) катушки.  $\alpha = 4 \cdot 10^{-5}$ ;

$\Delta T$  –разность между значениями стандартной и фактической температур условий проведения измерений.  $\Delta T = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

- Определим среднее арифметическое значение исправленного результат измерения после внесения поправки  $\Delta A$

$$A = 1000,45 - 0,2 = 1000,25 \text{ Ом}$$

---



# Обработка результатов измерений с многократными

---

- Вычисляем среднее квадратичное результата измерения

$$S(A) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - A)^2}{n}} = 0,14 \text{ Ом}$$

- Вычисляем доверительные границы случайной погрешности результата, определив по таблице значение критерия Стьюдента при доверительной вероятности 0,95 и числе измерений 19, равное

$$t = 2,093:$$

$$\varepsilon = t \cdot S(A) = 2,093 \cdot 0,14 = 0,29 \text{ Ом}$$

- Определим доверительные границы для неисключенной систематической погрешности результата измерений. Неисключенная систематическая погрешность будет обусловлена только одной погрешностью эталона – измерительного моста Р 329.
-

# Обработка результатов измерений с многократными

- Границей этой погрешности считаем предел допускаемой погрешности измерительного моста. Мост имеет класс точности 0,05, то есть предел допускаемой относительной погрешности равен 0,05 %.
- Измеренное сопротивление 1000,25 будет сопровождаться неисключенной систематической абсолютной погрешностью

$$\theta = \frac{A \cdot 0,05\%}{100\%} = \frac{1000,25 \cdot 0,05}{100} = 0,5 \text{ Ом}$$

- Для того, чтобы исключить какую-либо из составляющих погрешностей или учесть их обе, найдем соотношение

$$\frac{\Theta}{S(A)} = \frac{0,5}{0,14} = 3,57 < 8$$

# Обработка результатов измерений с многократными

---

- Систематической составляющей погрешности результата измерения можно пренебречь и принять доверительные границы погрешности результата измерения как доверительные границы случайной погрешности, то есть  $\Delta = \varepsilon = 0,29$  Ом.
  - Таким образом, результат измерения должен быть представлен в следующей форме  
$$A = (1000,25 \pm 0,29) \text{ Ом при } P = 0,95.$$
  - Это значит, что действительное значение сопротивления катушки при температуре 20 °С будет находиться в пределах от 999,96 до 1000,54 Ом с доверительной вероятностью 0,95.
-