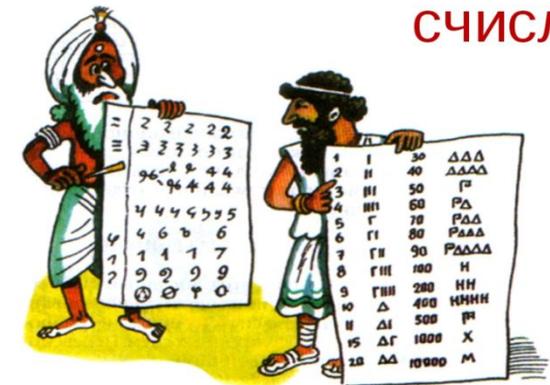


# Course

# Information and communication technologies

## Practical lessons 1 «Number systems».

Системы  
счисления



Lecturer:

Associate professor of  
Faculty of general education  
disciplines

Kurmankozhayeva A.A.



# Subjects

- Number systems;
- Arithmetic in positional number systems.



## □ Number systems

A **number system** is a set of rules for naming and depicting numbers using a finite set of characters called numbers.

*Number systems are non-positional and positional.*

## Системы счисления

Системой счисления называется совокупность правил наименования и изображения чисел с помощью конечного набора символов, называемых цифрами.

*Системы счисления бывают непозиционные и позиционные.*



**A number system** is called non-positional if the value of a digit in the number recording does not depend on the position it occupies in the sequence of digits representing the number.

*Examples of non-positional number systems:* Roman, Ancient Greek, etc.

**Система счисления называется непозиционной**, если значение цифры в записи числа не зависит от позиции, которую она занимает в последовательности цифр, изображающей число.

*Примеры непозиционных систем счисления:* римская, древнегреческая и др.



**The number system** is called positional if the value of a digit in the number recording depends on the position it occupies in the sequence of digits representing the number.

*Examples of positional number systems:* decimal, binary, octal, hexadecimal, etc.

**Система счисления называется позиционной**, если значение цифры в записи числа зависит от позиции, которую она занимает в последовательности цифр, изображающей число.

*Примеры позиционных систем счисления:*  
десятичная, двоичная, восьмеричная,  
шестнадцатеричная и др.



# Системы счисления

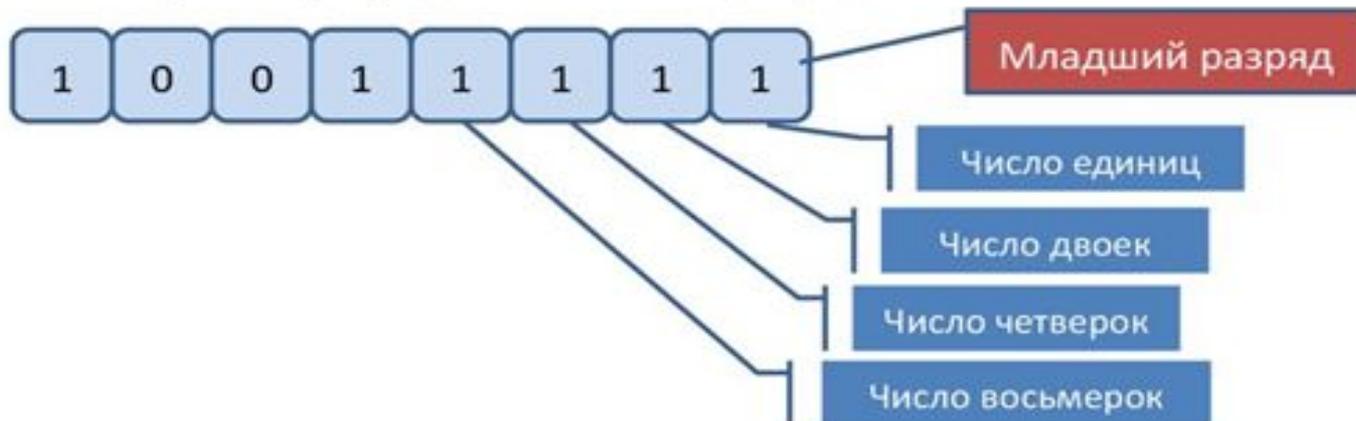
- Двоичная система счисления

$9 + 5 \cdot 10 + 1 \cdot 100 = 159$  – это **десятичная** запись числа

**Двоичная** система использует всего **два знака** для записи чисел.

Соответственно, **младший** разряд хранит число **единиц**, следующий за ним – число **двоек**, следующий – число **четверок** и т. д.

Что хранит **старший** разряд – зависит от разрядности.



$$1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 16 + 0 \cdot 32 + 0 \cdot 64 + 1 \cdot 128 = 159$$



**In positional numeral systems, the base of the numeral system is the number of digits used in writing a number**



**В позиционных системах счисления основание системы счисления — это количество цифр, используемых в записи числа**



<b>Название системы</b> <b>System name</b>	<b>Основание</b> <b>Base</b>	<b>Используемые цифры</b> <b>Numbers used</b>
Десятичная <b>Decimal</b>	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Двоичная <b>Binary</b>	2	0,1
Восьмеричная <b>Octal</b>	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Шестнадцатеричная <b>Hexadecimal</b>	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F



# Двоичная система счисления

Основание  $p=2$

Алфавит системы: 0, 1



Как записать остальные числа?

0	–	0
1	–	1
2	–	10
3	–	11
4	–	100
5	–	101
6	–	110
7	–	111

8	–	1000
9	–	1001
10	–	1010
11	–	1011
12	–	1100
13	–	1101
14	–	1110
15	–	1111

16	–	10000
17	–	10001
18	–	10010
19	–	10011
20	–	10100
21	–	10101
22	–	10110
23	–	10111

24	–	11000
25	–	11001
26	–	11010
27	–	11011
28	–	11100
29	–	11101
30	–	11110
31	–	11111



<b>Основание</b> <b>Base</b>																	
«10»	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<b>10</b>	11	12	13	14	15	16
«2»	0	1	<b>10</b>	11	100	101	110	111	...								
«8»	0	1	2	3	4	5	6	7	<b>10</b>	11	12	13	14	15	16	17	20
«16»	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	<b>10</b>



# Системы счисления

Системы счисления			Системы счисления		
Десяти- чная	Двои- чная	Шестнадца- теричная	Десяти- чная	Двои- чная	Шестнадца- теричная
0	0000	0	8	1000	8
1	0001	1	9	1001	9
2	0010	2	10	1010	A
3	0011	3	11	1011	B
4	0100	4	12	1100	C
5	0101	5	13	1101	D
6	0110	6	14	1110	E
7	0111	7	15	1111	F



## Expanded notation of numbers

In the positional number system, any real number can be represented

as:  $A_q = \pm(a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_1q^1 + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + a_{-2}q^{-2} + \dots + a_{-m}q^{-m})$  –  
- *expanded form of number.*

Here:

**A** - is the number itself,

**q** - base of the number system,

**a<sub>i</sub>** - digits of the given number system ( $a_{n-2}; a_{n-1}$ , etc.),

**n** - the number of digits of the integer part of the number,

**M** - is the number of digits of the fractional part of the number.

## Развернутая форма записи чисел

*В позиционной системе счисления любое вещественное число может быть представлено в виде:*  $A_q = \pm(a_{n-1}q^{n-1} + a_{n-2}q^{n-2} + \dots + a_1q^1 + a_0q^0 + a_{-1}q^{-1} + a_{-2}q^{-2} + \dots + a_{-m}q^{-m})$  – *развернутая форма числа.*

Здесь:

**A** – само число,

**q** – основание системы счисления,

**a<sub>i</sub>** – цифры данной системы счисления ( $a_{n-2}; a_{n-1}$  и др.),

**n** – число разрядов целой части числа,

**m** - число разрядов дробной части числа.



**Example 1.** Write down a number in expanded form  $A_{10} = 5124,23$

$$5124,23_{10} = 5 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$$

**Example 2.** Write down a number in expanded form  $A_{16} = 3D,2E$

$$3D,2E_{16} = 3 \cdot 16^1 + D \cdot 16^0 + 2 \cdot 16^{-1} + E \cdot 16^{-2} = 3 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 + 2 \cdot 16^{-1} + 14 \cdot 16^{-2}$$

**Пример 1.** Записать в развернутом виде число  $A_{10} = 5124,23$

$$5124,23_{10} = 5 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2}$$

**Пример 2.** Записать в развернутом виде число  $A_{16} = 3D,2E$

$$3D,2E_{16} = 3 \cdot 16^1 + D \cdot 16^0 + 2 \cdot 16^{-1} + E \cdot 16^{-2} = 3 \cdot 16^1 + 13 \cdot 16^0 + 2 \cdot 16^{-1} + 14 \cdot 16^{-2}$$



The collapsed form of writing numbers is called writing in the form:

$$A = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0,a_{-1}a_{-2}\dots a_{-m}$$

it is this form of notation of numbers that we use in everyday life

**Свернутой формой записи чисел называется запись в виде**

**$A = a_{n-1}a_{n-2}\dots a_1a_0,a_{-1}a_{-2}\dots a_{-m}$  . именно такой формой записи чисел мы пользуемся в повседневной жизни.**



## **Converting from decimal system to other number systems**

### **Algorithm for converting integers from the decimal number system to any other.**

- Consecutively perform division of the given number and the resulting integer quotients by the basis of the new number system until the quotient is obtained, less than the divisor.
- The resulting remainders, which are the digits of a number in the new number system, are brought into line with the alphabet of the new number system.
- Make up a number in the new number system, writing it down, starting with the last quotient.

## **Перевод из десятичной системы в другие системы счисления**

### ***Алгоритм перевода целых чисел из десятичной системы счисления в любую другую.***

- Последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, меньше делителя.
- Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, , привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления.
- Составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего частного.



For example, to convert from decimal to binary, divide by 2; to convert to octal - to 8, etc.

Например, для перевода из десятичной системы в двоичную, делят на 2; для перевода в восьмеричную – на 8 и т.д.





**Example 2.**  $175_{10} \square X_8$

$$\begin{array}{r} -175 \mid 8 \\ \underline{168} \quad \mid 21 \mid 8 \\ \quad 7 \quad \quad \underline{16} \quad \textcircled{2} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 5 \end{array}$$



**Example 3.**  $175_{10} \rightarrow x_{16}$

$$\begin{array}{r|l} 175 & 16 \\ \hline 160 & 10 \\ \hline 15 & \\ = & \\ \mathbf{(F)} & \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{(A)} \\ \swarrow \end{array}$$

**Hexadecimal 15 is written as "F" and 10 as "A".**

**Thus  $175_{10} \square AF_{16}$**



## Converting numbers from any number system to decimal

### Algorithm for converting numbers from any number system to decimal.

- Present the number in the expanded record. In this case, the base of the number system must be represented in the decimal number system.
- Find the sum of the series. The resulting number is the value of the number in decimal notation.

## Перевод чисел из любой системы счисления в десятичную

### Алгоритм перевода чисел из любой системы счисления в десятичную.

- Представить число в развернутой записи. При этом основание системы счисления должно быть представлено в десятичной системе счисления.
- Найти сумму ряда. Полученное число является значением числа в десятичной системе счисления.



**Example 4.** Let's convert the number  $1101101_2$  from binary to decimal.

Subscript 2 indicates that the number  $1101101$  is written in binary notation.

$$1^6 \ 1^5 \ 0^4 \ 1^3 \ 1^2 \ 0^1 \ 1^0$$

1. From right to left, above each digit of the number, we put a degree, starting from zero:
2. Now we multiply each digit of the number by 2 to the power that stands above the number and add the results - we get the value of the number in decimal notation:

$$1*2^6 + 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 64 + 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 109_{10}$$

$$x^0 = 1$$



**Пример 4.** Переведем число  $1101101_2$  из двоичной системы счисления в десятичную.

Нижний индекс 2 указывает, что число 1101101 записано в двоичной системе счисления.

1. Записываем число, которое необходимо перевести из двоичной системы счисления и справа налево над каждой цифрой числа ставим степень, начиная с нулевой:

$$1^6 \ 1^5 \ 0^4 \ 1^3 \ 1^2 \ 0^1 \ 1^0$$

2. Теперь умножаем каждую цифру числа на 2 в степени, которая стоит над числом и складываем результаты – получаем значение числа в десятичной системе счисления:

$$1*2^6 + 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 64 + 32 + 0 + 8 + 4 + 0 + 1 = 109_{10}$$

$$x^0 = 1$$



# Пример для 16-ой системы счисления

## Example for 16th number system

$$10101101_2 \rightarrow \underline{1010} \quad \underline{1101} \rightarrow AD_{16}$$

A                  D

$$D5_{16} \rightarrow \underline{D} \quad \underline{5} \rightarrow 11010101_2$$

1101    0101

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10



# Arithmetic in positional number systems

- Addition in the binary system is carried out according to the following rules:  
 $0+0$ ;  $0+1$ ;  $1+0$ ;  $1+1=10=10_2$  (one is added to the most highest bit)
- Subtraction in the binary system is carried out according to the following rules:
- Multiplication table in the binary system has a form:  
 $0 \times 0 = 0$ ,  $1 \times 0 = 0$ ,  $0 \times 1 = 0$ ,  $1 \times 1 = 1$
- Division table in the binary system has a form:  
 $0:0$  is undefined,  $1:0$  is undefined,  $0:1 = 0$ ,  $1:1 = 1$ .



# Арифметика в позиционных системах счисления

1. Сложение в двоичной *системе счисления* осуществляется по правилам

$0 + 0 = 0$ ,  $0 + 1 = 1$ ,  $1 + 0 = 1$ ,  $1 + 1 = 10 = 10_2$  (единица идет в старший разряд).

2. Таблица **вычитания** в двоичной *системе счисления* имеет вид  $0 - 0 = 0$ ,  $1 - 0 = 1$ ,  $1 - 1 = 0$ ,  $0 - 1 = 10 - 1 = 1$  (единицу забираем у старшего разряда).

3. Таблица **умножения** в двоичной *системе счисления* имеет вид  $0 \times 0 = 0$ ,  $0 \times 1 = 0$ ,  $1 \times 0 = 0$ ,  $1 \times 1 = 1$ .

4. Таблица **деления** в двоичной *системе счисления* имеет вид  $0 : 0 =$  не определено,  $1 : 0 =$  не определено,  $0 : 1 = 0$ ,  $1 : 1 = 1$ .



# Binary arithmetic

## Двоичная арифметика

Addition  
table

Таблица сложения

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 1 = 10$$

$$\begin{array}{r} 11011 \\ + 101101 \\ \hline 1001000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001000 \\ - 101101 \\ \hline 11011 \end{array}$$

Subtraction  
table

Таблица вычитания

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$10 - 1 = 1$$

$$\begin{array}{r|l} 110101001 & 10001 \\ - 10001 & 11001 \\ \hline 10011 & \\ - 10001 & \\ \hline 10001 & \\ - 10001 & \\ \hline 00000 & \end{array}$$

Multiplication  
table

Таблица умножения

$$0 \times 0 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

$$\begin{array}{r} \phantom{+} 11001 \\ \times 10001 \\ \hline 11001 \\ + 00000 \\ \phantom{+} 00000 \\ \phantom{+} 00000 \\ \phantom{+} 11001 \\ \hline 110101001 \end{array}$$



## **Assignment:**

1. Learn terms in English (lecture, vocabulary)
2. **Individual work 1.** «Development of flowcharts of operation of devices of the computer. The concept of Flowcharts. Elements of flowcharts».

*Form of control – take the notes in English*

1. **Office hours 1.** “Link between ICTs and the achievement of the Sustainable Development Goals in the Millennium Declaration“.

*Form of control – take the notes in English*



**Thanks for your attention!**