

Центральные и вписанные углы

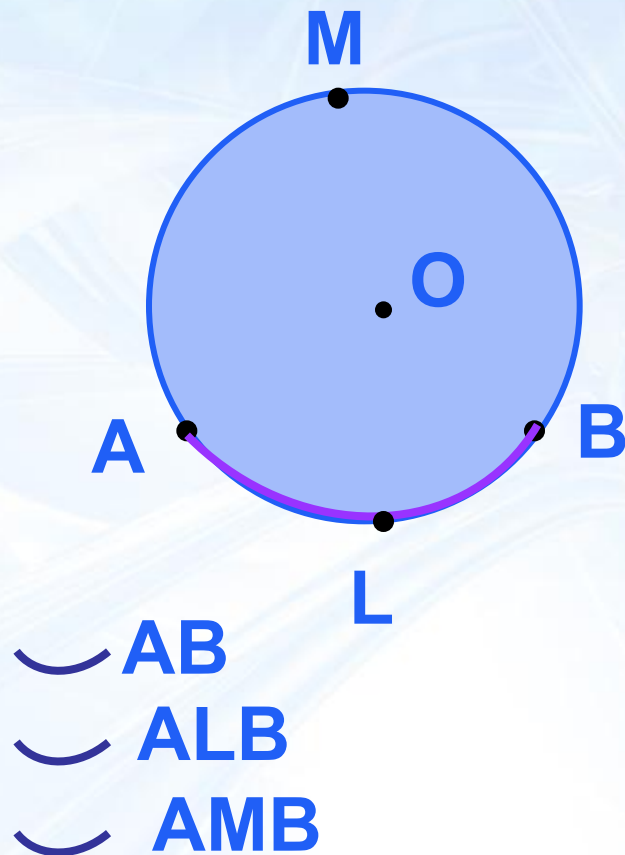
Автор:

Сидорова А.В.

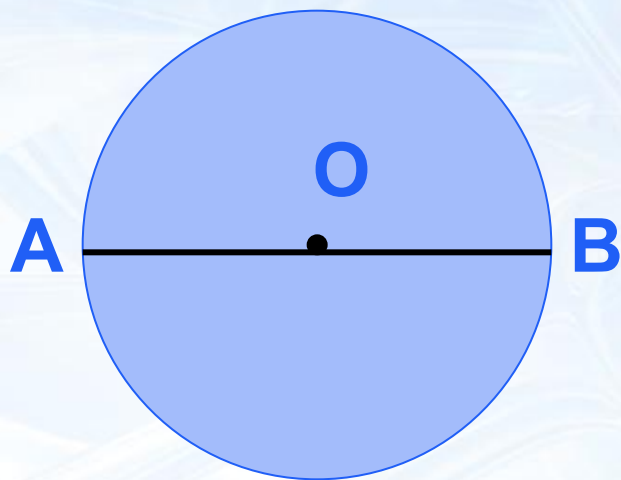
МБОУ СОШ № 31

г. Мурманска

Дуга окружности

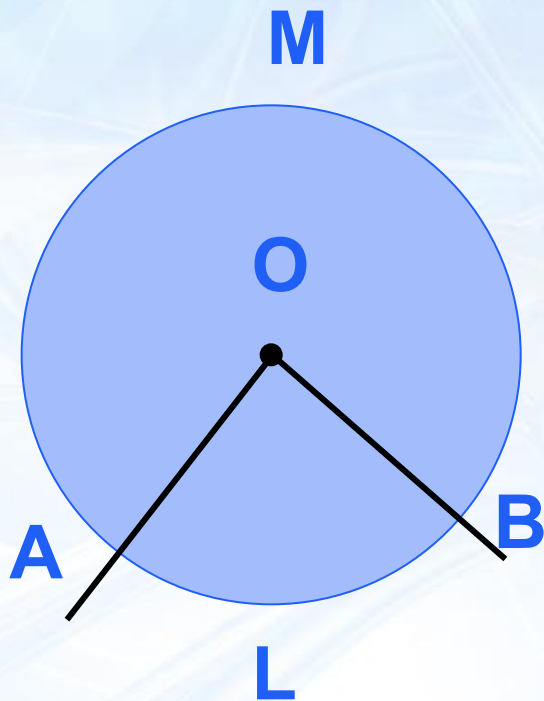


Полуокружность



- Дуга называется **полуокружностью**, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром окружности.

Центральный угол

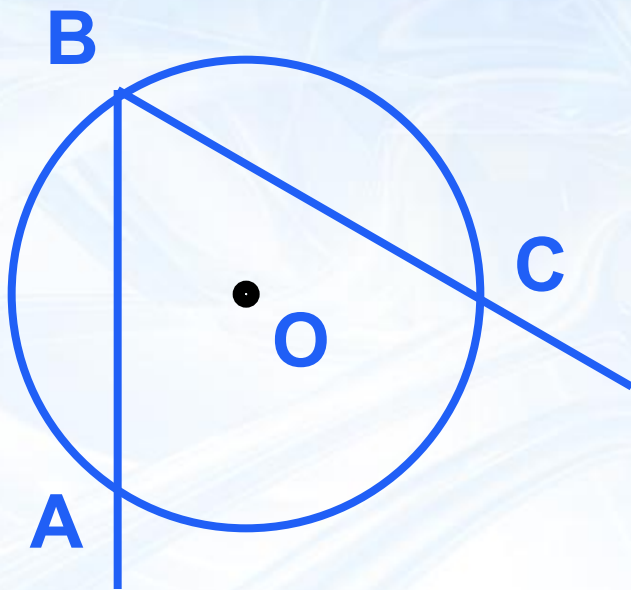


- Угол с вершиной в центре окружности называется её **центральным углом**.
- ⌒ $ALB = \angle AOB$
- ⌒ $AMB = 360^\circ - \angle AOB$

Если дуга АВ окружности с центром О меньше полуокружности или является полуокружностью, то её градусная мера считается равной градусной мере центрального угла АОВ.

Если дуга АВ окружности с центром О больше полуокружности, то её градусная мера считается равной $360^\circ - \sphericalangle АОВ$.

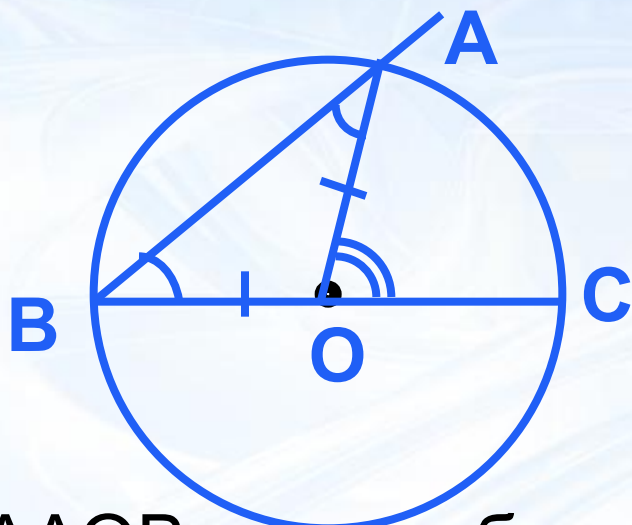
Вписанный угол



- Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным** углом.

Теорема о вписанном угле

- *Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.*



Дано: $\angle ABC$ – вписанный угол

Доказать: $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$
Доказательство.

1) Луч BO совпадает с одной из сторон угла $\angle ABC$

$\triangle AOB$ – равнобедренный, т. к. $OB = OA = r \Rightarrow \angle B = \angle A$

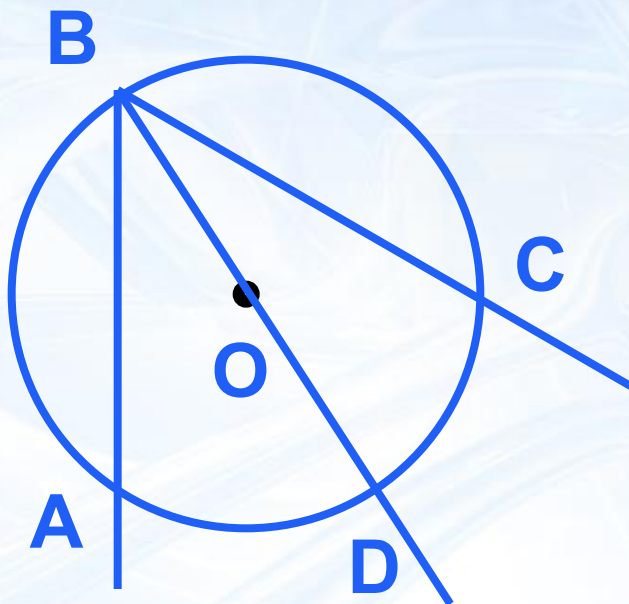
$\angle COA$ – внешний угол $\Rightarrow \angle COA = \angle OBA + \angle OAB$

$\Rightarrow \angle OBA = \frac{1}{2} \angle COA$

$\angle COA = 2 \angle OBA$

$\angle CBA = \frac{1}{2} \angle AOC$

2 случай



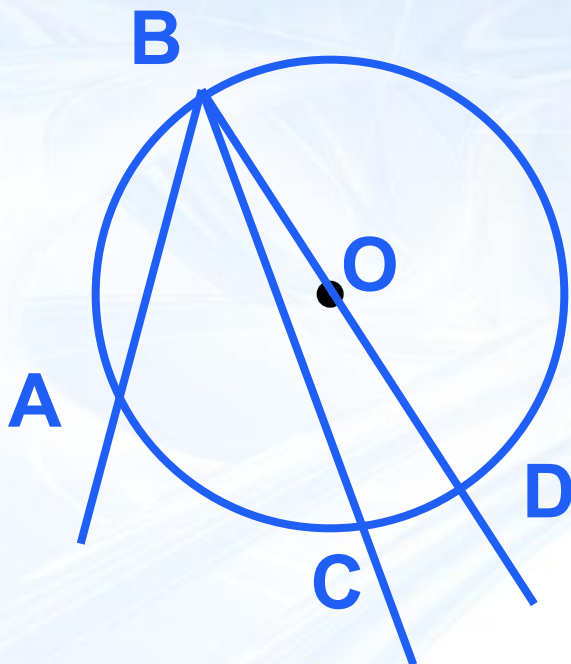
$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$$
$$\angle ABO = \frac{1}{2} \angle DBC$$

$$\frac{\overset{UAD}{\angle OBC}}{\cancel{UDC}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\angle ABC}{\cancel{UDC}} = \frac{1}{2} \frac{UAD}{UDC} + \frac{1}{2}$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} UAC$$

3 случай



$$\angle ABC = \angle ABD -$$

$$\angle DBC$$

$$\overset{\text{UAD}}{\angle DBC} = \frac{1}{2}$$

$$\text{UDC}$$



$$\angle ABC = \frac{1}{2} \text{UAD} - \frac{1}{2}$$

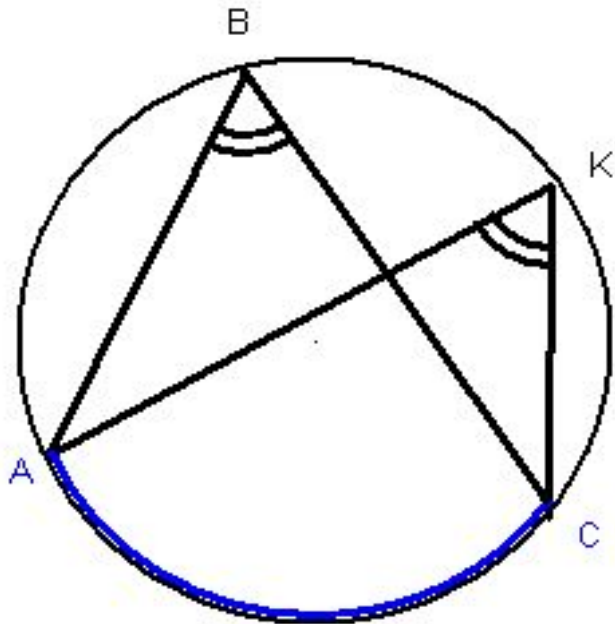
$$\text{UDC}$$



$$\angle ABC = \frac{1}{2}$$

$$\text{UAC}$$

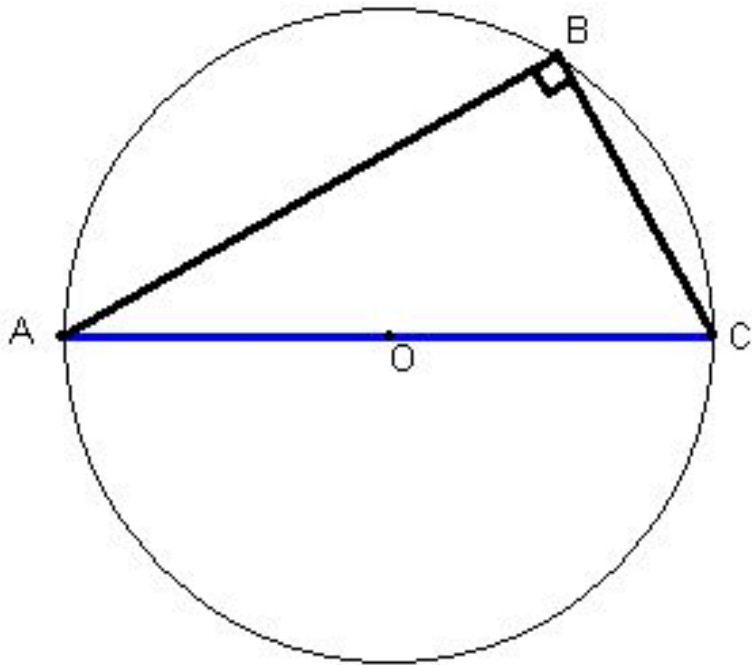
Следствие 1



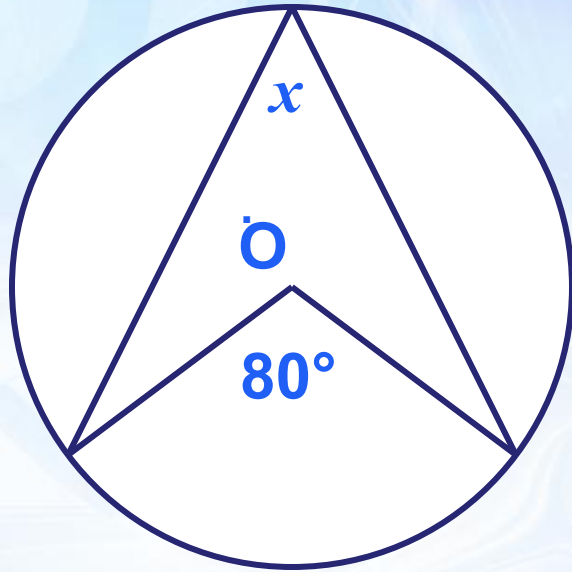
- *Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.*

Следствие 2

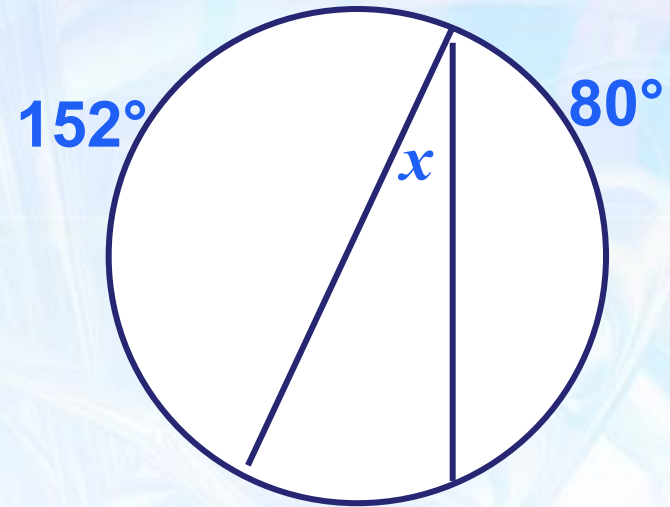
- *Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.*



Задачи

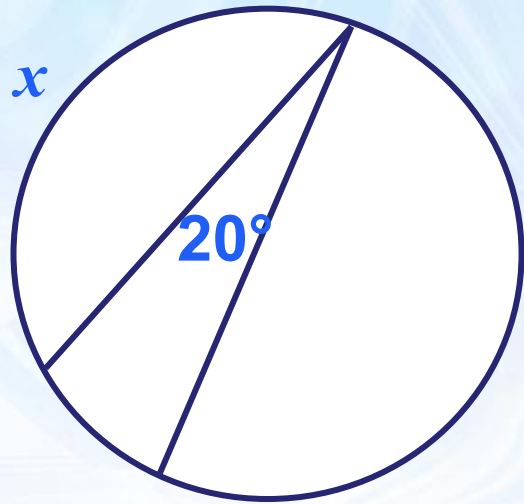


$$x = 40^\circ$$



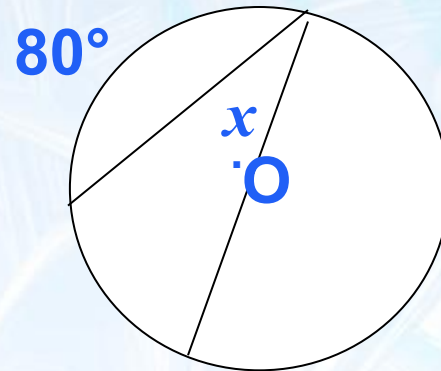
$$x = 64^\circ$$

Задачи



215°

$$x = 105^\circ$$



$$x = 50^\circ$$