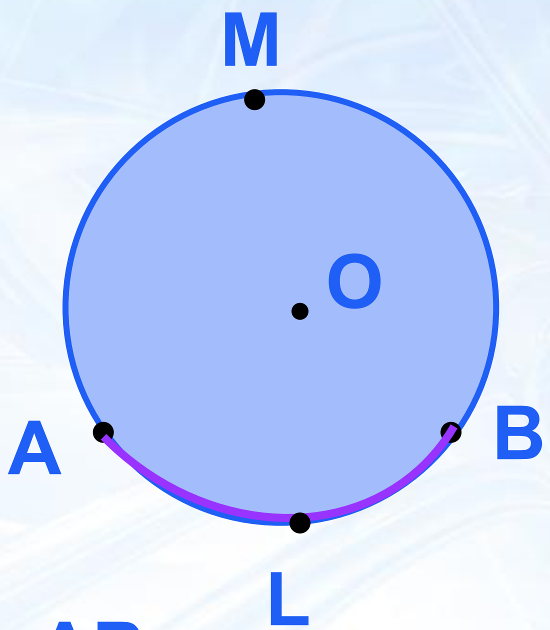
Центральные и вписанные углы

Автор:
Сидорова А.В.
МБОУ СОШ № 31
г. Мурманска

Дуга окружности

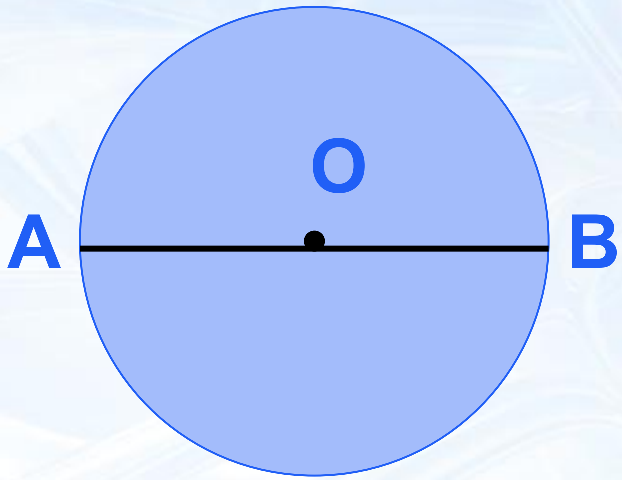


$\smile AB$

$\smile ALB$

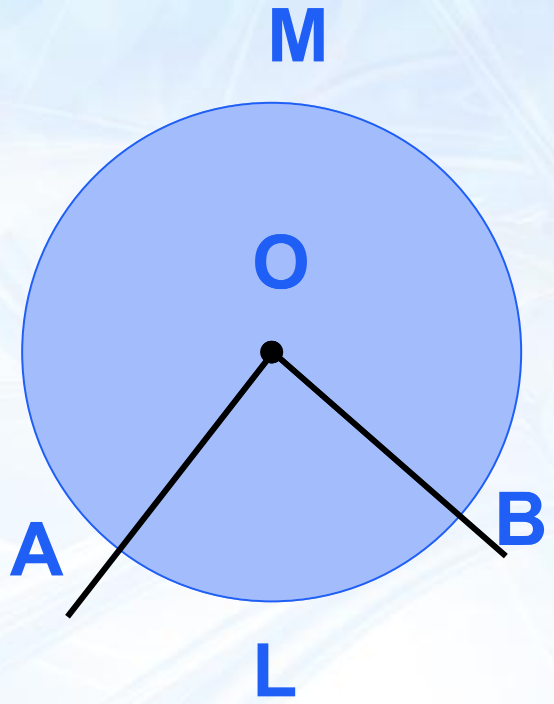
$\smile AMB$

Полуокружность



- Дуга называется **полуокружностью,** если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром окружности.

Центральный угол



- Угол с вершиной в центре окружности называется её **центральным углом**.

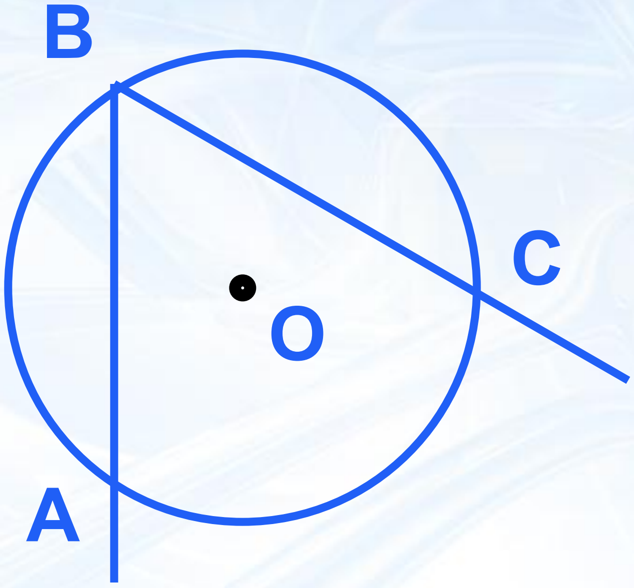
$\smile ALB = \angle AOB$

$\smile AMB = 360^\circ - \angle AOB$

Если дуга АВ окружности с центром О меньше полуокружности или является полуокружностью, то её градусная мера считается равной градусной мере центрального угла АОВ.

Если дуга АВ окружности с центром О больше полуокружности, то её градусная мера считается равной 360° - $\angle$ АОВ.

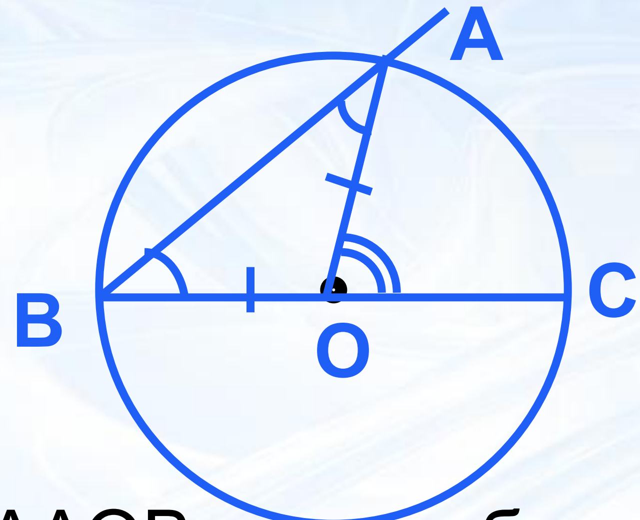
Вписанный угол



- Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется вписанным углом.

Теорема о вписанном угле

- ***Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.***



Дано: ∠ABC – вписанный угол

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$

Доказательство:

1) Луч BO совпадает с одной из сторон угла ∠ABC

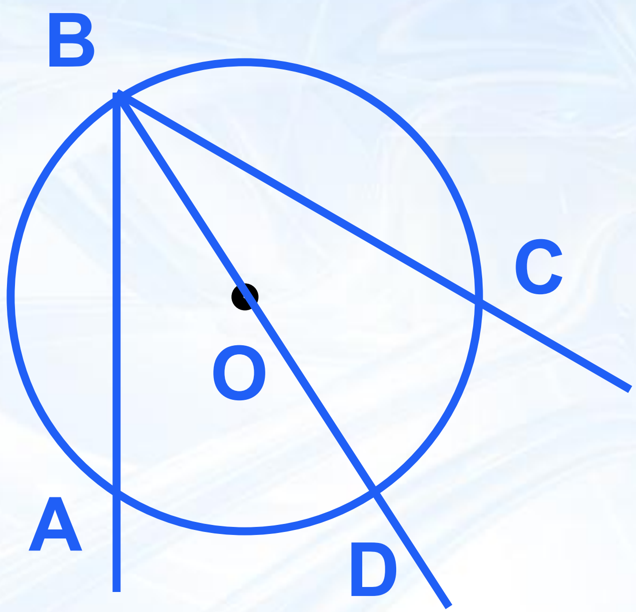
ΔAOB – равнобедренный, т. к. OB = OA = r ⇨ ∠ B = ∠ A.

∠ COA – внешний угол ⇨ ∠ COA = ∠ OBA + ∠ OAB

∠ COA = 2 ∠ OBA ⇨ ∠ OBA = ½ ∠ COA

∠ CBA = ½ ∪ AC

2 случай



$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$

$\angle ABO = \frac{1}{2} \cup AD$

$\angle OBC = \frac{1}{2} \cup DC$

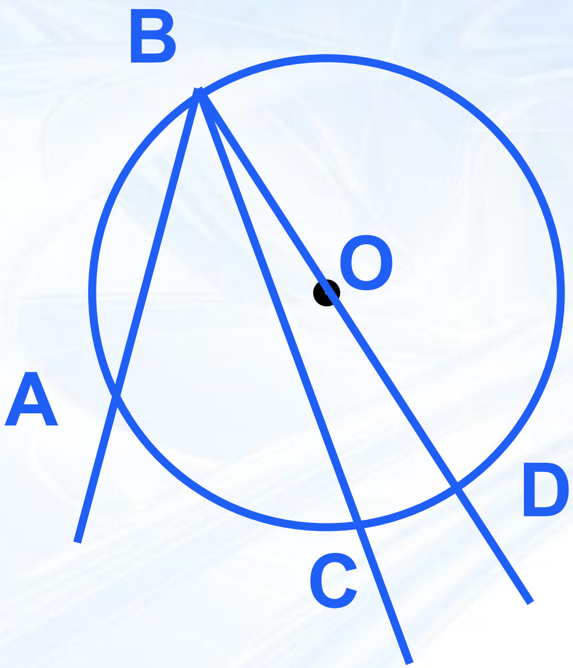
$\Downarrow$

$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AD + \frac{1}{2} \cup DC$

$\Downarrow$

$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$

3 случай



∠ABC = ∠ABD - ∠DBC

∠ABD = ½ ∪AD

∠DBC = ½ ∪DC

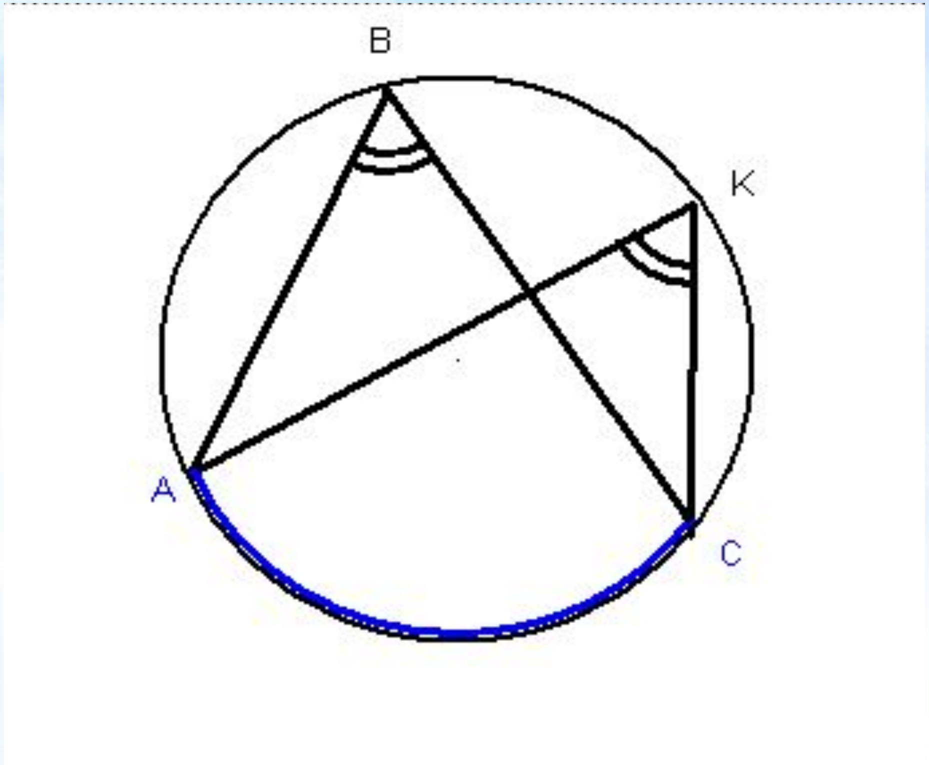
⇓

∠ABC = ½ ∪AD - ½ ∪DC

⇓

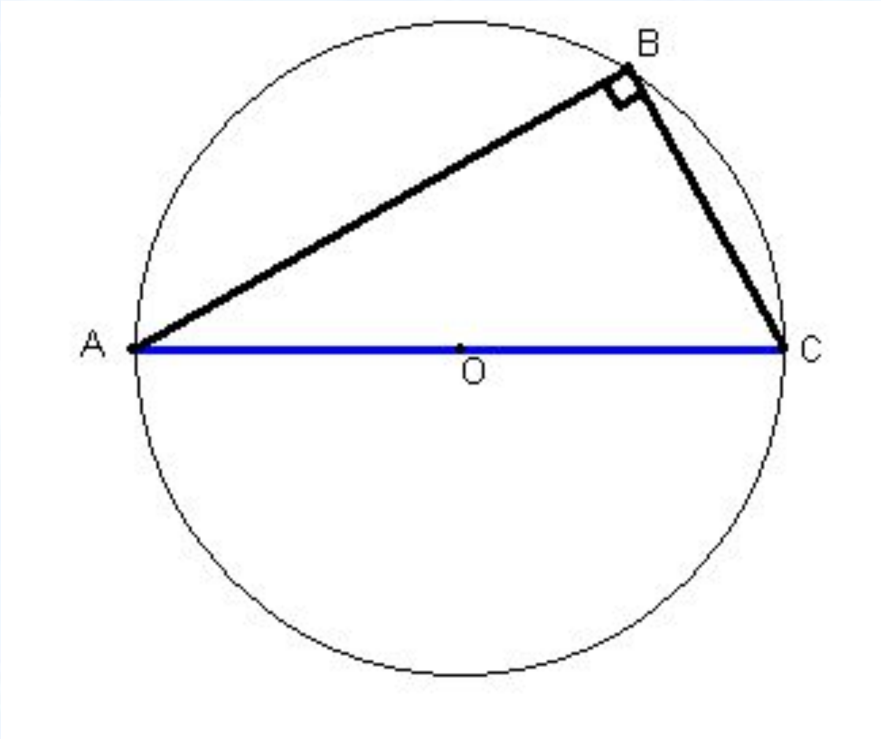
∠ABC = ½ ∪AC

Следствие 1



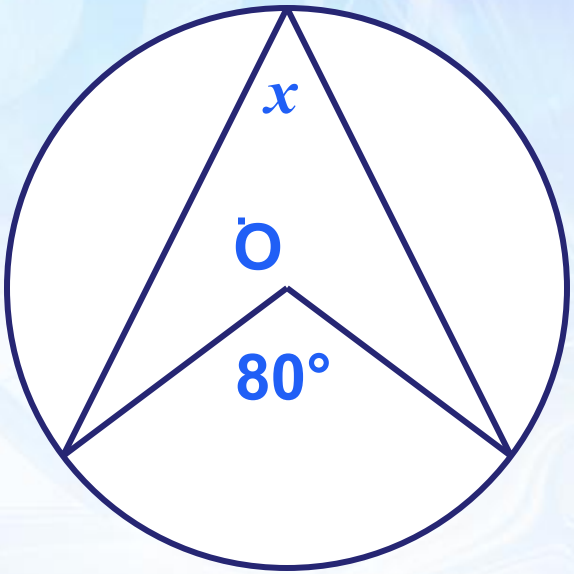
- **Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.**

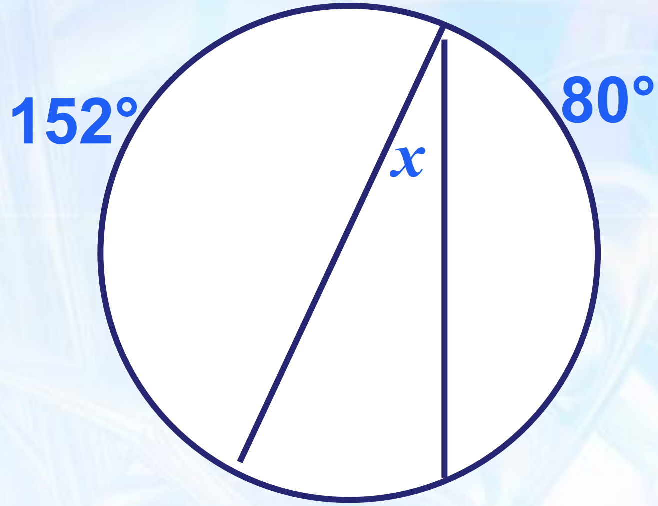
Следствие 2



- ***Вписанный угол, опирающийся на полуокружность,- прямой.***

Задачи

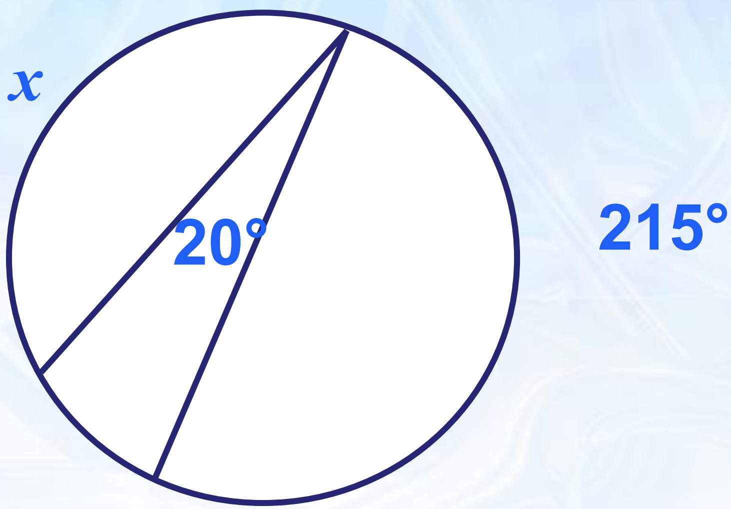




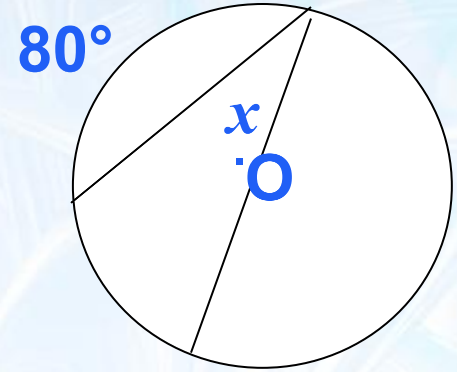
$x = 40°$

$x = 64°$

Задачи



$x = 105°$



$x = 50°$