

ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Основные сведения о переменном токе

Электрический ток бывает постоянным и переменным. Переменный – это ток, в котором среднее значение за период силы и напряжения равно нулю. Такой ток непрерывно изменяется по величине и направлению, и происходят эти изменения через равные промежутки времени.

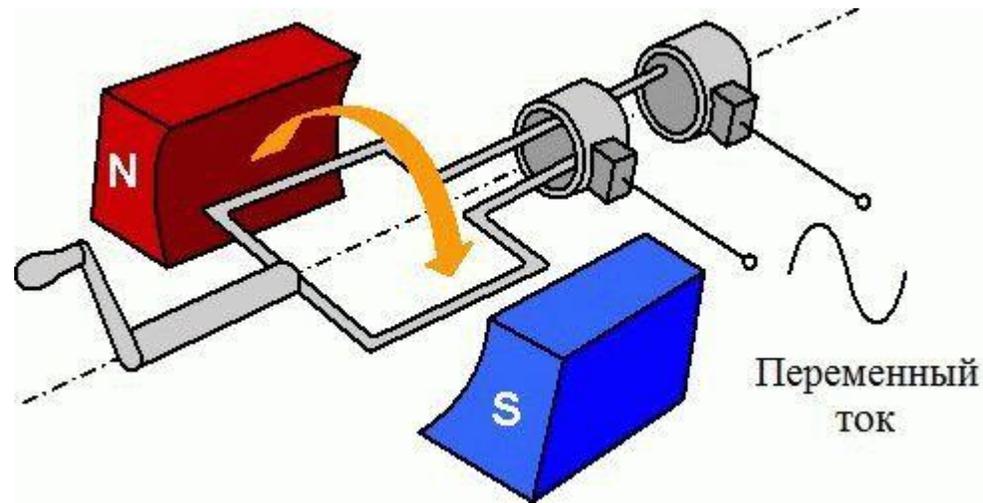


Схема простейшего генератора переменного тока

Известно, что, для того чтобы вызвать в цепи переменный ток, используют генераторы переменного тока. В таких генераторах электродвижущая сила (ЭДС) возникает в процессе электромагнитной индукции. В полости цилиндрической формы вращается магнит, называемый ротором, а неподвижный сердечник с его обмоткой называется статором.

Свойства синусоидального переменного тока

Переменный ток, используемый в энергетике, промышленности и в быту является синусоидальным и описывается выражением $i = I_M \sin(\omega t + \varphi)$,

где I_M — амплитудное значение тока.

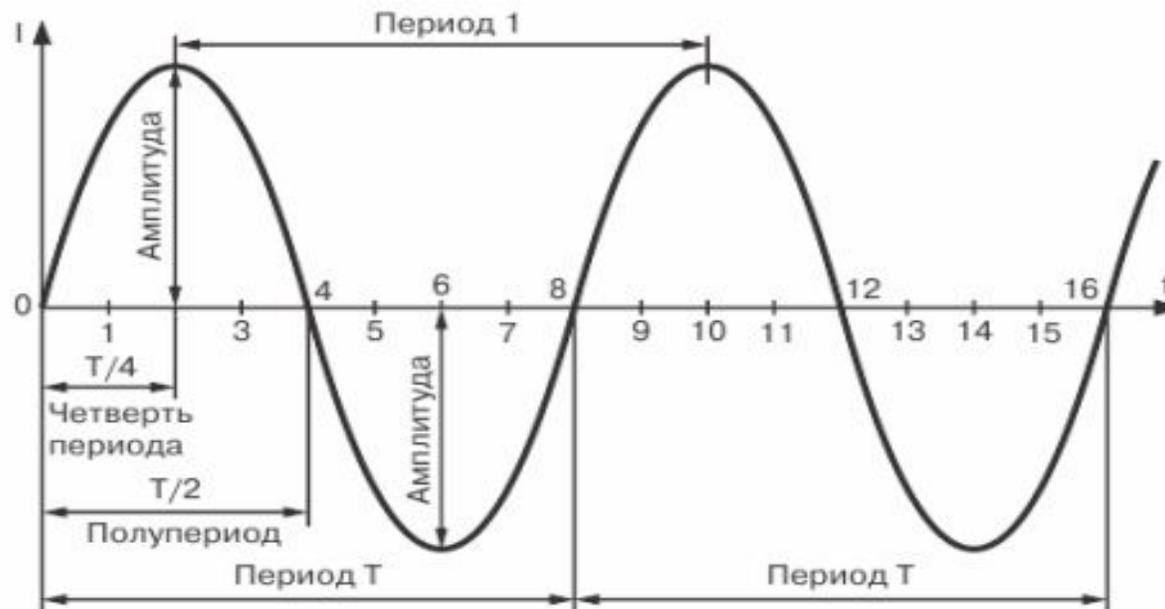
Промежуток времени, в течение которого осуществляется одно полное колебание, называется периодом T .

Число периодов в секунду называется частотой, которая выражается формулой $F = 1/T$.

Частота измеряется в герцах (Гц).

Величина $\omega = 2\pi/T$ называется угловой частотой и измеряется в радиан/сек; угол φ называется начальной фазой.

Синусоидальный характер изменения тока — самый распространенный в электротехнике, поэтому, говоря о переменном токе, в большинстве случаев имеют в виду синусоидальный ток.



Характеристики переменного тока

На практике применения переменных токов широко пользуются понятием **действующего значения электрической величины**. Действующим называют среднеквадратическое значение переменной электрической величины за период. Оно оказывает такое же тепловое действие, как и равное ему значение постоянного тока. Действующим называют среднее квадратичное значение синусоидального тока (напряжения) за период:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt}$$

Взяв интеграл под знаком радикала, получим:

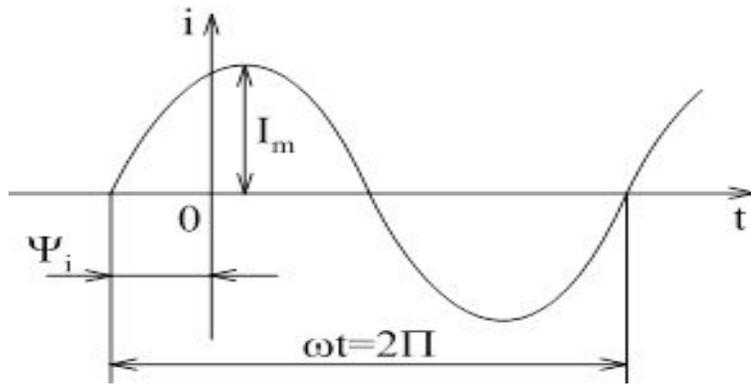
$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Аналогично определяется действующее значение синусоидального напряжения:

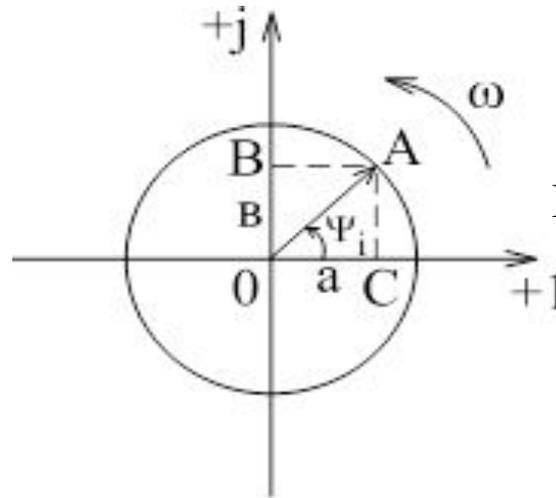
$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Наибольшее распространение (в России и Европе) получил ток, который изменяется с частотой 50 периодов в секунду, т. е. с частотой 50 Гц.

Способы представление синусоидальных электрических величин



Представление синусоидального тока графиком временной функции (волновой диаграммой)



Представление синусоидального тока в виде вектора на комплексной плоскости

Перевод комплексных чисел из одной формы в другую можно производить по следующим формулам:

$$A = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

$$a = A \cos \alpha; \quad b = A \sin \alpha$$

При сложении и вычитании комплексных чисел удобно пользоваться алгебраической формой записи:

$$\underline{A}_1 \pm \underline{A}_2 = (a_1 + jb_1) \pm (a_2 + jb_2) = (a_1 \pm a_2) + j(b_1 \pm b_2)$$

При умножении, делении, возведении в степень удобно пользоваться показательной формой

$$\underline{A}_1 \pm \underline{A}_2 = A_1 e^{j\alpha_1} \cdot A_2 e^{j\alpha_2} = A_1 A_2 e^{j(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\frac{\underline{A}_1}{\underline{A}_2} = \frac{A_1 e^{j\alpha_1}}{A_2 e^{j\alpha_2}} = \frac{A_1}{A_2} e^{j(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

Анализ процессов в R,L,C цепях

Если сопротивление R , индуктивность L и емкость C включены последовательно под напряжение U (рис. 6.1, а) и ток определяется уравнением $i = I_m \sin \omega t$, то уравнение напряжений имеет вид:

$$u_R + u_L + u_C = RI_m \sin \omega t + \omega LI_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t = U_m \sin(\omega t + \varphi)$$

В комплексной форме:

$$\dot{U}_{Rm} + \dot{U}_{Lm} + \dot{U}_{Cm} = R\dot{I}_m + j\omega L\dot{I}_m - j\frac{1}{\omega C}\dot{I}_m = \dot{U}_m = U_m e^{j\varphi}$$

или, разделив на \dot{I}_m и перейдя к комплексам,

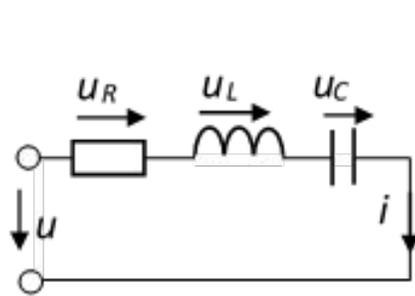
$$[R + j(X_L - X_C)]\dot{I} = \underline{Z}\dot{I} = \underline{U}$$

где $X_L - X_C$ – реактивное сопротивление цепи;

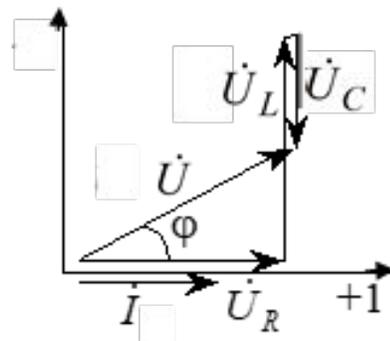
$\underline{Z} = Ze^{j\phi} = R + jX$ – комплексное сопротивление цепи;

Полное сопротивление цепи $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

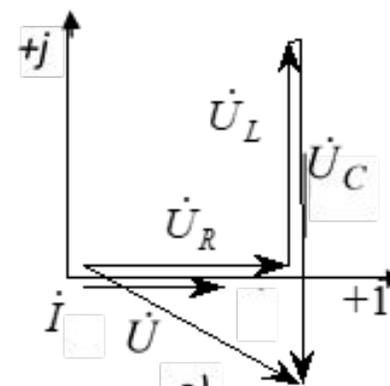
Последовательная цепь RLC: а – схема цепи; б – векторная диаграмма при $X_L > X_C$; в – векторная диаграмма при $X_L < X_C$



а)



б)



в)

Виды мощностей в последовательной цепи

$$k_i = \frac{P}{S} = \cos \varphi$$

Мгновенная мощность в последовательной цепи: $p = U_m \cos(\omega t + \varphi) \cdot I_m \cos \omega t = \frac{U_m I_m}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t + \varphi)]$

содержит постоянную составляющую $P = \frac{U_m I_m}{2} \cos \varphi = UI \cos \varphi$ и переменную составляющую.

Постоянную составляющую, или среднее значение мгновенной мощности за период называют **активной мощностью**. Единица мощности ватт (Вт).

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = UI \cos \varphi$$

Для оценки значения энергии, которая запасается в магнитном и электрическом полях, а затем возвращается в сеть дважды за период, вводят понятие **реактивной мощности** $Q = UI \sin \varphi$, единицей которой является вар (вар).

Произведение действующих значений напряжения и тока определяет **полную мощность** $S = UI$, единицей которой является вольт-ампер (В·А). Полная мощность характеризует предельную мощность установки, которую можно было бы иметь при номинальных токах и напряжении (номинальный ток определяется сечением проводов, а номинальное напряжение особенностями изоляции проводов).

Активная, реактивная и полная мощности связаны соотношениями $P = S \cos \varphi$, $Q = S \sin \varphi$, $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

где $\varphi = \varphi_U - \varphi_I$

Обычно активная мощность, характеризующая преобразование электрической энергии в тепло или механическую работу, оказывается меньше полной. Отношение активной мощности к полной называют коэффициентом мощности . $k_i = \frac{P}{S} = \cos \varphi$

При гармонических токах он равен косинусу угла сдвига фаз между напряжением и током.

Законы Кирхгофа для цепей переменного тока

Для получения законов Кирхгофа в комплексной форме подставим в первое уравнение Кирхгофа вместо токов i_k комплексы токов $\underline{A}_k e^{j\omega t}$ и, вынеся $e^{j\omega t}$ за скобки, получим *первый закон Кирхгофа* в комплексной форме $\sum \underline{A}_k = 0$.

Аналогично получим *второй закон Кирхгофа* в комплексной форме $\sum \underline{U}_k = 0$, или $\sum \underline{A}_k Z_k = \sum \underline{E}_k$.

Все методы расчета разветвленных цепей постоянного тока – метод контурных токов, метод узловых потенциалов и т.д. могут применяться для расчета цепей синусоидального тока. При этом вместо сопротивлений R нужно использовать комплексные сопротивления Z , вместо токов I_k и ЭДС E_k – комплексы токов \underline{A}_k и ЭДС - \underline{E}_k . Аналитические расчеты электрических цепей синусоидального тока рекомендуется сопровождать построением векторных диаграмм, чтобы иметь возможность качественно контролировать эти расчеты.

Проблемы, вызванные наличием реактивной мощности

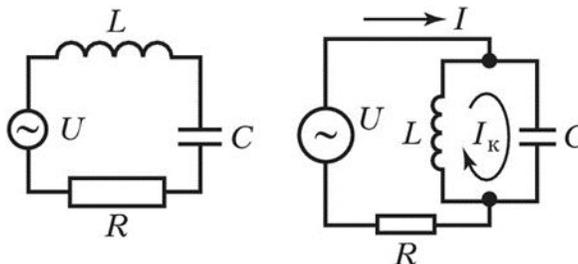
- Полная мощность $S=UI$ в $1/k_i$ раз превышает активную мощность P .
- Полная мощность S это теоретически достижимая, расчетная мощность. Другими словами, эта мощность определяет, какой мощностью загружен источник напряжения, питающий цепь (предприятие, цех, квартиру, дом и т. п.)).
- По значению S производятся расчеты сечения проводов, изоляция, параметры источников электрической энергии.
- Из-за сдвига фаз мощность, генерируемая источником, полностью не реализуется, т. е мощность, потребляемая нагрузкой (активная мощность, а это та мощность, за которую платит потребитель энергии) меньше мощности подаваемой в цепь.
- Поэтому предприятия, создающие характером своей нагрузки низкое значение коэффициента мощности k_i платят штрафы поставщикам энергии.

Явление резонанса в электрических цепях

Резонанс (фр. resonance, от лат. resono «откликаюсь») — частотно-избирательный отклик колебательной системы на периодическое внешнее воздействие, который проявляется в резком увеличении амплитуды стационарных колебаний при совпадении частоты внешнего воздействия с определёнными значениями, характерными для данной системы.

В электрических цепях резонанс возникает в так называемых колебательных контурах на определённой частоте, когда индуктивная и ёмкостная составляющие реакции системы уравновешены, что позволяет энергии циркулировать между магнитным полем индуктивного элемента и электрическим полем конденсатора.

Механизм резонанса заключается в том, что магнитное поле индуктивности генерирует электрический ток, заряжающий конденсатор, а разрядка конденсатора создаёт магнитное поле в индуктивности — процесс, который повторяется многократно, по аналогии с механическим маятником.



Последовательный (а) и параллельный (б) колебательные контура

Частота, на которой происходит резонанс, определяется величинами (номиналами) используемых элементов

Приняв, что в момент резонанса индуктивная и ёмкостная составляющие импеданса равны, т. е., $\omega L = 1/\omega C$, резонансную частоту можно найти из выражения: $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, где $\omega_0 = 2\pi f_0$; f_0 — резонансная частота в герцах; L — индуктивность в генри; C — ёмкость в фарадах.

Важно, что в реальных системах понятие резонансной частоты неразрывно связано с полосой пропускания, то есть диапазоном частот, в котором реакция системы мало отличается от реакции на резонансной частоте. Ширина полосы пропускания определяется добротностью системы.