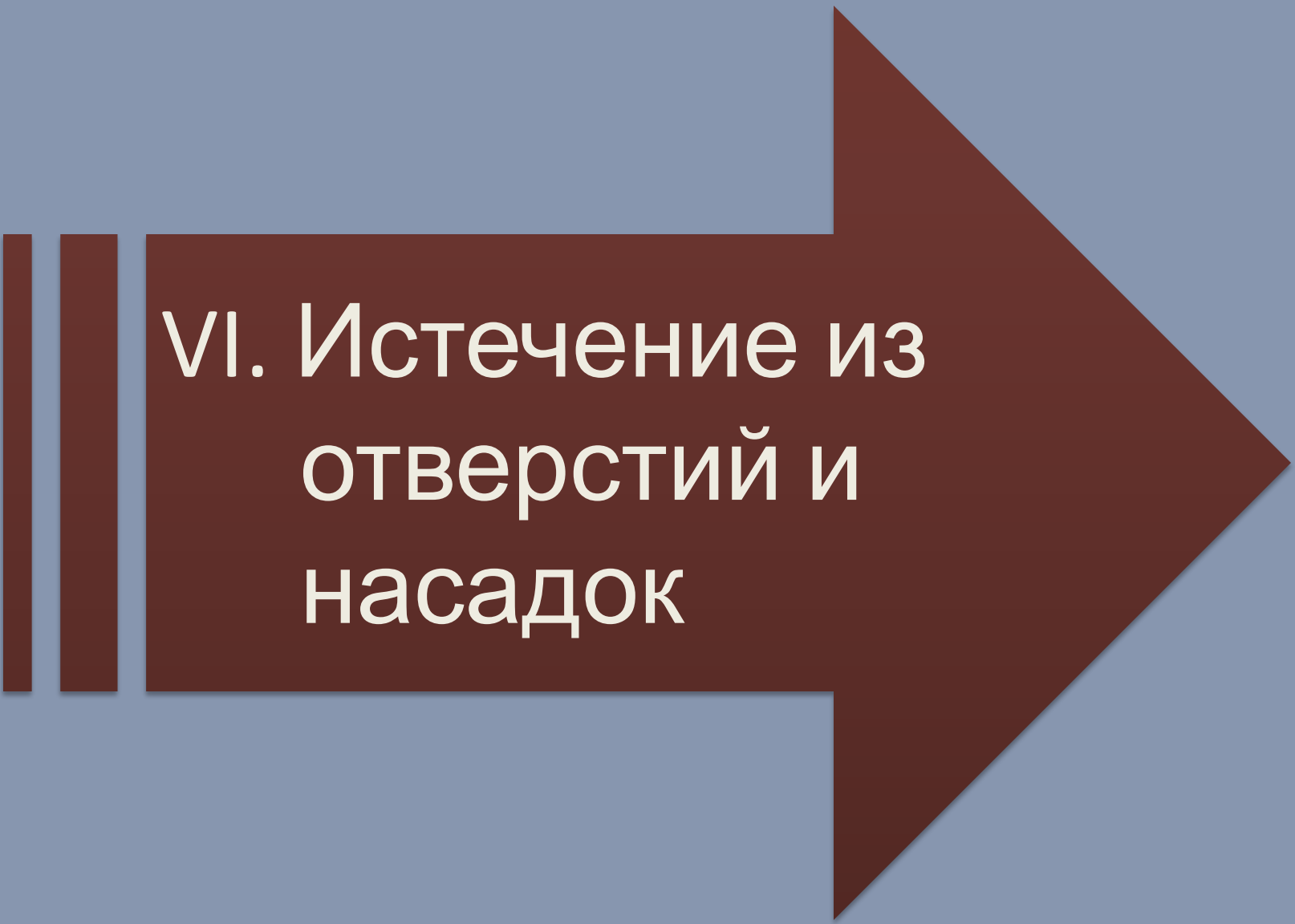
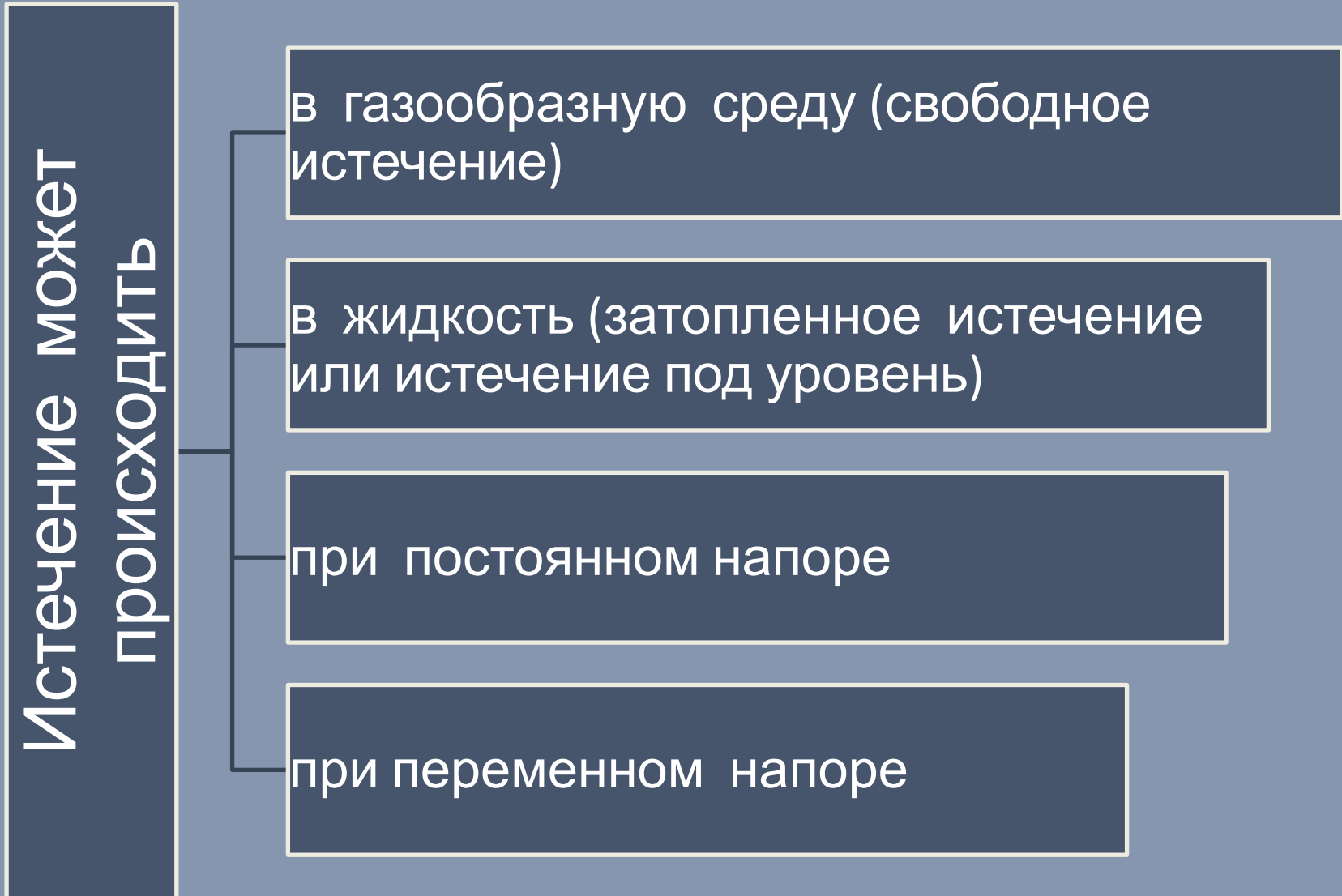


**МЕХАНИКА  
ЖИДКОСТИ И  
ГАЗА**



# VI. Истечение из отверстий и насадок

Задача об истечении сводится к определению **скорости истечения** и **расхода** вытекающей жидкости.



# Истечение жидкости через малое отверстие в тонкой стенке

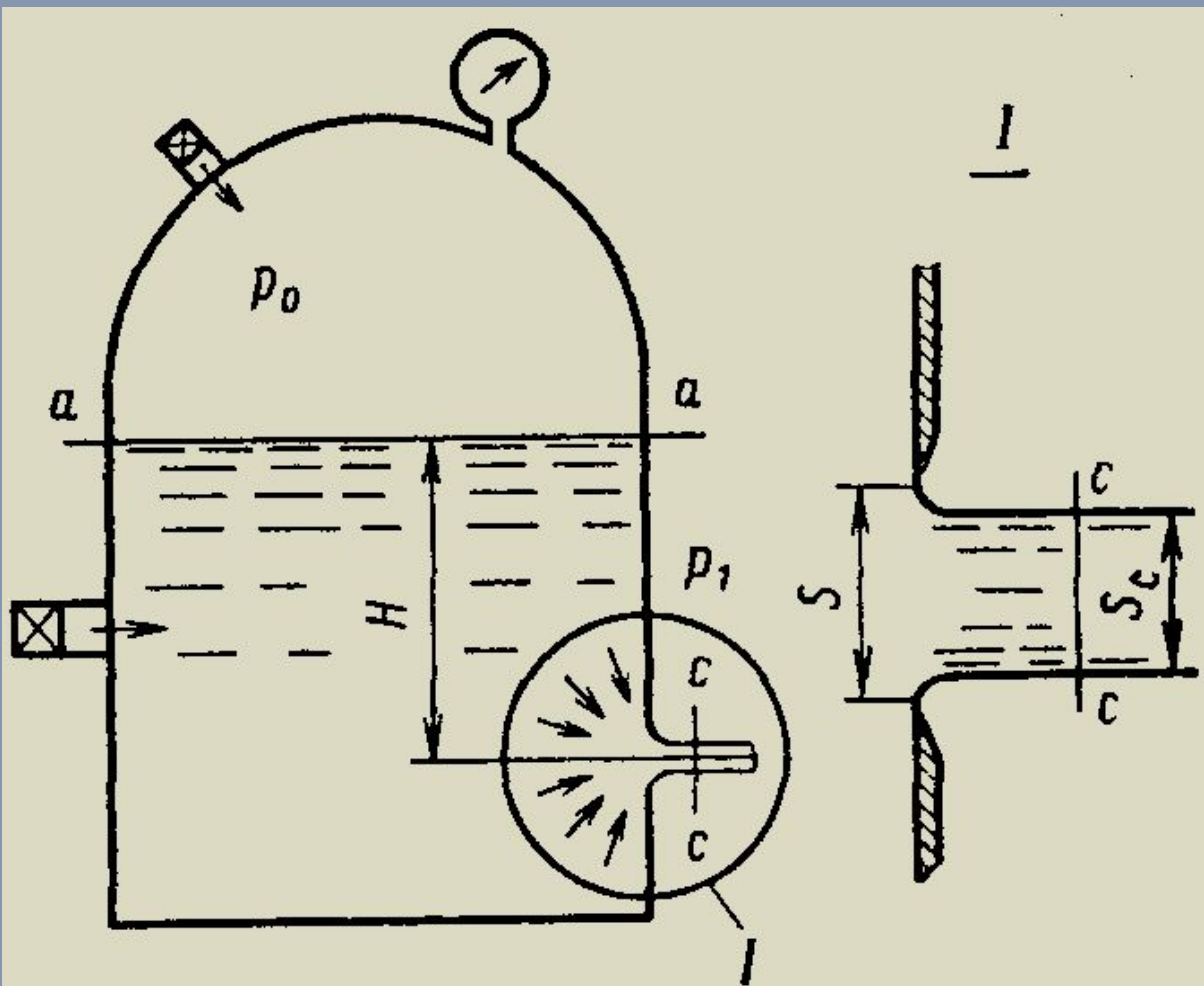
**Малым** считается отверстие, диаметр которого менее чем 0,1 полного напора  $H$ .

Стенка считается **тонкой**, если струя не касается стенки в пределах ее толщины и стенка не оказывает воздействия на форму струи, (это отверстия с острыми входными кромками), а толщина стенки не превышает 3-х диаметров.

На входе в отверстие траектории частиц направлены к оси отверстия. В результате **живое сечение струи уменьшается**.

Для круглого малого отверстия наибольшее сжатие струи наблюдается на расстоянии 0,5 диаметра от внутренней плоскости стенки сосуда.

Если струя сжимается со всех сторон по периметру отверстия одинаково, то сжатие считается **совершенным**.



Степень сжатия оценивается коэффициентом сжатия  $\varepsilon$ , равным отношению площади поперечного сечения струи в месте сжатия (сечение с-с) к площади отверстия

$$\varepsilon = \frac{S_c}{S} = \left( \frac{d_c}{d} \right)^2$$

Запишем уравнение Бернулли для сечений а-а, (где давление  $p_0$ , а скорость можно считать  $= 0$ ), и сечения струи с-с (где давление  $p_1$ ). (Где  $\zeta$  - коэффициент сопротивления отверстия)

$$H + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_c^2}{2g} + \zeta \frac{w_c^2}{2g}$$

Введя располагаемый (расчетный) напор  $H_p$ , получим

$$H_p = \frac{w_c^2}{2g}(1 + \zeta)$$

где

$$H_p = H + \frac{p_0 - p_1}{\rho g}$$

Отсюда скорость течения в сжатом сечении с-с равна

$$w_c = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}} \sqrt{2gH_p} = \varphi \sqrt{2gH_p}$$

где  $\varphi$  - *коэффициент скорости*, равный

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta}}$$

В случае истечения идеальной жидкости  $\zeta = 0$  и если  $p_0 = p_1$ , то получим *формулу Торичелли* для **теоретической** скорости истечения

$$w_{ст} = \sqrt{2gH}$$

Т.о.  $\varphi$  есть отношение *действительной* скорости истечения к *теоретической*

$$\varphi = \frac{w_c}{w_{ст}}$$

Подсчитаем расход жидкости как произведение *действительной скорости* истечения на фактическую *площадь сечения* струи

$$Q = S_c w_c = S_c \varphi \sqrt{2gH_p}$$

Вместо площади сжатого сечения  $S_c$  удобнее ввести площадь отверстия  $S = S_c / \epsilon$ . Выразив  $S_c$  через  $S$  ( $S_c = \epsilon S$ ), получаем выражение для расхода

$$Q = \varphi \epsilon S \sqrt{2gH_p}$$

Произведение коэффициентов  $\epsilon$  и  $\varphi$  принято обозначать буквой  $\mu$  и называть *коэффициентом расхода*

$$\mu = \epsilon \cdot \varphi$$

Тогда можно записать

$$Q = \mu S \sqrt{2gH_p}$$

Коэффициент расхода есть отношение *действительного* расхода к *теоретическому*, т.е. к тому расходу  $Q_T$ , который имел бы место при отсутствии сжатия струи и сопротивления

$$\mu = \frac{Q}{Q_T}$$

# Истечение жидкости через насадки

**Насадком** называется короткая напорная труба, предназначенная для истечения жидкости.

Условие

$$(3,5 - 4,0) D \leq l_n \leq (6 - 7) D$$

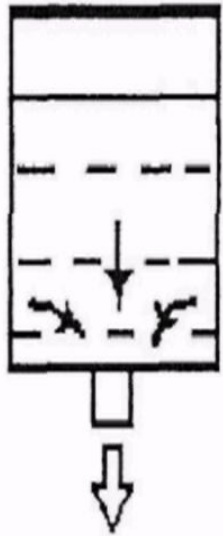
$D$  – диаметр патрубка;  
 $l_n$  – длина патрубка

За нижним пределом жидкость не заполняет сечение патрубка и имеет место неустойчивое течение струи

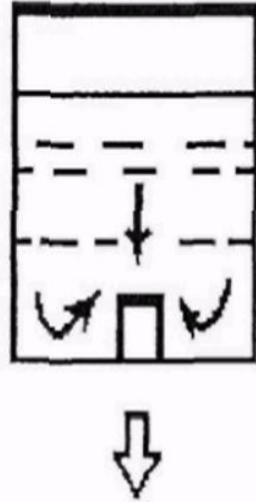
За верхним пределом следует учитывать потери напора по длине трубы



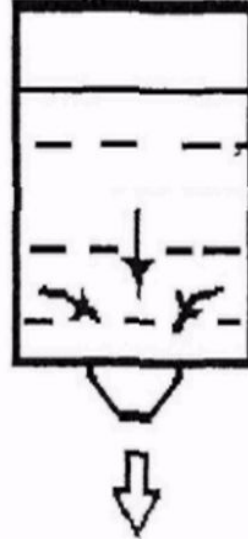
## ТИПЫ НАСАДКОВ



внешний  
цилиндри-  
ческий  
насадок,  
или  
насадок  
Вентури



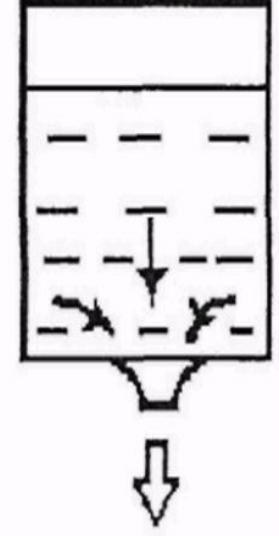
внутрен-  
ний  
цилинд-  
рический  
насадок,  
или  
насадок  
Борда



коничес-  
кие  
насадки  
(сходя-  
щиеся —  
конфу-  
зор



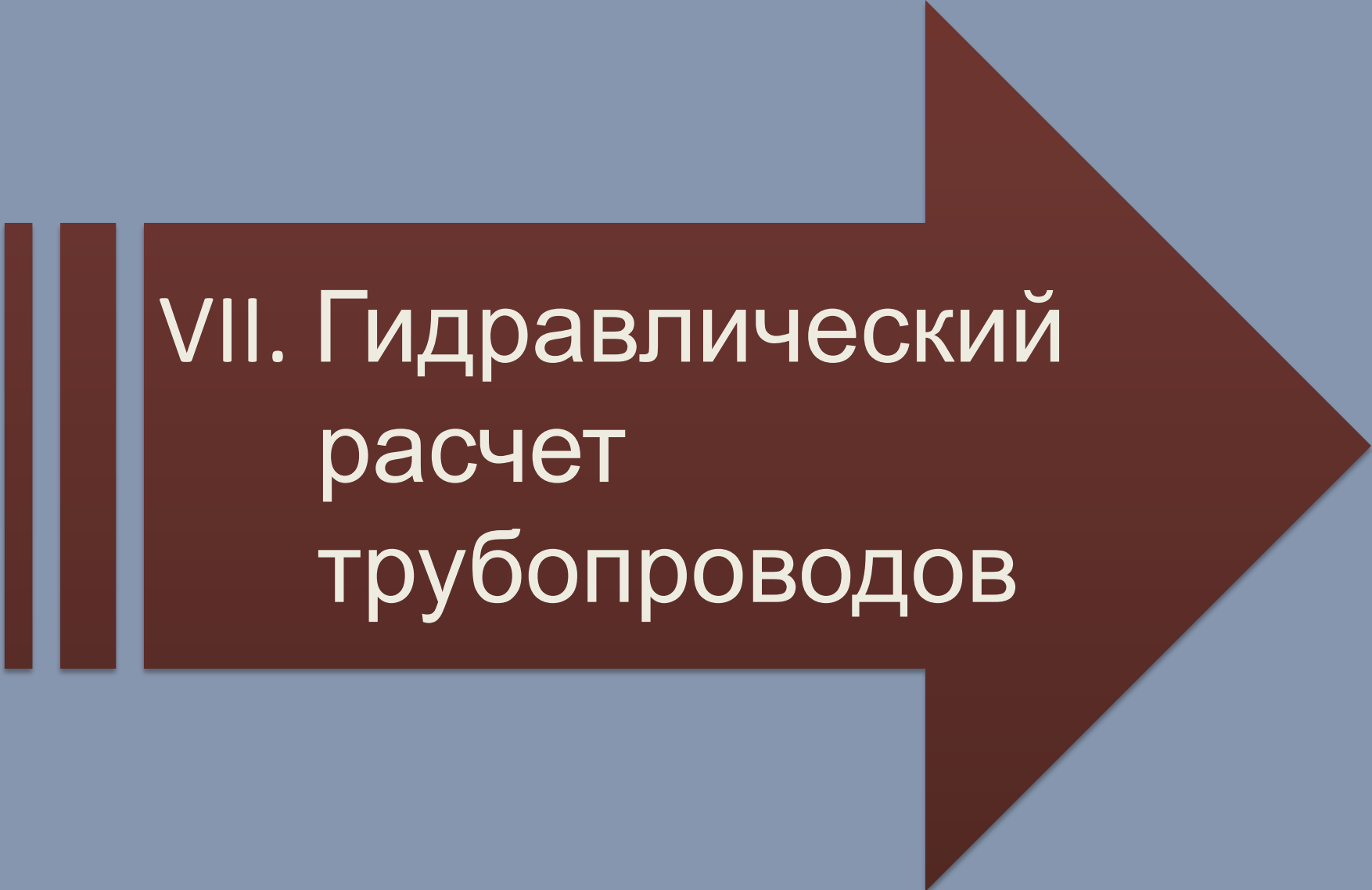
коничес-  
кие  
насадки  
(расходя-  
щиеся —  
диффу-  
зор)



коноидаль-  
ные насадки,  
т. е. насадки,  
имеющие  
форму  
истекающей  
струи

№	ТИП НАСАДКА	$\mu$	$\varphi$	$\varepsilon$	$\xi$
1	МАЛОЕ ОТВЕРСТИЕ КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ В ТОНКОЙ СТЕНКЕ	0,62	0,97	0,64	0,065
2	ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ВНЕШНИЙ НАСАДОК	0,82	0,82	1,0	0,5
3	ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ВНУТРЕННИЙ НАСАДОК	0,71	0,71	1,0	1,0
4	КОНИЧЕСКИЙ СХОДЯЩИЙСЯ НАСАДОК	0,94	0,96	0,98	0,075
5	КОНИЧЕСКИЙ РАСХОДЯЩИЙСЯ НАСАДОК	0,5	0,5	1,0	3,5
6	КОНОИДАЛЬНЫЙ НАСАДОК	0,98	0,98	1,0	0,04

$$Q_{\text{сход}} < Q_{\text{цил}} < Q_{\text{расх}}$$



# VII. Гидравлический расчет трубопроводов

# Простые трубопроводы постоянного сечения



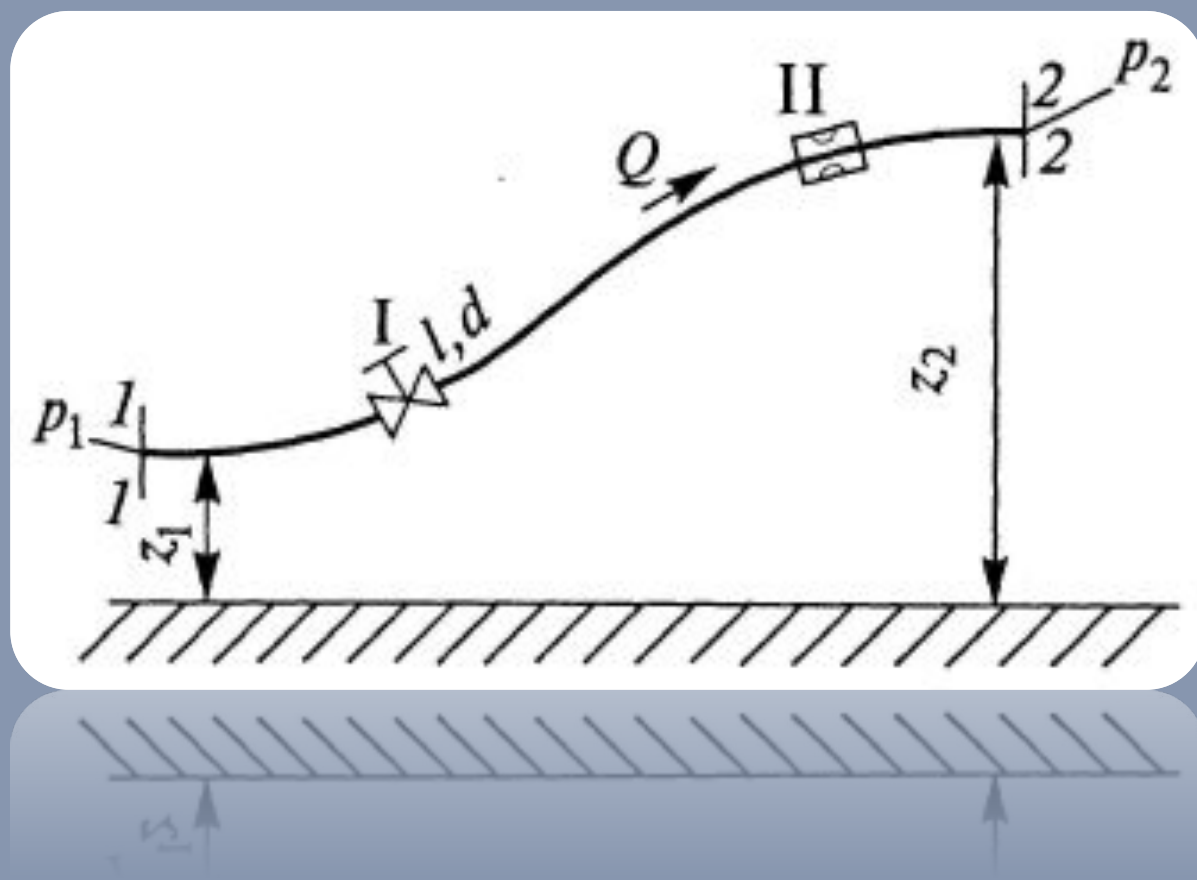
При гидравлическом расчете трубопровода чаще всего определяется его **потребный напор**  $H_{\text{потр}}$  — величина, численно равная **пьезометрической** высоте в начальном сечении трубопровода.

Если потребный напор задан, то его принято называть

**располагаемым напором**  $H_{\text{расп}}$ .

В этом случае при гидравлическом расчете может определяться **расход**  $Q$  жидкости в трубопроводе или его **диаметр**  $d$ .

Простой трубопровод постоянного сечения расположен произвольно в пространстве, имеет общую длину  $l$  и диаметр  $d$  и содержит ряд местных сопротивлений  $\xi_i$ .



Запишем уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2, считая, что  $\alpha_1 = \alpha_2$ . После сокращения скоростных напоров получим

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \sum h_{\text{пот}}$$

Отсюда потребный напор

$$H_{\text{потр}} = \frac{p_2}{\rho g} = z_2 - z_1 + \frac{p_2}{\rho g} + \sum h_{\text{пот}}$$

Т.е.  $H_{\text{потр}}$  складывается из суммарной геометрической высоты  $\Delta z = z_2 - z_1$ , на которую поднимается жидкость в процессе движения по трубопроводу, пьезометрической высоты в конечном сечении трубопровода и суммы гидравлических потерь напора, возникающих при движении жидкости в нем.

Статический напор это сумма  $H_{\text{ст}} = \Delta z + p_2 / (\rho g)$   
Тогда, представляя суммарные потери как степенную функцию от расхода  $Q$ , получим:  
(где  $m$  — величина, зависящая от режима течения;  $K$  - сопротивление трубопровода.)

$$H_{\text{потр}} = H_{\text{ст}} + \sum h_{\text{пот}} = H_{\text{ст}} + KQ^m \quad (1)$$

При ламинарном режиме и линейных местных сопротивлениях (заданы их эквивалентные длины  $l_{\text{эКВ}}$ ) суммарные потери:  
( $l_{\text{расч}} = l + l_{\text{эКВ}}$  — расчетная длина трубопровода)

$$\sum h_{\text{пот}} = \frac{128 \cdot \nu \cdot l_{\text{расч}} \cdot Q}{\pi \cdot g \cdot d^4}$$

Следовательно, при ламинарном режиме

$$m = 1, \quad K = \frac{128 \cdot \nu \cdot l_{\text{расч}}}{\pi \cdot g \cdot d^4}$$

При турбулентном течении жидкости

$$\sum h_{\text{пот}} = h_{\text{м}} + h_{\text{тр}} = \left( \sum \xi + \lambda \cdot \frac{l}{d} \right) \cdot \frac{v_{\text{ср}}^2}{2g}$$

Заменяя в этой формуле среднюю скорость жидкости через расход, получим суммарные потери напора

$$\sum h_{\text{пот}} = \left( \sum \zeta + \lambda_{\text{т}} \frac{l}{d} \right) \frac{16Q^2}{2g\pi^2 d^4}$$

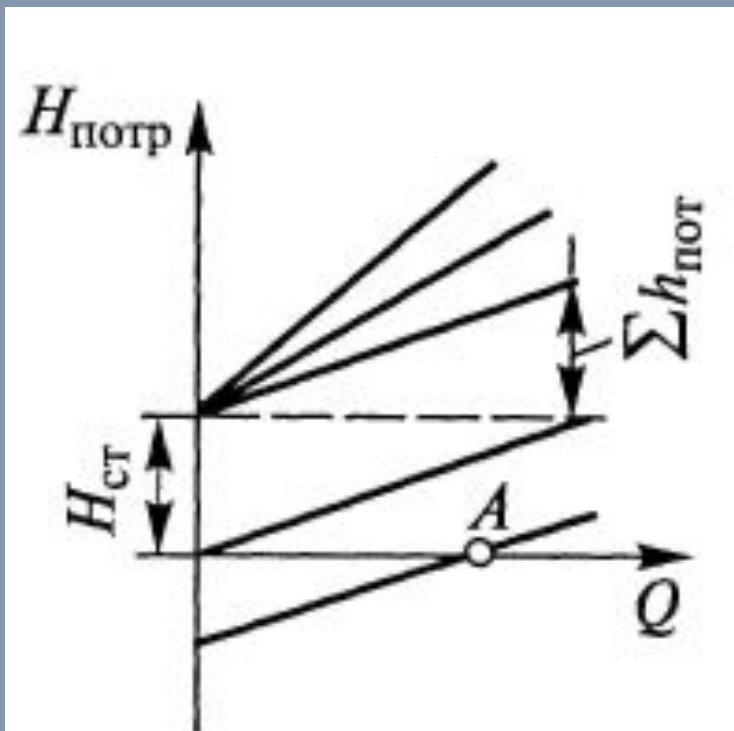
Тогда при турбулентном режиме: (в общем случае коэффициент потерь на трение по длине является также функцией расхода  $Q$ .)

$$m = 2$$

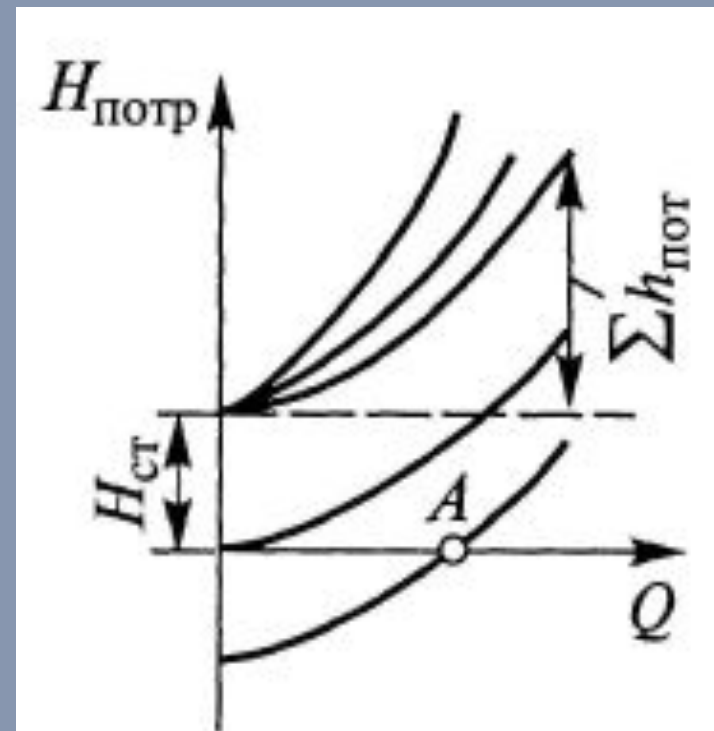
$$K = \left( \sum \zeta + \lambda_m \frac{l}{d} \right) \frac{8}{g\pi^2 d^4}$$

Поступая аналогично в каждом конкретном случае, после преобразований можно получить формулу, определяющую аналитическую зависимость *потребного напора* от расхода. Примеры таких зависимостей в графическом виде приведены на рисунке

ламинарный режим



турбулентный режим



При ламинарном режиме характеристика близка к прямой ( $m \approx 1$ ), а при турбулентном – к параболе ( $m \approx 2$ ). Т. А определяет расход жидкости при ее движении самотеком за счет разности нивелирных высот. В этом случае  $H_{\text{потр}} = 0$ , то есть  $p_1 = p_j$ . Т. В соответствуют покою жидкости –  $Q = 0$ .



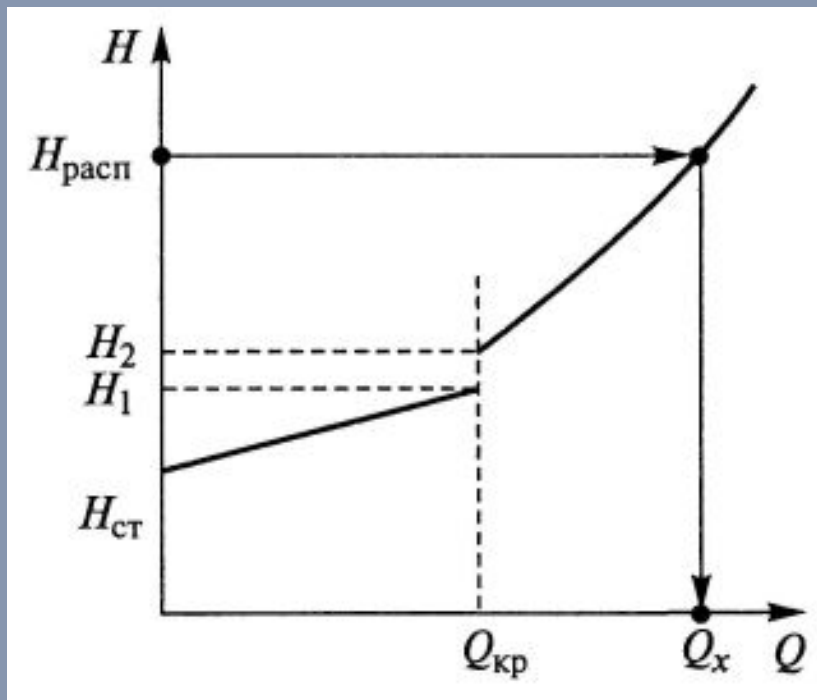
Графическое представление в координатах  $H—Q$  зависимости (1), называется **характеристикой потребного напора**. Методика построения состоит из следующих этапов:

*1-й этап.* Определяем критический расход  $Q_{кр}$ , соответствующий  $Re_{кр} = 2300$ , и отмечаем его на оси расходов (ось абсцисс). Очевидно, что для всех расходов, расположенных левее  $Q_{кр}$ , в трубопроводе будет ламинарный режим течения, а для расходов, расположенных правее  $Q_{кр}$ , — турбулентный.

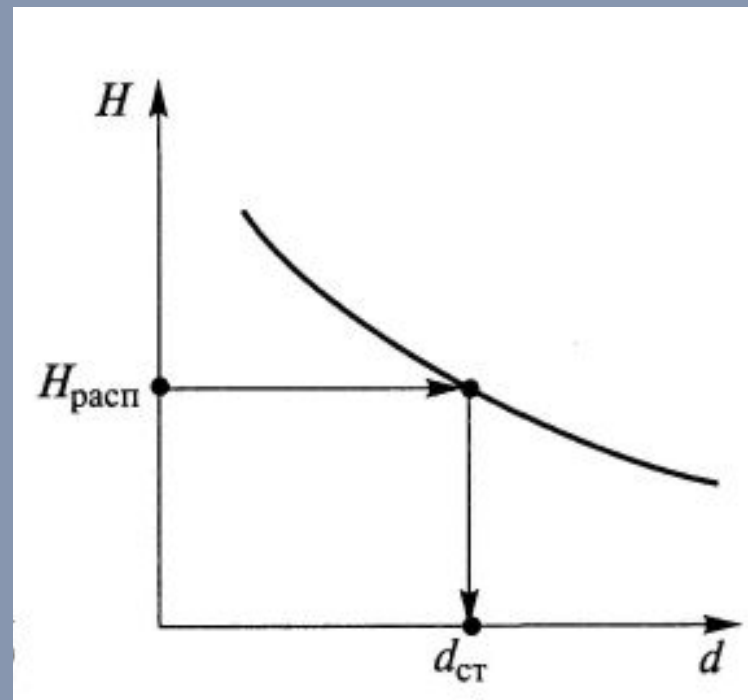
*2-й этап.* Рассчитываем значения потребного напора  $H_1$  и  $H_2$  при расходе в трубопроводе, равном  $Q_{кр}$ , соответственно предполагая, что  $H_1$  — результат расчета при ламинарном режиме течения, а  $H_2$  — при турбулентном.

*3-й этап.* Строим характеристику потребного напора для ламинарного режима течения (для расходов, меньших  $Q_{кр}$ ).

*4-й этап.* Строим характеристику потребного напора для турбулентного режима течения (для расходов, больших  $Q_{кр}$ )



Имея характеристику  
потребного напора, можно  
по известному значению  
располагаемого напора  
 $H_{расп}$  найти искомое  
значение расхода  $Q_x$

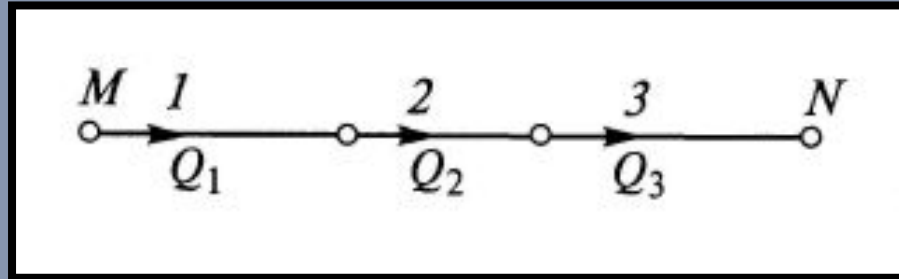


Если же необходимо найти диаметр  
 $d$ , то, задаваясь несколькими  
значениями  $d$ , следует построить  
зависимость  $H_{потр}$  от диаметра  $d$ .  
Далее по значению  $H_{расп}$   
выбирается ближайший больший  
диаметр из стандартного ряда  $d_{ст}$ .

# Соединения простых

## трубопроводов

Пусть имеем *последовательное соединение* нескольких простых трубопроводов (1, 2 и 3) различной длины, разного диаметра, с различным набором местных сопротивлений



Так как эти трубопроводы включены последовательно, то в каждом из них имеет место **один и тот же расход жидкости Q**.

Суммарная потеря напора складывается из потерь напора *в каждом простом трубопроводе*

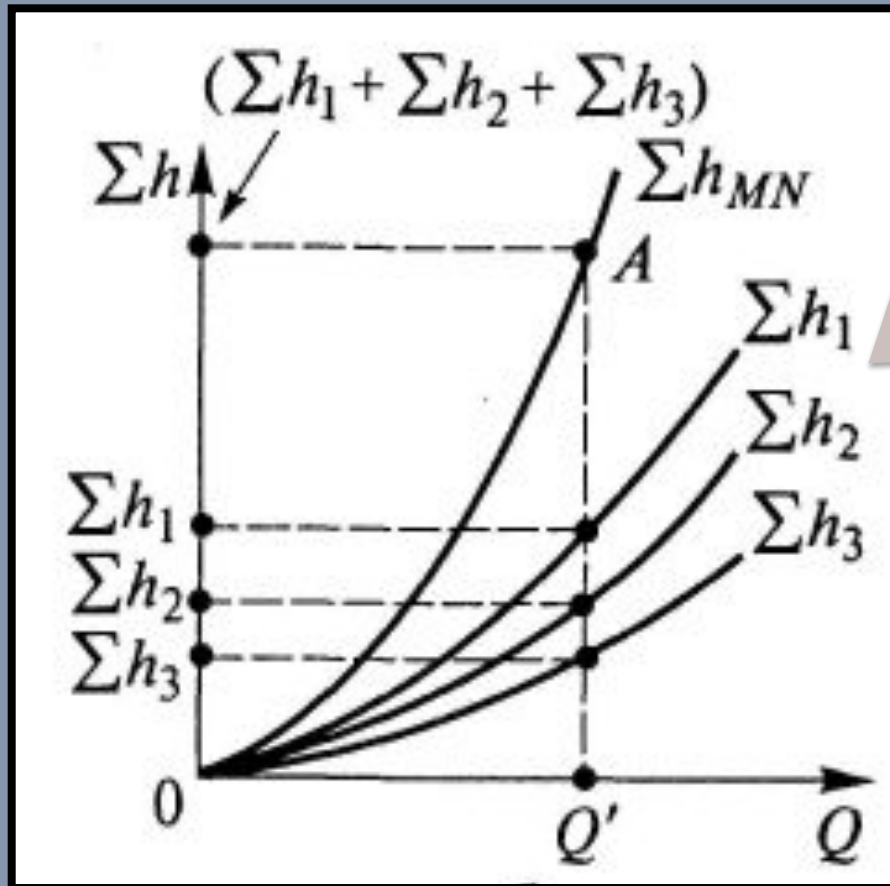
$$\begin{cases} Q = Q_1 = Q_2 = Q_3; \\ \sum h_{MN} = \sum h_1 + \sum h_2 + \sum h_3. \end{cases} \quad (2)$$

Потери напора в каждом простом трубопроводе могут быть определены через значения соответствующих расходов:

$$\sum h_1 = K_1 Q_1^{m_1}$$

$$\sum h_2 = K_2 Q_2^{m_2}$$

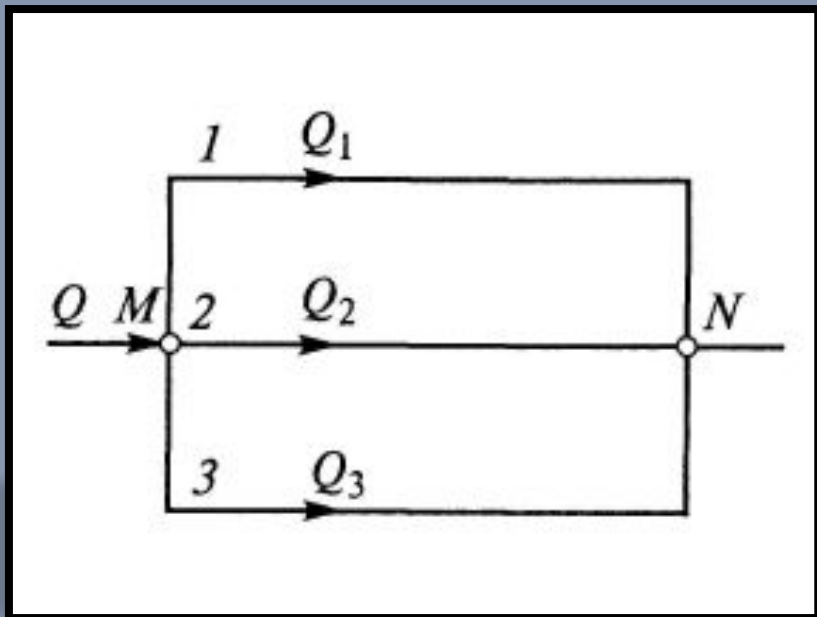
$$\sum h_3 = K_3 Q_3^{m_3} \quad (3)$$



Если используется графический метод расчета, то строят суммарную характеристику соединения, которая получается путем **сложения потребных напоров** последовательно соединенных трубопроводов при **одинаковых расходах**.

Для этого используются характеристики простых трубопроводов 1, 2 и 3, которые строятся по зависимостям (3).

**Параллельным** называется соединение трубопроводов, имеющих две общие точки (точку разветвления и точку смыкания).



Расход  $Q$  жидкости до разветвления (т.  $M$ ) и после смыкания (т.  $N$ ) **один и тот же** и равен сумме расходов  $Q_1$ ,  $Q_2$  и  $Q_3$  в параллельных ветвях.

Обозначим полные напоры в точках  $M$  и  $N$  через  $H_M$  и  $H_N$ , тогда для каждого трубопровода потеря напора **равна разности этих напоров**:

$$\sum h_1 = H_M - H_N$$

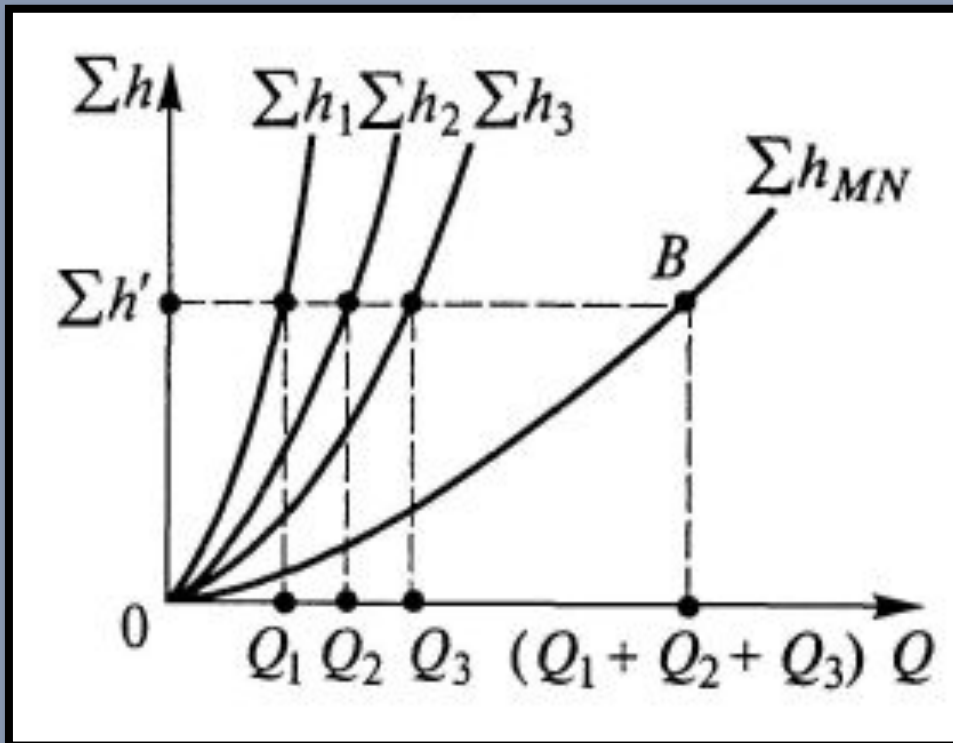
$$\sum h_2 = H_M - H_N$$

$$\sum h_3 = H_M - H_N$$

Т.е несмотря на разные сопротивления каждого простого трубопровода, расходы  $Q_1$ ,  $Q_2$  и  $Q_3$  *распределяются* между ними так, что *потери остаются равными*.

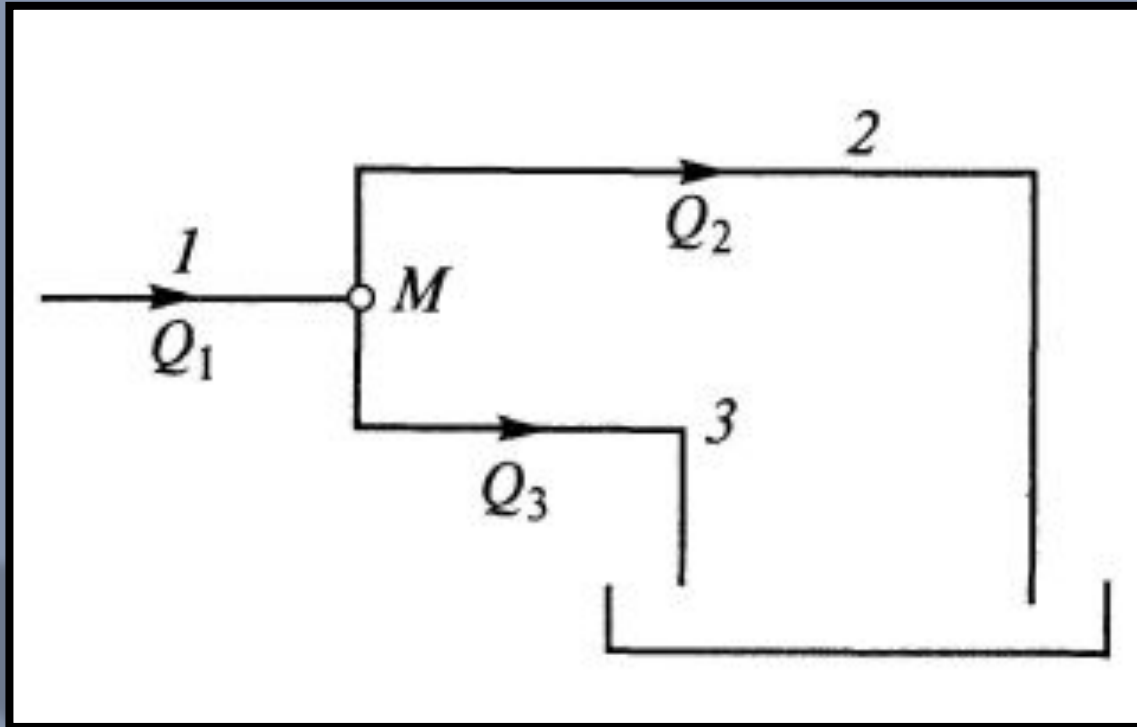
Потери напора в каждом трубопроводе, входящем в соединение, могут быть определены по формулам вида (3)

$$\begin{cases} Q = Q_1 + Q_2 + Q_3; \\ \sum h_1 = \sum h_2 = \sum h_3. \end{cases} \quad (4)$$



Для получения точки, принадлежащей суммарной характеристике параллельного соединения (т. В), необходимо в соответствии с (4) **сложить расходы** в исходных трубопроводах **при одинаковых потерях напора**.

Разветвленным соединением называется совокупность нескольких трубопроводов, имеющих одну общую точку (место разветвления или смыкания труб).



Трубопровод **1** включен *последовательно* по отношению к трубопроводам **2** и **3**. Трубопроводы **2** и **3** можно считать *параллельными*, так как они имеют общую точку разветвления (точка *M*) и подают жидкость в один и тот же гидробак.

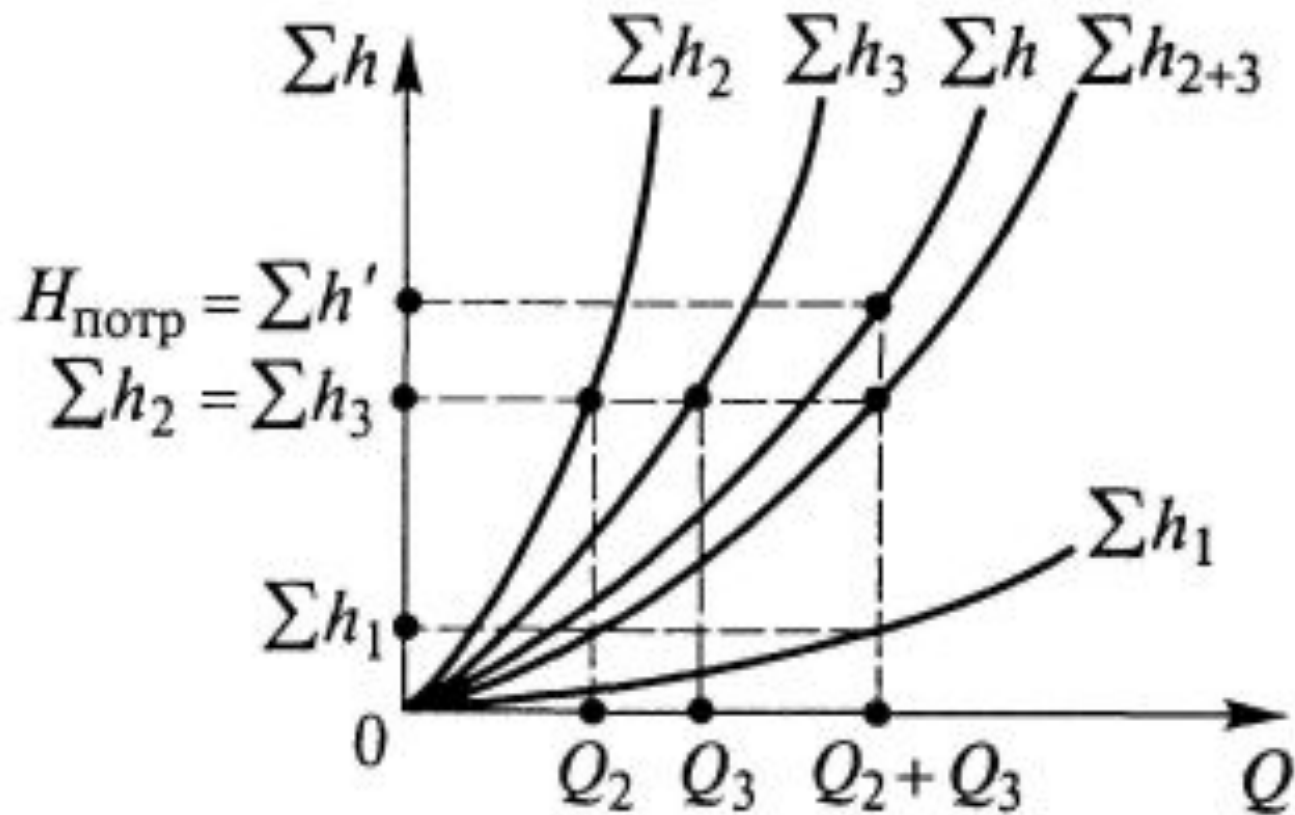
Для сложных трубопроводов расчет, как правило, проводится графическим методом. При этом рекомендуется следующая последовательность:

1) сложный трубопровод разбивается на ряд простых трубопроводов;

2) для каждого простого трубопровода строится его характеристика;

3) графическим сложением получают характеристику сложного трубопровода





Вначале складываются характеристики трубопроводов  $\Sigma h_2$  и  $\Sigma h_3$  по правилу сложения характеристик параллельных трубопроводов, а затем характеристика  $\Sigma h_{2+3}$  параллельного соединения складывается с характеристикой  $\Sigma h_1$  по правилу сложения характеристик последовательно соединенных трубопроводов и получается характеристика всего сложного трубопровода  $\Sigma h$

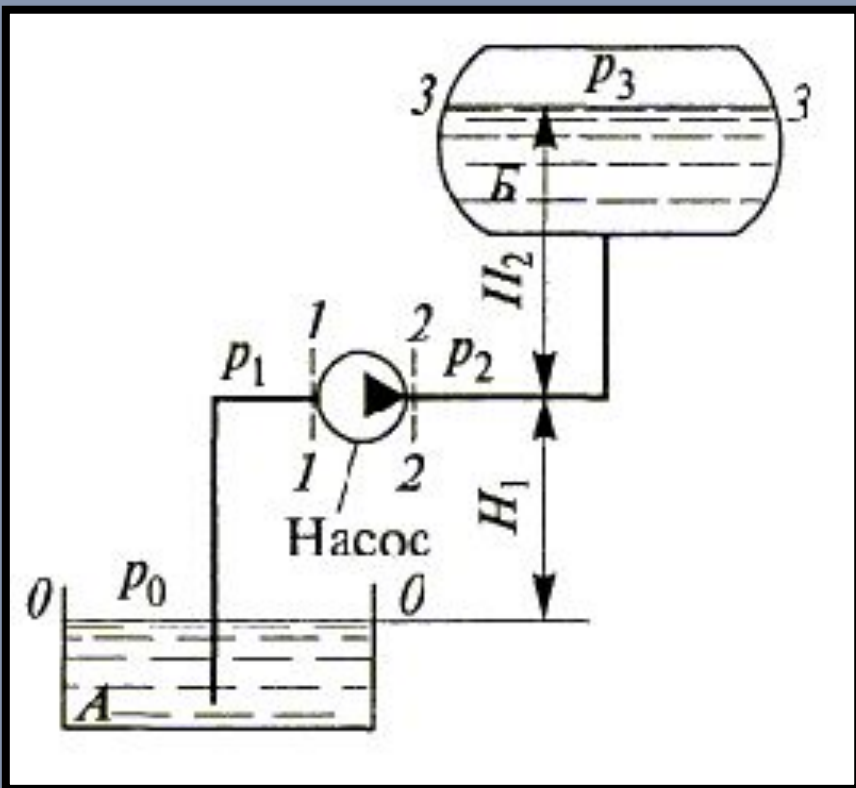
## Трубопровод с насосной подачей

**Насосом** называется гидравлическое устройство, преобразующее механическую энергию привода в энергию потока рабочей жидкости. Целью расчета, как правило, является определение напора, создаваемого насосом.

**Напор насоса  $H_n$**  - полная механическая энергия, переданная насосом единице веса жидкости. Т. о. для определения  $H_n$  необходимо оценить приращение полной удельной энергии жидкости при прохождении ее через насос, т.е.

$$H_n = H_{вых} - H_{вх} \quad (5)$$

где  $H_{вх}$ ,  $H_{вых}$  — удельная энергия жидкости соответственно на входе и выходе из насоса.



Высота расположения насоса относительно нижнего уровня жидкости  $H_1$  называется **высотой всасывания**, а трубопровод, по которому жидкость поступает к насосу, **всасывающим трубопроводом**, или гидролинией всасывания.

Высота расположения конечного сечения трубопровода или верхнего уровня жидкости  $H_2$  называется **высотой нагнетания**, а трубопровод, по которому жидкость движется от насоса, **напорным**, или гидролинией нагнетания.

Запишем уравнение Бернулли для потока жидкости во **всасывающем** трубопроводе, т.е. для сечений 0-0 и 1-1: ( потери напора во всасывающем трубопроводе)

$$\frac{p_0}{\rho g} = H_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} + \sum h_{вс} \quad (6)$$

Цель - определение давления перед насосом. Оно должно быть выше давления насыщенных паров жидкости. Это необходимо для исключения возникновения кавитации на входе в насос.

Из уравнения (6) можно найти удельную энергию жидкости на входе в насос:

$$H_{вх} = \frac{p_1}{\rho g} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_0}{\rho g} - H_1 - \sum h_{вс} \quad (7)$$

Запишем уравнение Бернулли для потока жидкости в **напорном** трубопроводе, т. е. для сечений 2-2 и 3-3: ( потери напора в напорном трубопроводе)

$$\frac{p_2}{\rho g} + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} = H_2 + \frac{p_3}{\rho g} + \sum h_{нап} \quad (8)$$

Слева - удельная энергия жидкости на выходе из насоса  $H_{вых}$ . Подставив в (5) правые части зависимостей (5.7) для  $H_{вх}$  и (5.8) для  $H_{вых}$ , получим

$$H_n = H_1 + H_2 + \frac{p_3 - p_0}{\rho g} + \sum h_{вс} + \sum h_{нап} \quad (9)$$

Как следует из уравнения (9), напор насоса  $H_n$  обеспечивает подъем жидкости на высоту  $(H_1 + H_2)$ , повышение давления с  $p_0$  до  $p_3$  и расходуется на преодоление сопротивлений во всасывающем и напорном трубопроводах.

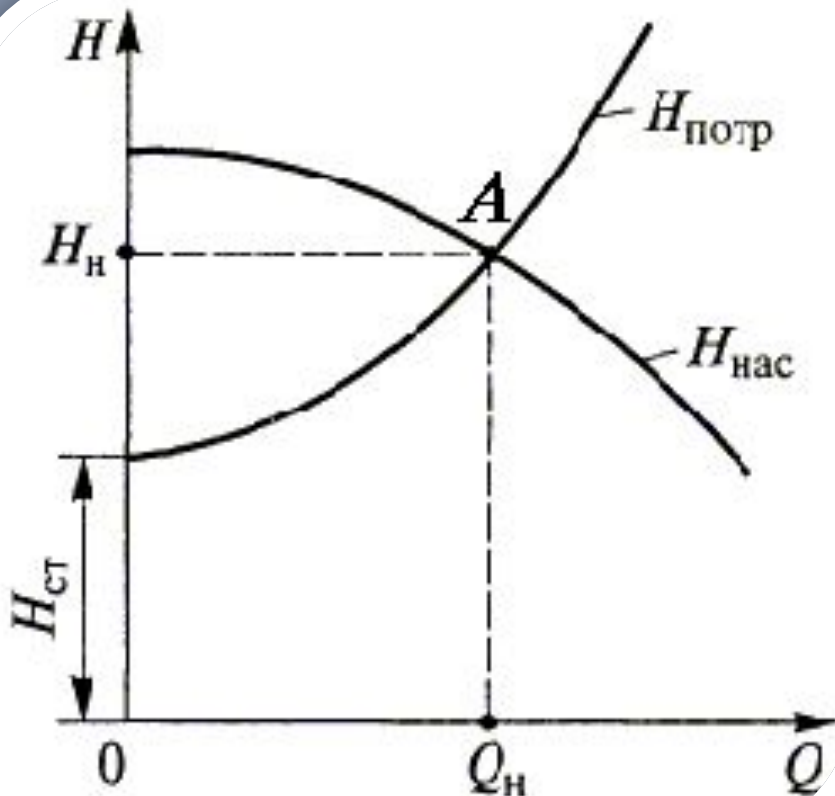
Насос создает напор, равный потребному напору трубопровода.

$$H_n = H_{потр} \quad (10)$$

# Графический метод расчета трубопровода с насосной подачей

Метод заключается в совместном построении на графике характеристики требуемого напора трубопровода  $H_{\text{потр}} = f(Q)$  и характеристики насоса  $H_{\text{нас}} = f(Q)$

Точка пересечения этих зависимостей называется рабочей точкой гидросистемы и является результатом графического решения уравнения (10).



Т. А и есть искомая рабочая точка гидросистемы. Ее координаты определяют напор  $H_n$ , создаваемый насосом, и расход  $Q_n$  жидкости, поступающей от насоса в гидросистему.