

ЗДРАВСТВУЙТЕ!

ПРОДОЛЖАЕМ КУРС ЛЕКЦИЙ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ.

И МЫ ПРОДОЛЖАЕМ РАЗБИРАТЬ ЗАДАНИЕ В6 – БАЗОВЫЕ ЗАДАЧИ ПО ПЛАНИМЕТРИИ. НА ПРОШЛОМ ЗАНЯТИИ МЫ РАССМОТРЕЛИ ЗАДАЧИ, СВЯЗАННЫЕ С ТРЕУГОЛЬНИКОМ. СЕГОДНЯ ОСТАНОВИМСЯ НА ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКАХ, ДУГАХ, УГЛАХ И ОКРУЖНОСТЯХ.

ТАК ЖЕ КАК В ПРОШЛОЙ ЛЕКЦИИ Я БУДУ НАПОМИНАТЬ ~~ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФАКТЫ, ФОРМУЛЫ. СВОЙСТВА ФИГУР, А ЗАТЕМ~~ ИЛЛЮСТРИРОВАТЬ ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ КОНКРЕТНЫХ ЗАДАЧ.

ИТАК, ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ. ЗАДАНИЯ В ОТКРЫТОМ БАНКЕ ЕГЭ НАПРАВЛЕННЫ НА ПРОВЕРКУ УМЕНИЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ НА ТРАПЕЦИЮ, ПАРАЛЛЕЛОГРАММ И ЕГО ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ.

1. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

$$c^2 = a^2 + b^2$$

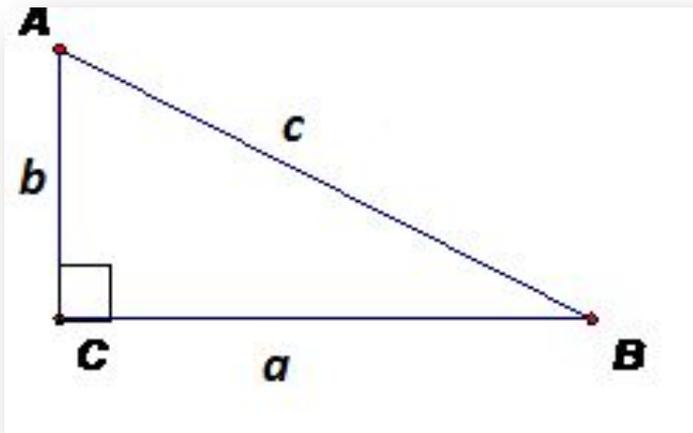
2. $\sin A = \frac{BC}{AB}$ $\sin A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

$\cos A = \frac{AC}{AB}$ $\cos A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$ $\operatorname{tg} A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$

3. $h = \frac{ab}{c}$

$$S = \frac{ab}{2} = \frac{ch}{2}$$

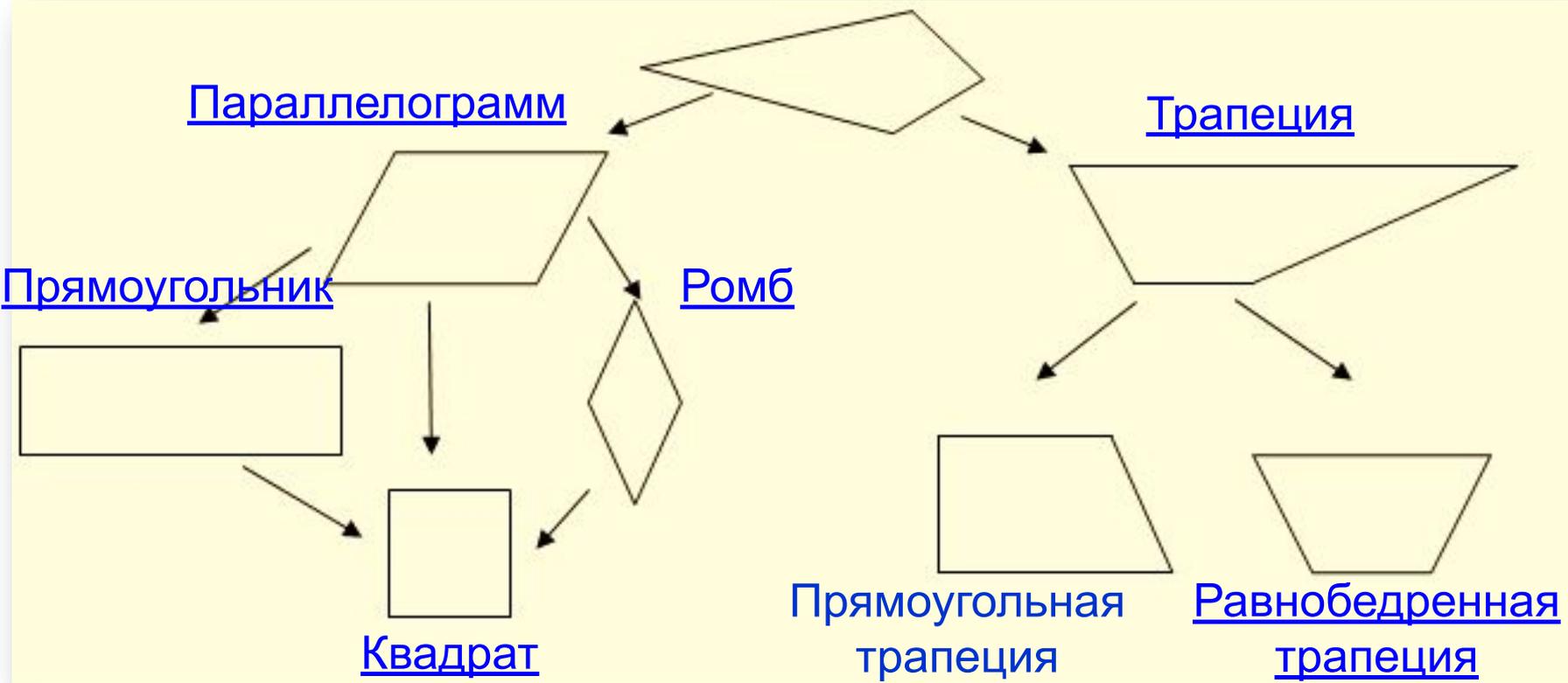


4. В прямоугольном треугольнике напротив угла в 30° лежит *катет, равный половине гипотенузы*

5. В прямоугольном треугольнике с углом в 45° *гипотенуза больше каждого катета в $\sqrt{2}$ раз.*

Классификация четырехугольников

Выпуклый четырехугольник

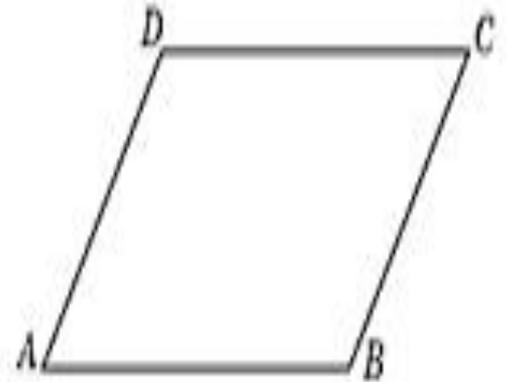


Задание №1

Периметр параллелограмма равен 46. Одна сторона параллелограмма на 3 больше другой. Найдите меньшую сторону параллелограмма.

Параллелограмм – это четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

- Противоположные стороны попарно равны.
- Противоположные углы равны.
- Сумма углов, прилежащих к одной стороне равна 180 градусов.
- Диагонали точкой пересечения делятся пополам.



Ответ.

1	0				
---	---	--	--	--	--

Пусть $AB = x$; тогда $BC = x + 3$
составм уравнение

$$(x + 3) + x + (x + 3) + x = 46$$

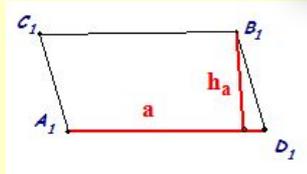
$$4x + 6 = 46; \quad x = 10$$

Задание №2

В параллелограмме $ABCD$ $AB = 3$, $AD = 21$,
 $\sin A = \frac{6}{7}$. Найдите большую высоту
параллелограмма.

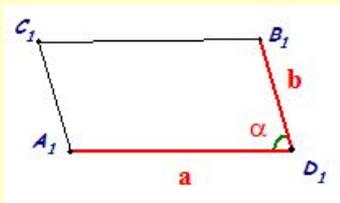
Площадь параллелограмма равна....

$$S = ah_a$$

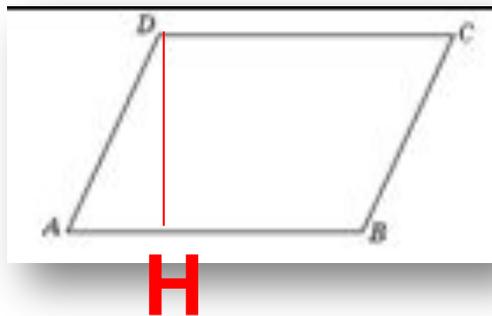


□произведению основания на высоту,
проведенную к этому основанию

$$S = ab \sin \alpha$$



□ произведению
смежных сторон на синус угла между ними.



1. Большая высота
параллелограмма
проведена к меньшей
стороне.

$AB < AD$,
 DH – искомая высота

2. $\triangle ADH$

$$\sin A = \frac{6}{7} \Rightarrow DH = 6x; \quad AD = 7x$$

а так как $AD = 21$, то $x = 3$

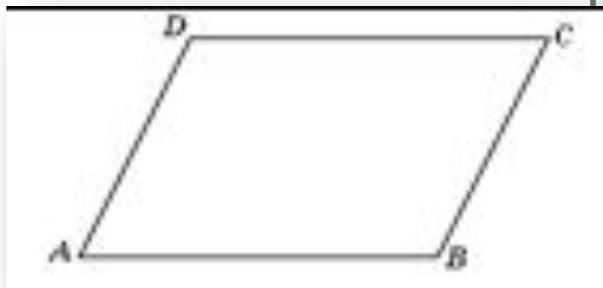
$$\Rightarrow DH = 6 \cdot 3 = 18$$

Ответ.

1 8

Задание №3

В параллелограмме $ABCD$ $\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите $\cos B$.



$$\cos \angle B = \cos(180^\circ - \angle A) = -\cos \angle A$$

a так как $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$$\Rightarrow \frac{21}{25} + \cos^2 A = 1 \Rightarrow \cos^2 A = \frac{4}{25}$$

угол A – острый $\Rightarrow \cos A = \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$

Ответ.

-	0	,	4		
---	---	---	---	--	--

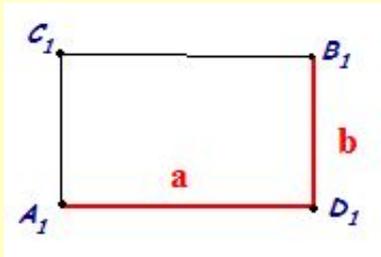
Задание № 4

Меньшая сторона прямоугольника равна 6, диагонали пересекаются под углом 60° . Найдите диагонали прямоугольника.

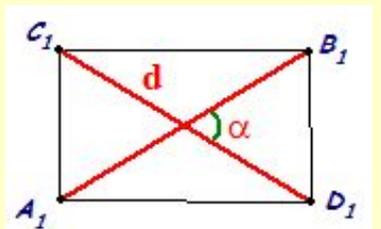
Прямоугольник – это параллелограмм с прямыми углами.

Диагонали прямоугольника равны.

$$S = ab$$

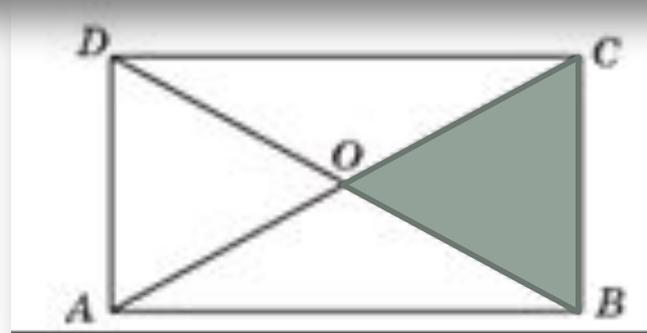


$$S = \frac{1}{2} d^2 \sin \alpha$$



Ответ.

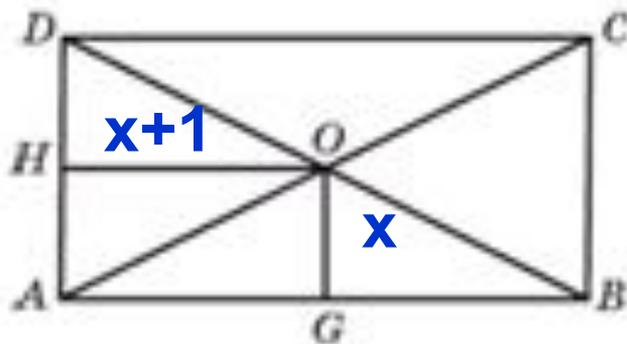
1 2



$\triangle BOC$ равнобедренный
с углом 60°
 $\Rightarrow \triangle BOC$ равносторонний
 $CO = CB = 6$
 $AC = 2CO = 12$

Задание № 5

В прямоугольнике расстояние от точки пересечения диагоналей до меньшей стороны на 1 больше, чем расстояние от нее до большей стороны. Периметр прямоугольника равен 28. Найдите меньшую сторону прямоугольника.



Пусть $OG = x$; тогда $OH = x + 1$,
 $AD = 2x$; $AB = 2x + 2$

$$P_{ABCD} = 2 \cdot (AD + AB);$$
$$28 = 2 \cdot (2x + (2x + 2)); \quad x = 3$$
$$\Rightarrow AD = 2 \cdot 3 = 6$$

Ответ.

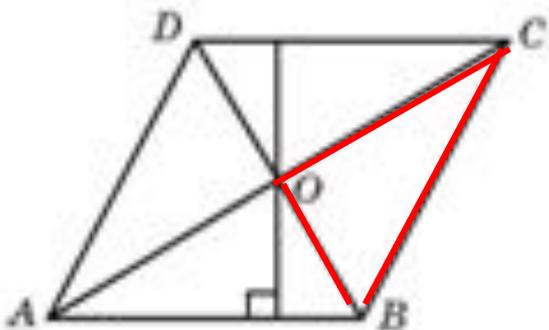
6					
---	--	--	--	--	--

Задание № 6

Диагонали ромба относятся как 3:4. Периметр ромба равен 200. Найдите высоту ромба

Ромб – это параллелограмм с равными сторонами.

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами углов ромба.



Ответ.

4	8				
---	---	--	--	--	--

1. Пусть $BD = 6x$; $AC = 8x$,
тогда $OB = 3x$; $OC = 4x$

$\triangle COB$ – прямоугольный \Rightarrow

$$BC = \sqrt{9x^2 + 16x^2} = \sqrt{25x^2} = 5x$$

$$P_{ABCD} = 4 \cdot BC; \quad 200 = 4 \cdot 5x; \quad x = 10$$

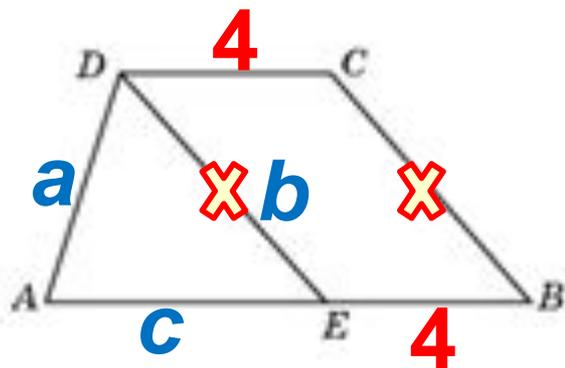
$$\Rightarrow BC = 5 \cdot 10 = 50; \quad BD = 60; \quad AC = 80$$

$$2. \quad S_{\text{ромба}} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 60 = 2400$$

$$S_{\text{ромба}} = AB \cdot h; \quad 2400 = 50 \cdot h; \quad h = 48$$

Задание № 6

Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания, равного 4, отсекает треугольник, периметр которого равен 15. Найдите периметр трапеции.



$$P_{ADE} = AD + DE + AE = 15$$

$$P_{ADCB} = AD + DC + CB + (BE + EA)$$

$$\Rightarrow P_{ADCB} = 15 + (4 + 4) = 23$$

Ответ.

2

3

--	--	--	--	--	--

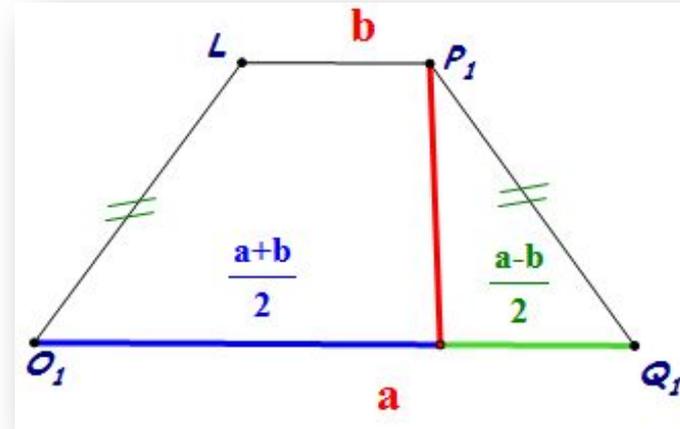
Свойства равнобедренной трапеции

Об углах при основаниях
Углы при основаниях равнобедренной трапеции соответственно равны.

О диагоналях
Диагонали в равнобедренной трапеции равны.

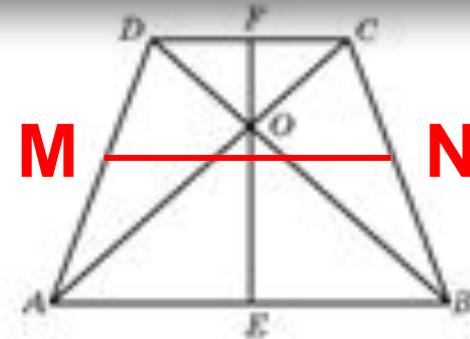
О высоте, проведенной из вершины тупого угла
Высота равнобедренной трапеции, проведенная из вершины тупого угла, разбивает нижнее основание на два отрезка, больший из которых равен полусумме оснований, а меньший – модулю полуразности.

О высоте в равнобедренной трапеции с перпендикулярными диагоналями
Высота равнобедренной трапеции с перпендикулярными диагоналями равна средней линии



Задание № 7

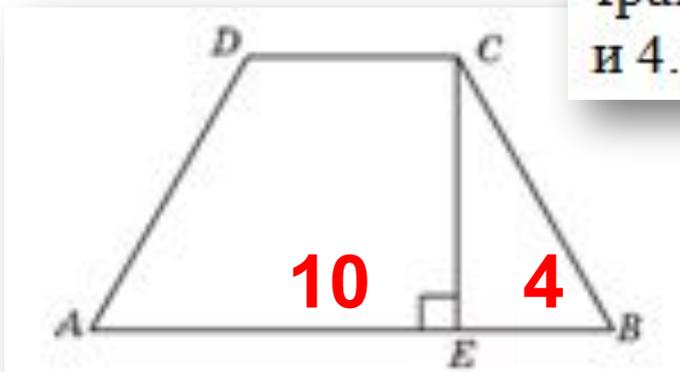
В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найдите ее среднюю линию.



Ответ.

1	2				
---	---	--	--	--	--

Задание № 8

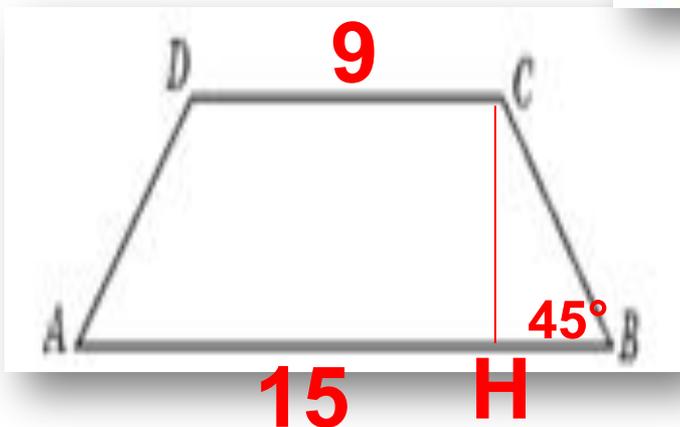


Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.

Ответ.

1	0				
---	---	--	--	--	--

Задание № 9

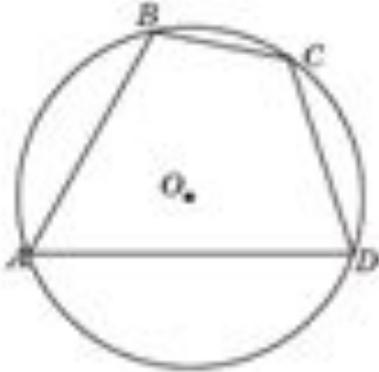


Основания равнобедренной трапеции равны 15 и 9, один из углов равен 45° . Найдите высоту трапеции.

Ответ.

3					
---	--	--	--	--	--

Задание № 10



Угол А четырехугольника ABCD, вписанного в окружность, равен 58° . Найдите угол С этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

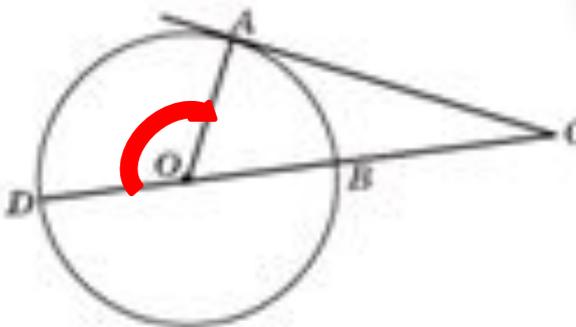
Четырехугольник вписан в окружность, значит, $\angle A + \angle C = 180^\circ$

$$\angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

Ответ.

1	2	2			
---	---	---	--	--	--

Задание № 11



Угол $\angle ACO$ равен 24° . Его сторона CA касается окружности. Найдите градусную величину большей дуги AD окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.

$$\angle ACO = 24^\circ; \text{ а так как } \angle OAC = 90^\circ,$$

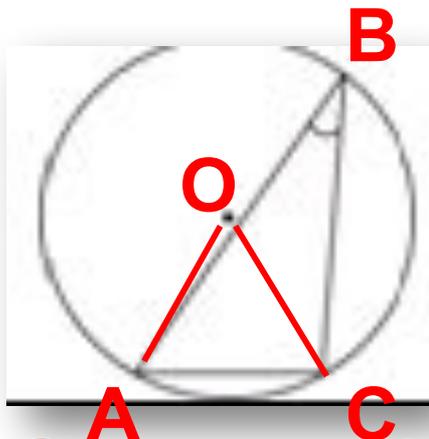
$$\text{то } \angle AOD = 90^\circ + 24^\circ = 114^\circ$$

$$\Rightarrow \cup AD = 114^\circ$$

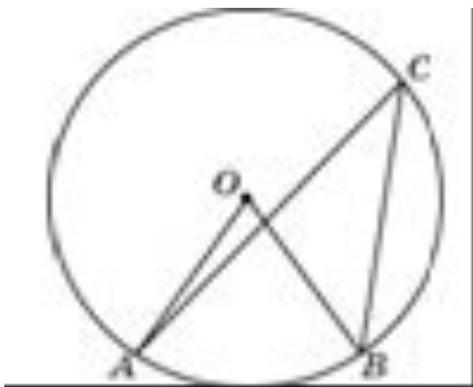
Ответ.

1	1	4			
---	---	---	--	--	--

Задание № 12



Задание № 13



Найдите хорду, на которую опирается угол 30° , вписанный в окружность радиуса 3.

$$\begin{aligned}\angle ABC = 30^\circ &\Rightarrow \angle AOC = 60^\circ \\ &\Rightarrow \triangle AOC - \text{равносторонний} \\ OA - \text{радиус; } OA &= 3 \\ &\Rightarrow AC = 3\end{aligned}$$

Ответ.

3

Центральный угол на 36° больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.

$$\begin{aligned}\text{Пусть } \angle ACC = x; \text{ тогда } \angle AOC &= 2x; \\ \text{но } \angle AOC &= x + 36^\circ \\ \text{составим уравнение } 2x &= x + 36^\circ; x = 36^\circ\end{aligned}$$

Ответ.

3 6

