

Начертательная геометрия

Литература

- В.О. Гордон, М.А. Семенцов-Огиевский «Курс начертательной геометрии»;
- С.А. Фролов «Начертательная геометрия»;
- Стандарты ЕСКД;
- Д.В. Сорокин, О.В. Бразговка, О.П. Микова «АксонOMETрические проекции»;
- О.В. Бразговка, О.П. Микова «Начертательная геометрия» рабочая тетрадь с печатной основой для записи конспекта лекций;
- О.В. Бразговка, О.П. Микова «Начертательная геометрия» рабочая тетрадь;
- О.В. Бразговка, О.П. Микова «Начертательная геометрия» эюры 1, 2, 3;
- О.В. Бразговка, О.П. Микова, С.И. Ньюкалова «Инженерная графика» рабочая тетрадь.

Условные обозначения

1. Точки в пространстве – прописными буквами латинского алфавита : A, B, C, ...
а также цифрами: 1, 2, 3, ...
2. Линии в пространстве, произвольно расположенные по отношению к плоскостям проекции, – строчными буквами латинского алфавита: a, b, l, ...
3. Плоскости в пространстве – строчными буквами греческого алфавита: α , β , γ
4. Линии уровня:
 - h – горизонталь;
 - f – фронталь;
 - p – профильная прямая уровня.
5. Плоскости проекций:
 - H (π_1) – горизонтальная плоскость проекции;
 - V (π_2) – фронтальная плоскость проекции;
 - W (π_3) – профильная плоскость проекции.
6. Углы наклона прямой или плоскости к плоскостям проекции:
 - α – к плоскости H;
 - β – к плоскости V;
 - γ – к плоскости W.

7. Углы – строчными буквами греческого алфавита: θ , φ , ω , ...

8. Проекции точек:

на горизонтальную плоскость проекции $H - A', B', C', \dots (A_1, B_1, C_1, \dots)$;

на фронтальную плоскость проекции $V - A'', B'', C'', \dots (A_2, B_2, C_2, \dots)$;

на профильную плоскость проекции $W - A''', B''', C''', \dots (A_3, B_3, C_3, \dots)$.

9. Проекции линий:

на горизонтальную плоскость проекции $H - a', b', c', \dots (a_1, b_1, c_1, \dots)$;

на фронтальную плоскость проекции $V - a'', b'', c'', \dots (a_2, b_2, c_2, \dots)$;

на профильную плоскость проекции $W - a''', b''', c''', \dots (a_3, b_3, c_3, \dots)$.

10. Оси проекций:

x – ось абсцисс;

y – ось ординат;

z – ось аппликат.

11. Сокращенные обозначения произвольных операций:

знак параллельности – \parallel ;

знак совпадения (тождества) – \equiv ;

знак перпендикулярности – \perp ;

знак принадлежности – \in .

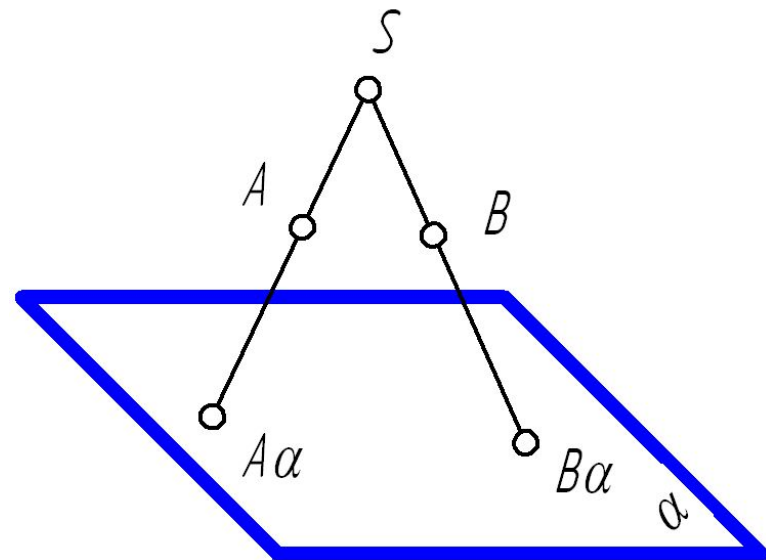
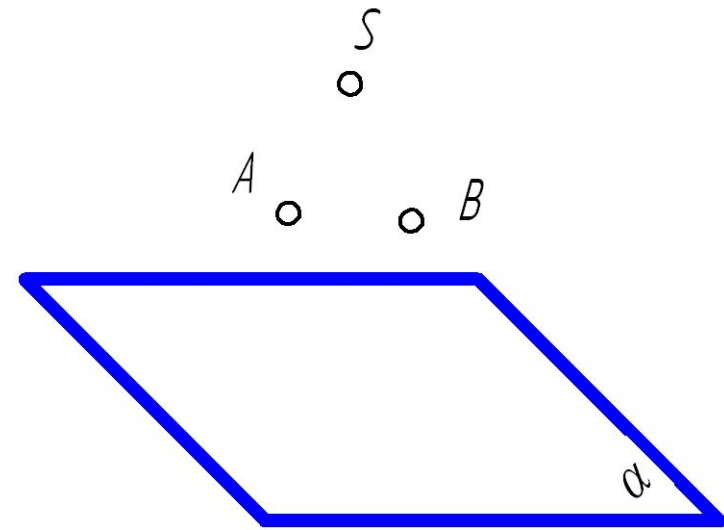
Центральное проецирование

Центральное проецирование является наиболее общим случаем получения проекций геометрических фигур. Сущность его заключается в следующем:

Дана плоскость α и точка S . Произвольные точки A и B не принадлежат α и S . Через заданную точку S и точки A и B проведем лучи и отметим точки A_α , B_α , в которых эти лучи пересекают плоскость α .

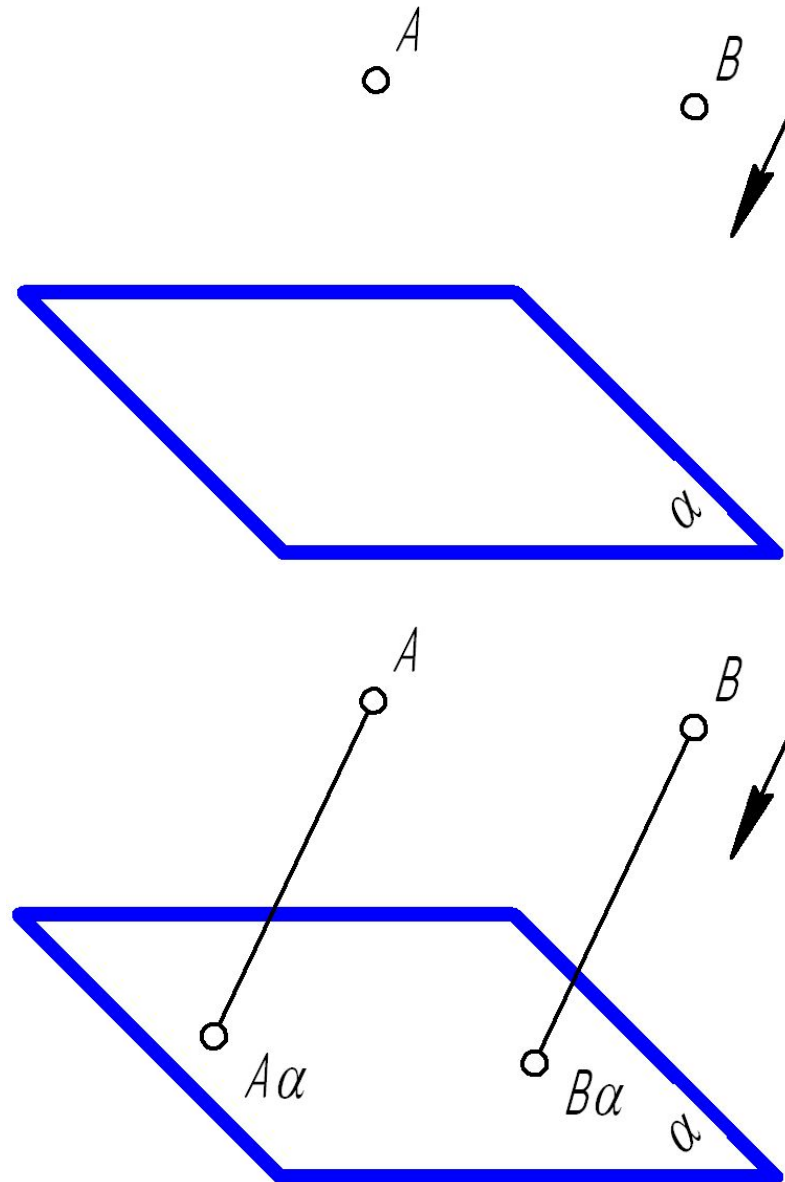
Плоскость α называют **плоскостью проекции**, точку S – **центром проекции**, полученные точки A_α , B_α – **центральными проекциями точек A и B на плоскость α** .

При заданном аппарате проецирования – S и α , каждая точка будет иметь одну и только одну центральную проекцию. Обратное утверждение не имеет смысла.



Параллельное проецирование

- Рассмотрим частный случай центрального проецирования, у которого центр проекции бесконечно удален. Очевидно, при таком положении центра все проецирующие лучи будут параллельны.
- Аппарат параллельного проецирования определяется положением плоскости α и направлением проецирования.
- Каждая точка пространства, при заданном аппарате проецирования, будет иметь одну и только одну проекцию. Обратное утверждение не имеет смысла.



Основные инвариантные свойства параллельного проецирования

- Геометрические фигуры проецируются на плоскость проекции, в общем случае, с искажением.
- При этом характер искажений проекций по сравнению с оригиналом зависит от аппарата проецирования и положения проецируемой фигуры по отношению к плоскости проекций.
- Наряду с этим, между оригиналом и его проекцией существует определенная связь, заключающаяся в том, что некоторые свойства оригинала сохраняются и на его проекции. Такие свойства принято называть **инвариантными** (независимыми) для данного способа проецирования.
- Отметим основные инвариантные свойства параллельного проецирования:

1. проекция точки есть точка;
2. проекция прямой на плоскость есть прямая;
3. если в пространстве точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит проекции этой прямой;
4. проекции взаимно параллельных прямых также взаимно параллельны, а отношение отрезков таких прямых равно отношению их параллельных проекций;
 - а) если отрезок прямой делится точкой в каком-либо отношении, то и проекция отрезка делится проекцией этой точки в том же отношении;
 - б) проекции конгруэнтных отрезков взаимно параллельных прямых взаимно параллельны и конгруэнтны (поэтому проекцией любого параллелограмма будет параллелограмм);

5. точка пересечения проекций пересекающихся прямых является проекцией точки пересечения этих прямых;

6. плоская фигура, параллельная плоскости проекции, проецируется на эту плоскость в конгруэнтную фигуру;

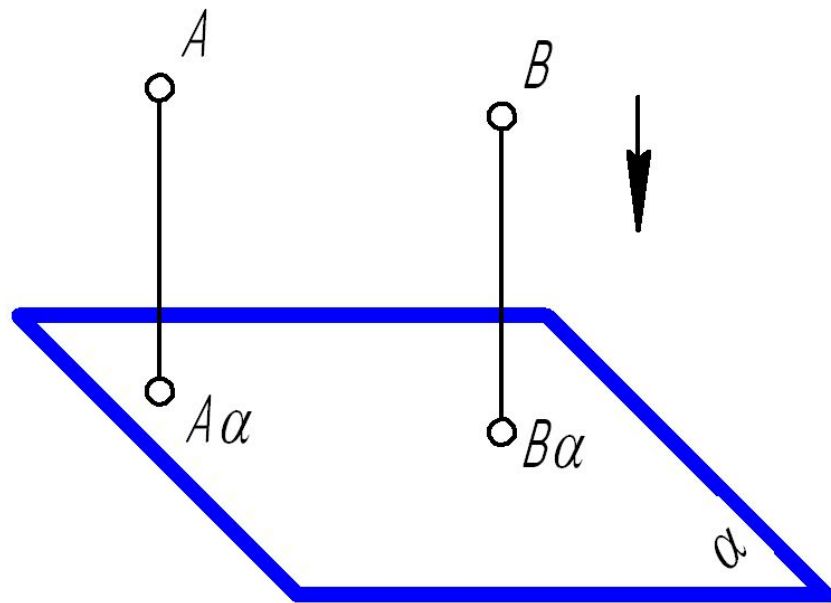
7. плоский многоугольник, в общем случае, проецируется в многоугольник с тем же числом вершин.

Прямоугольное (ортогональное) проецирование

Частный случай параллельного проецирования, при котором направление проецирования перпендикулярно плоскости проекции.

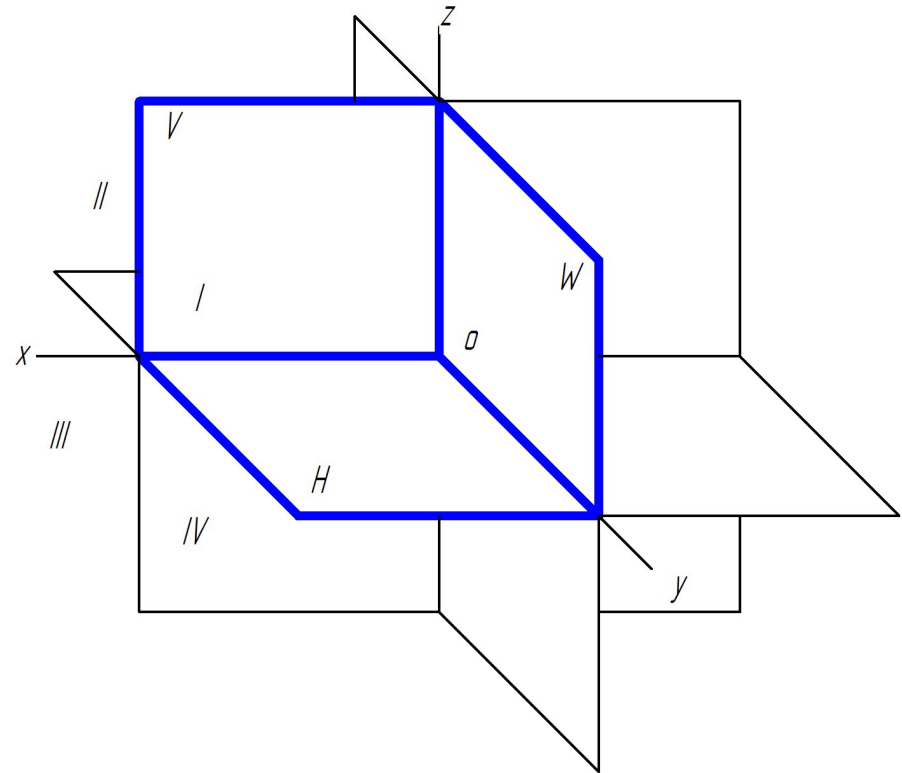
Ортогональное проецирование обладает рядом преимуществ перед центральным и параллельным проецированием:

- простота геометрических построений для определения ортогональных проекций точек;
- возможность при определенных условиях сохранить на проекциях форму и размеры проецируемой фигуры.

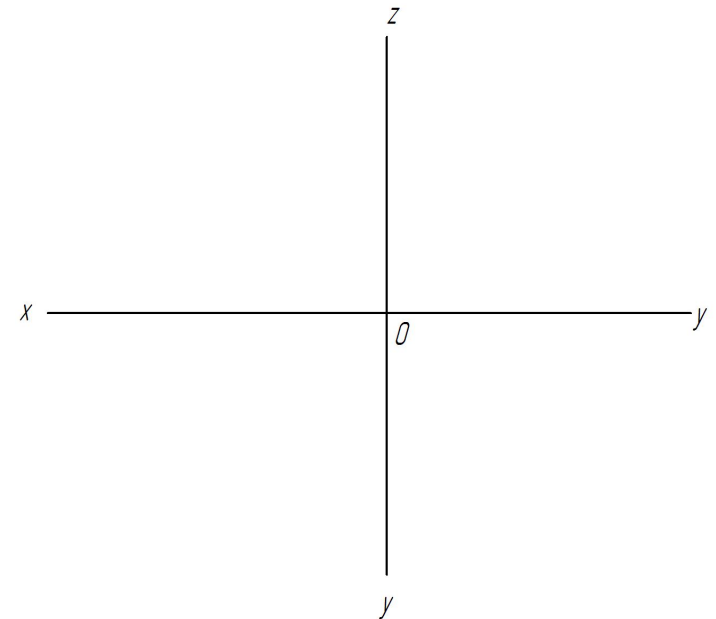
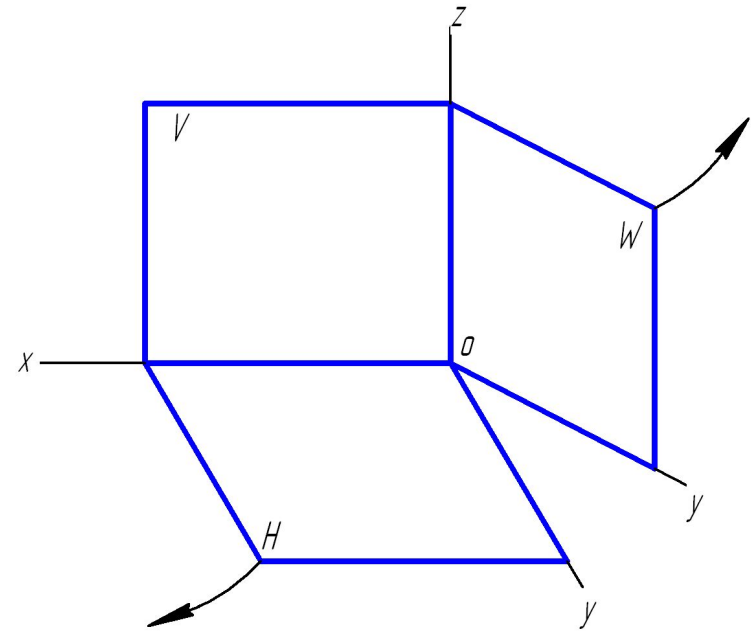


Пространственная модель координатных плоскостей проекций

- Положение точки в пространстве может быть определено, если будет задана какая-либо координатная система.
- Наиболее удобной является декартова система координат, состоящая из трех взаимно перпендикулярных плоскостей.
- H – горизонтальная плоскость проекции;
- V – фронтальная плоскость проекции;
- W – профильная плоскость проекции.
- x – ось абсцисс; y – ось ординат; z – ось аппликат.
- O – начало координат.
- Координатные плоскости делят пространство на 8 **октантов**

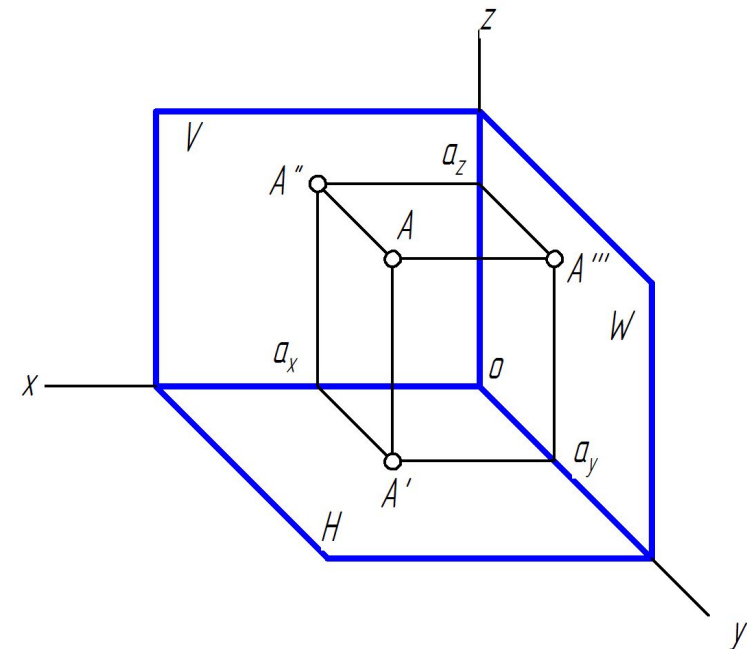
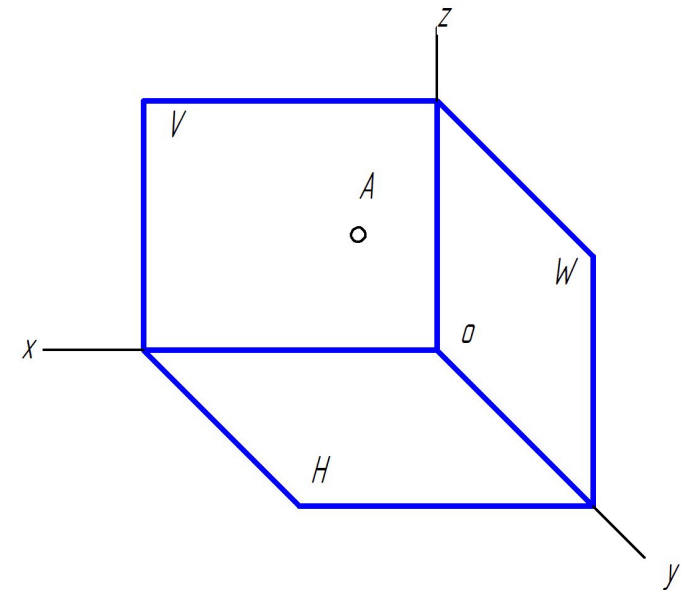


- Пользоваться пространственным макетом для отображения ортогональных проекций геометрических форм неудобно ввиду его громоздкости. Поэтому пользуются эпюром.
- Преобразование пространственного макета в эпюр осуществляется путем совмещения плоскостей H , V , W в одну плоскость.
- Так как плоскости не имеют границ, то на эпюре эти границы не показывают, нет необходимости оставлять надписи, указывающие названия плоскостей проекций и названия отрицательных координатных осей.
- В окончательном виде эпюр, заменяющий чертеж пространственного макета примет вид, показанный на рисунке.



Точка в системе трех плоскостей проекции

- Рассмотрим точку A в пространстве. Ее положение определяется тремя координатами (x, y, z) .
- Из точки A проведем перпендикуляры к плоскостям проекций.
- Определим точки пересечения перпендикуляров с плоскостями проекций – A', A'', A'''
- $[Oa_x] = [AA''']$ – абсцисса точки A
- $[Oa_y] = [AA'']$ – ордината точки A
- $[Oa_z] = [AA']$ – аппликата точки A
- Прямые (AA''') , (AA'') , (AA') называют **проецирующими прямыми**.
- Горизонтальная проекция точки определяется координатами x, y ; $A'(x, y)$
- Фронтальная – x, z ; $A''(x, z)$
- Профильная – y, z ; $A'''(y, z)$

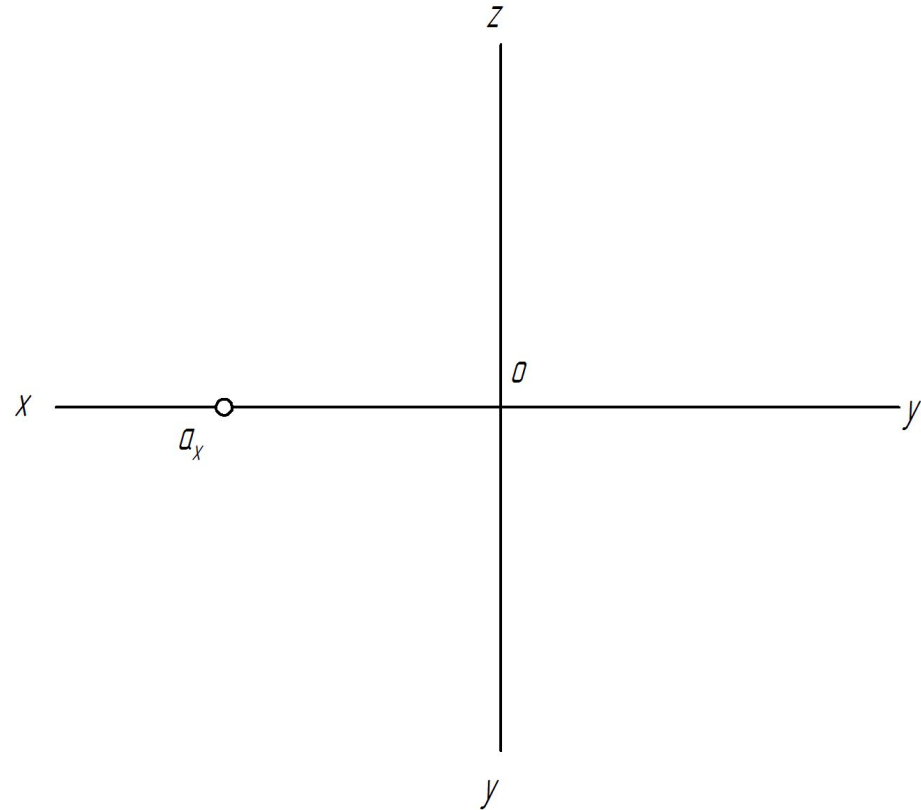
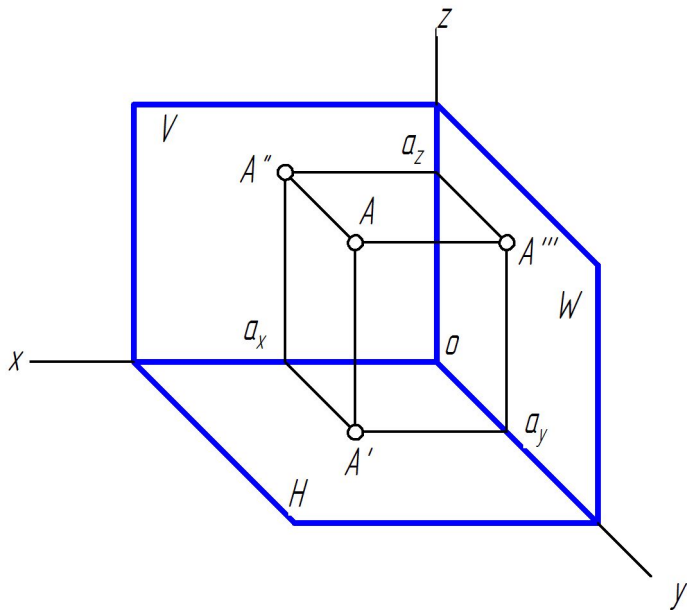


- Из этого следует:
- Положение точки в пространстве вполне определяется положением ее двух ортогональных проекций.
- Как следствие этого – по двум любым заданным ортогональным проекциям точки всегда можно построить недостающую ее третью ортогональную проекцию.
- Горизонтальная и фронтальная проекции любой точки принадлежат одной линии связи, перпендикулярной оси x .
- Фронтальная и профильная проекции любой точки принадлежат одной линии связи, перпендикулярной оси z .
- Составим таблицу знаков координат точки в октантах:

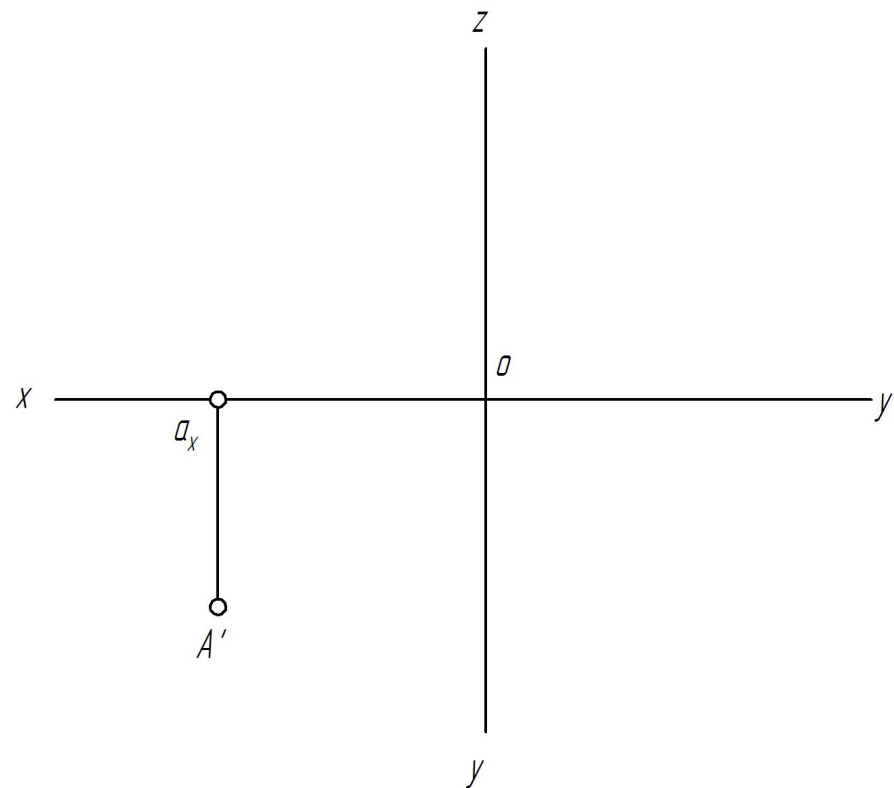
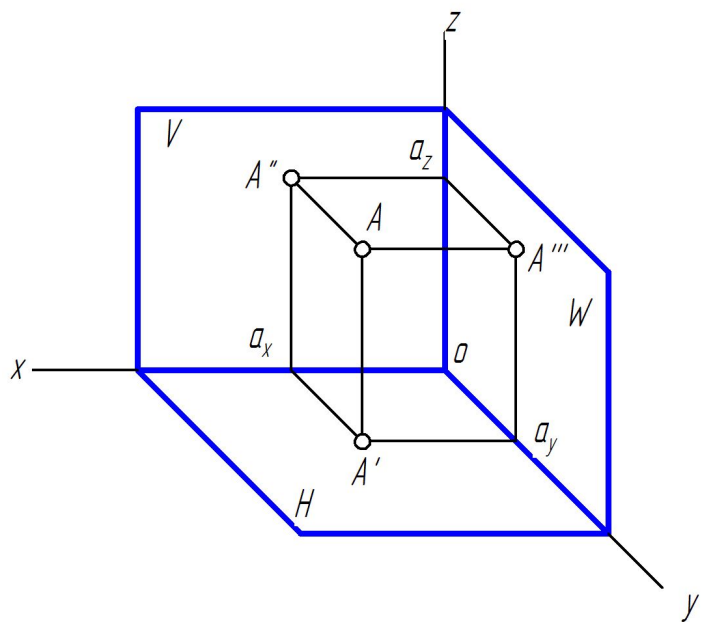
<i>Октант</i>	<i>Знаки координат</i>		
	x	y	z
<i>I</i>	$+$	$+$	$+$
<i>II</i>	$+$	$-$	$+$
<i>III</i>	$+$	$-$	$-$
<i>IV</i>	$+$	$+$	$-$
<i>V</i>	$-$	$+$	$+$
<i>VI</i>	$-$	$-$	$+$
<i>VII</i>	$-$	$-$	$-$
<i>VIII</i>	$-$	$+$	$-$

Построить эюр точки $A(30, 30, 40)$

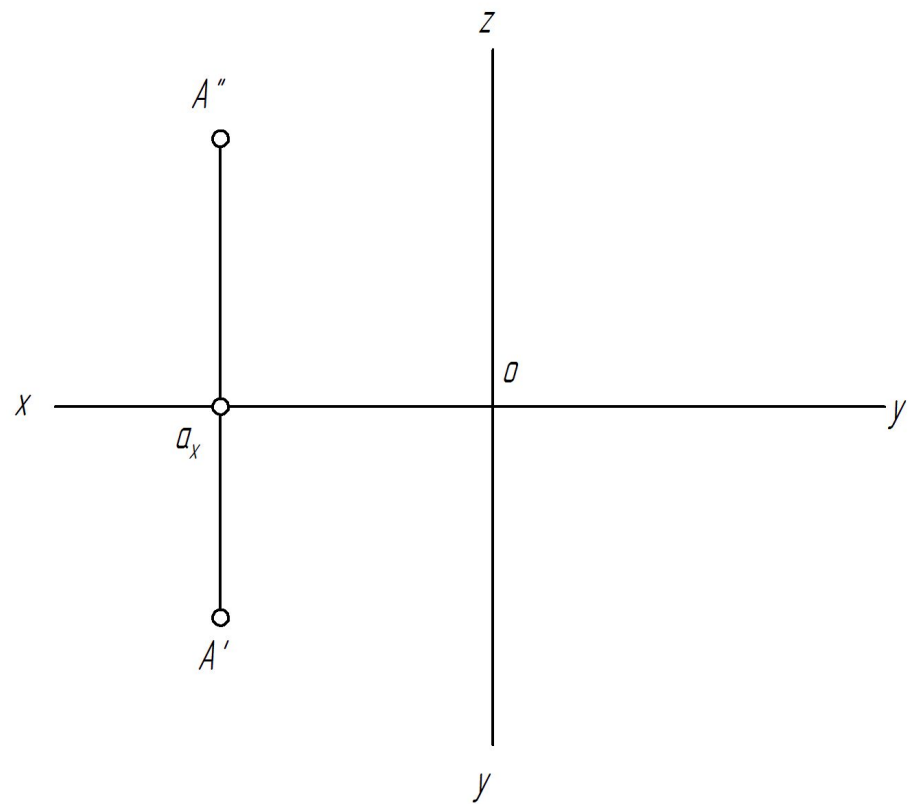
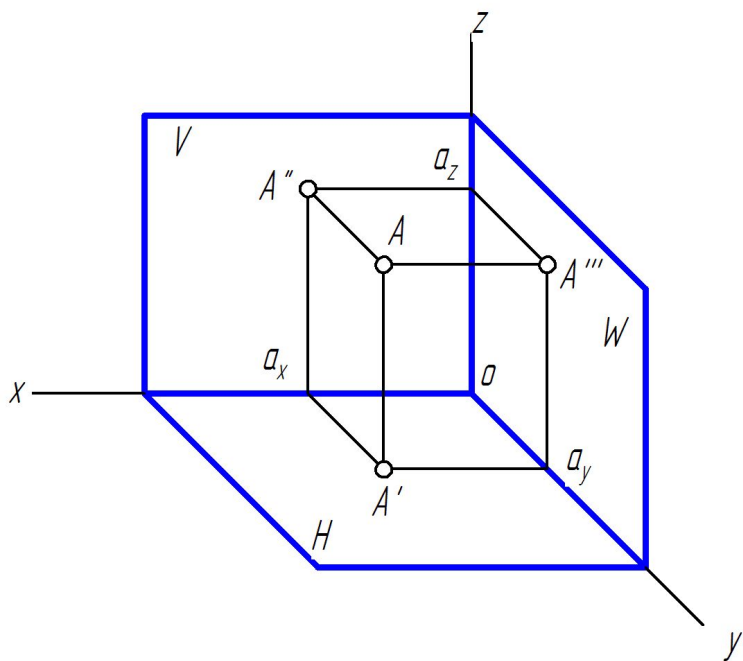
- Откладываем координату x – отрезок Oa_x .



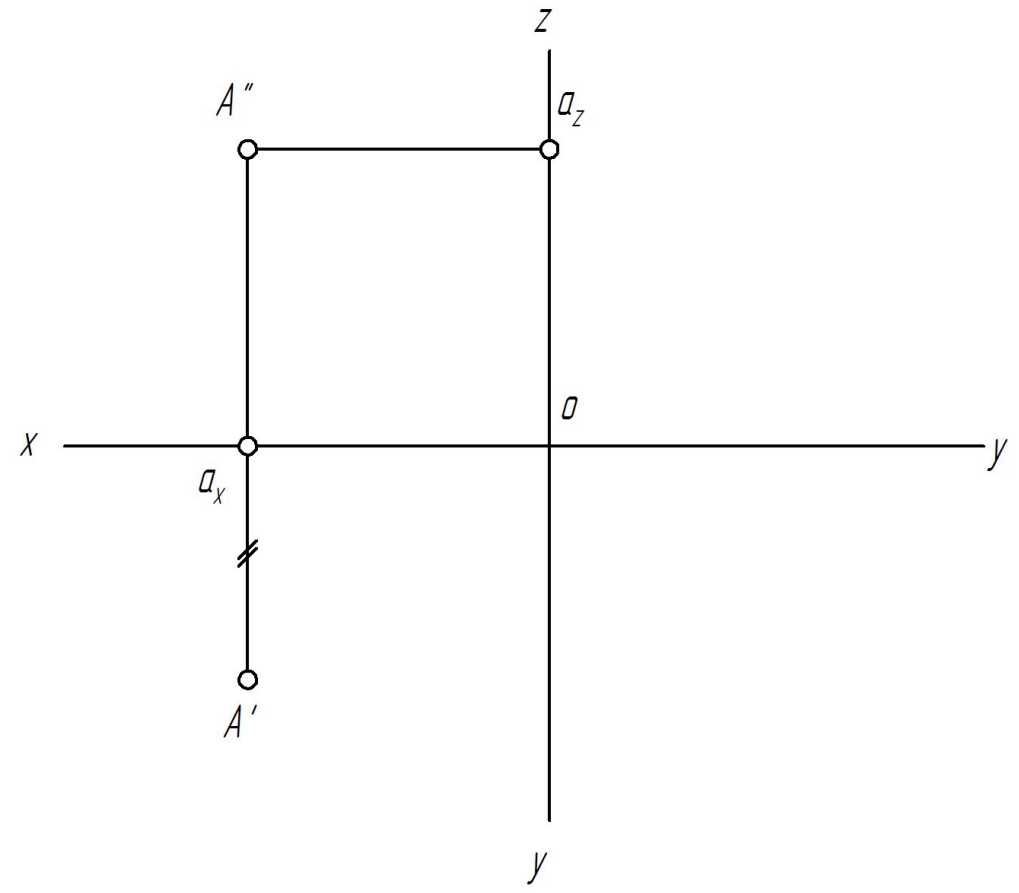
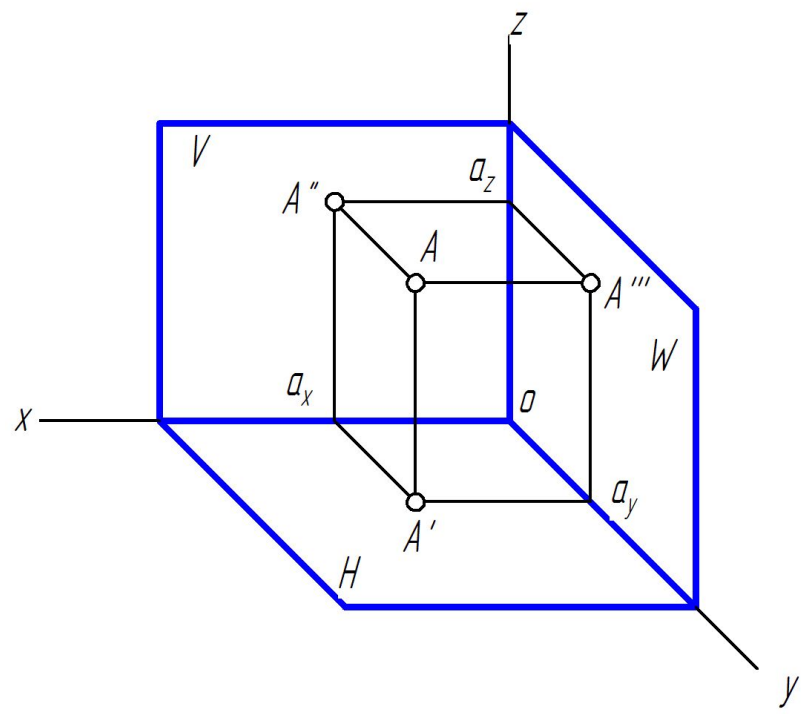
- Откладываем координату y – отрезок $a_x A'$.



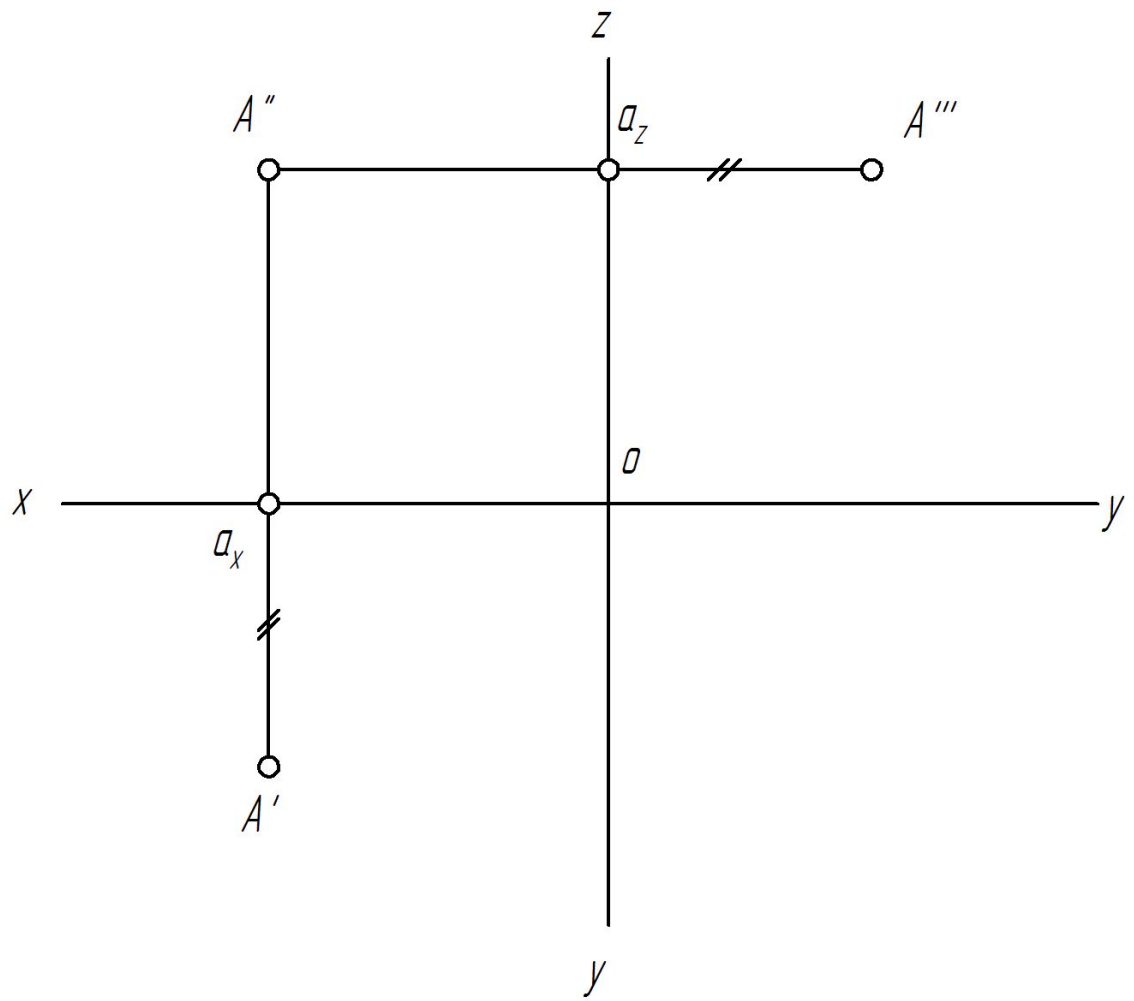
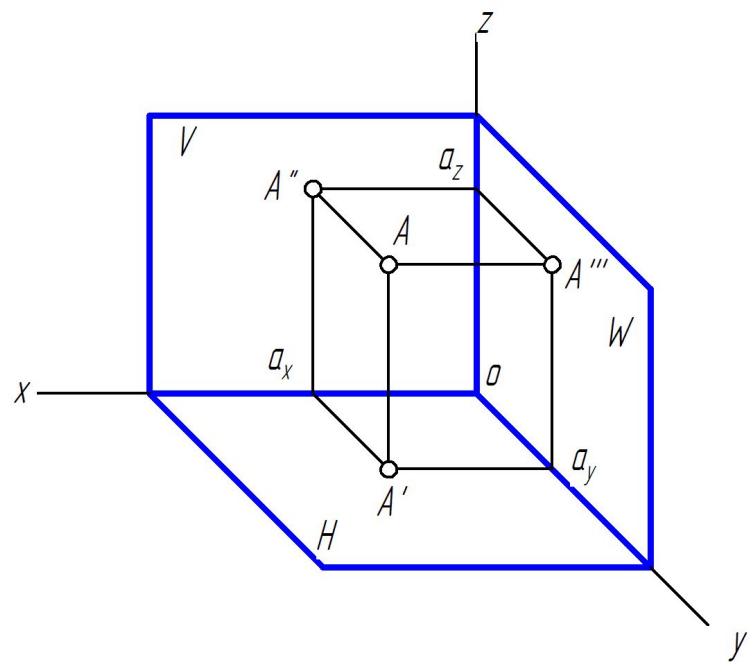
- Откладываем координату z – отрезок $a_x A''$.



- Строим профильную проекцию точки A , для этого проводим линию связи $A''a_z$.

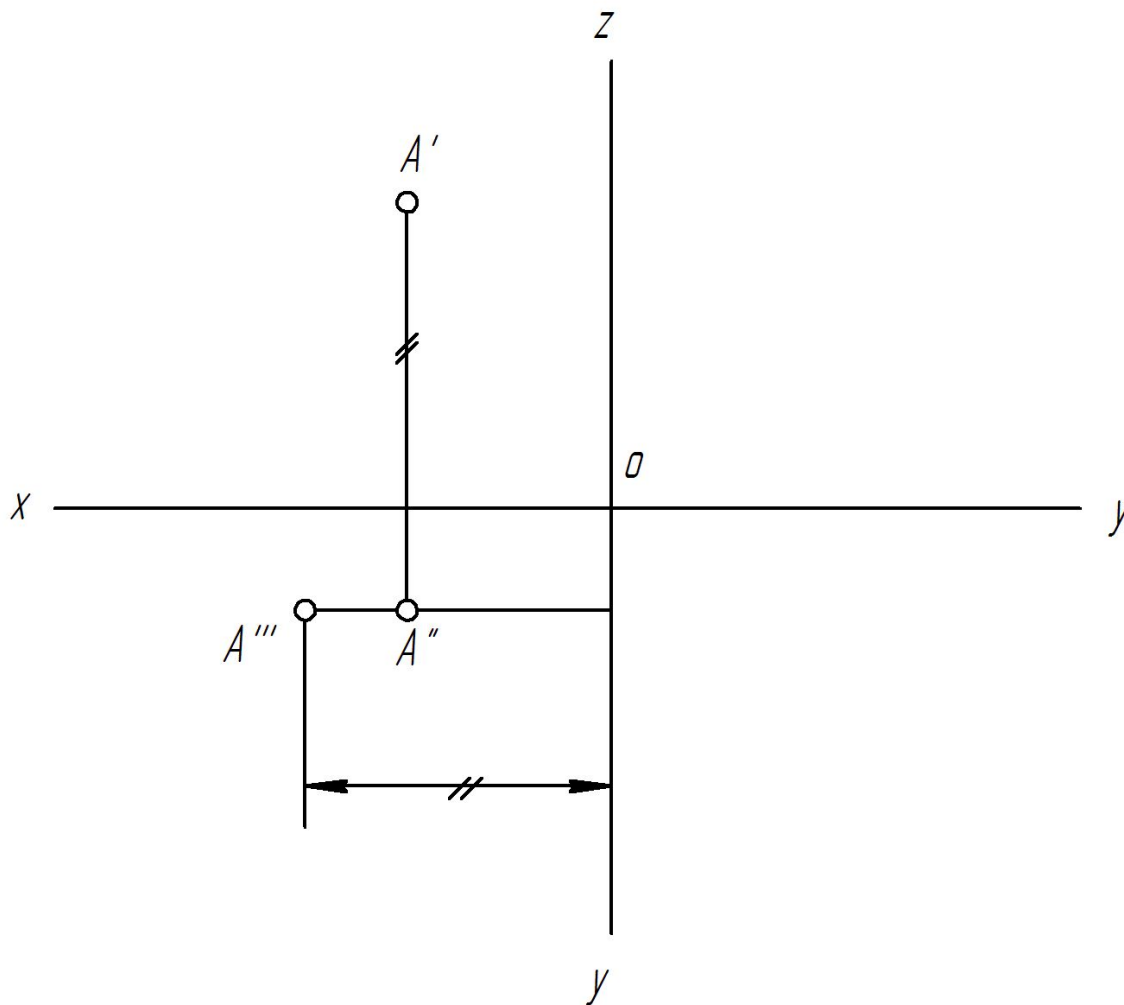


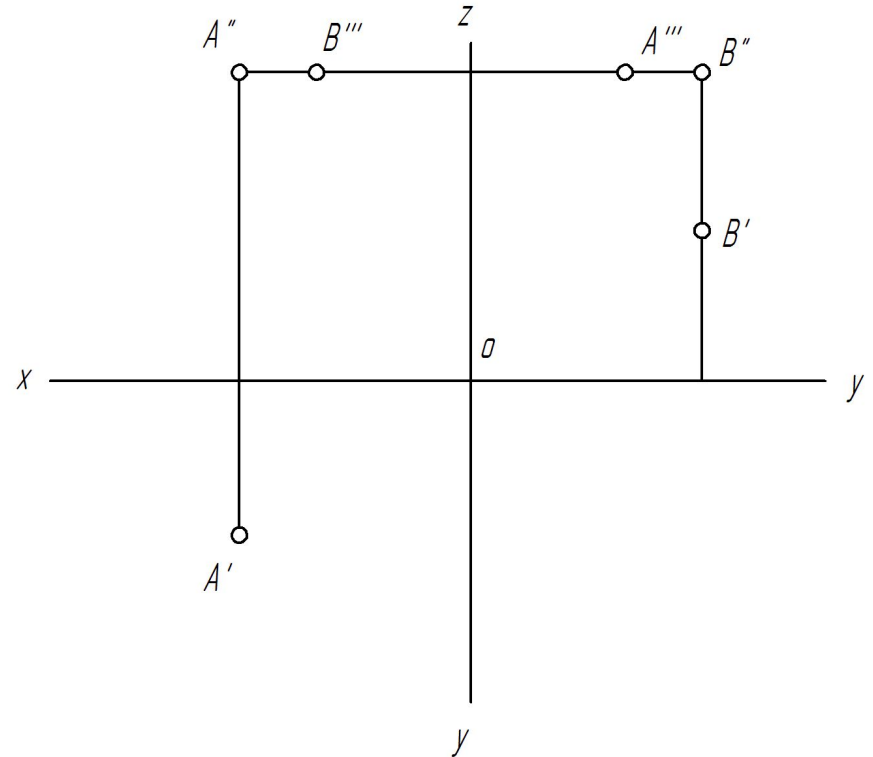
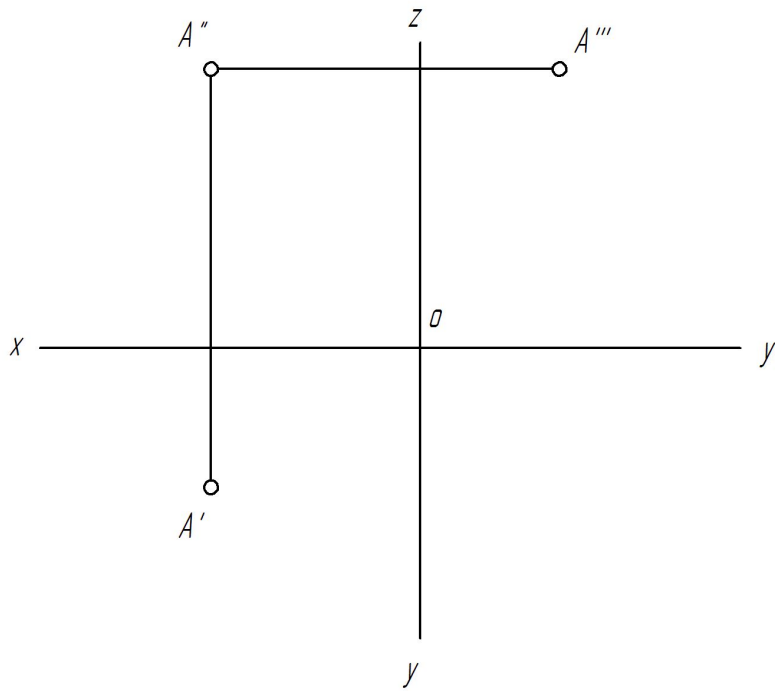
- Откладываем отрезок $a_z A'''$, равный отрезку $a_x A'$.



Построить эюр точки $A(20, -30, -10)$.

Точка с такими координатами будет располагаться в третьем октанте





- Дана точка $A(30, 20, 40)$. Построить точку B , расположенную симметрично точке A относительно оси z .
- Точка A расположена в I-ом октанте. Точка B расположится в VI-ом октанте. Ее координаты $(-30, -20, 40)$.

- Дана точка $A(40, 40, 20)$. Построить эюр точки B , расположенной симметрично точке A относительно оси x .
- Точка A расположена в I-ом октанте. Точка B расположится в III-ем октанте. Ее координаты $(40, -40, -20)$.