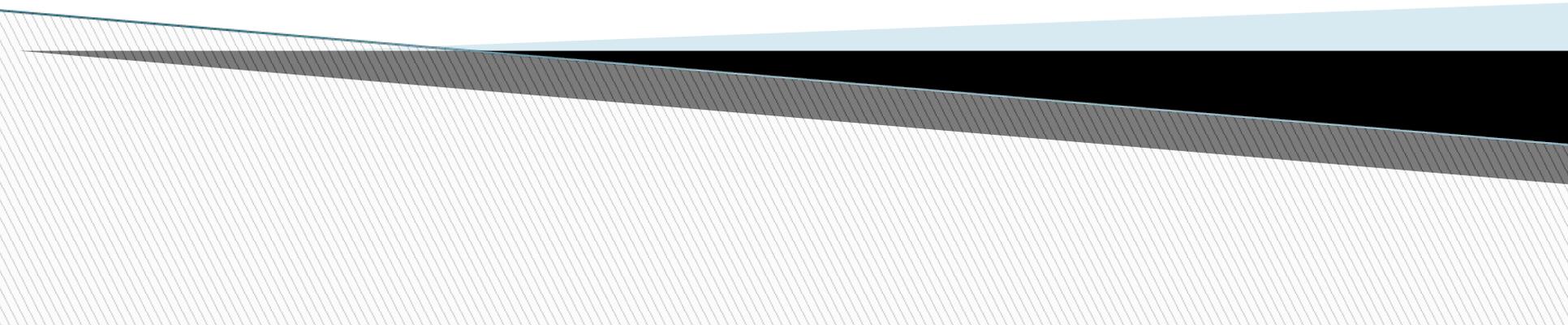


# КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

(8 класс)

1-2 уроки



# Квадратные неравенства

Определение: **Квадратным** называется неравенство, левая часть которого – **квадратный трёхчлен**, а правая часть равна **нулю**:

$$ax^2+bx+c>0$$

$$ax^2+bx+c\geq 0$$

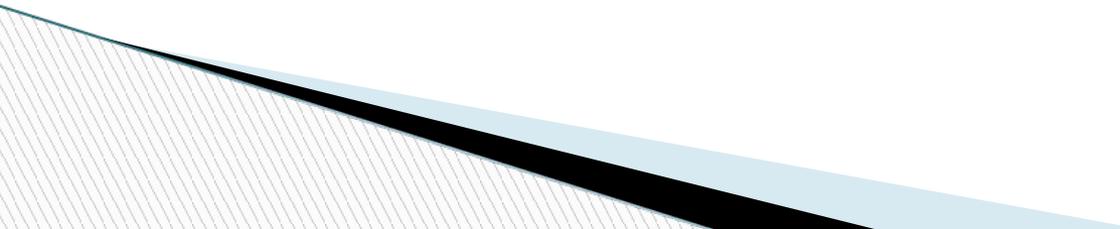
$$ax^2+bx+c<0$$

$$ax^2+bx+c\leq 0$$

▣ **Решением неравенства** с одним неизвестным называется то значение неизвестного, при котором это неравенство обращается в верное числовое неравенство

▣ **Решить неравенство** – это значит найти все его решения или установить, что их нет.

# *Основные способы решения квадратных неравенств:*

- 1) Аналитический способ**
  - 2) Графический метод**
  - 3) Метод интервалов**
- 

**Какие неравенства являются квадратными?**

**А)  $4y^2 - 5y + 7 > 0$**

**Б)  $2x - 4 > 0$**

**В)  $4x^2 - 2x \geq 0$**

**Г)  $3y - 5y^2 + 7 < 0$**

**Д)  $4 - 6x + 5x^2 \leq 0$**

**Е)  $5y^4 + 3y - 6 < 0$**

## **Квадратными являются:**

**А)  $4y^2 - 5y + 7 > 0$**

**В)  $4x^2 - 2x \geq 0$**

**Г)  $3y - 5y^2 + 7 < 0$**

**Д)  $4 - 6x + 5x^2 \leq 0$**

# Устные упражнения

Сравните с нулем выражения

а) если  $a > 0$  и  $b > 0$ , то  $a \cdot b$  \_\_\_\_\_

б) если  $a < 0$  и  $b < 0$ , то  $a \cdot b$  \_\_\_\_\_

в) если  $a > 0$  и  $b < 0$ , то  $a \cdot b$  \_\_\_\_\_

г) если  $a < 0$  и  $b > 0$ , то  $a \cdot b$  \_\_\_\_\_

Укажите какие неравенства строгие, какие нестрогие:

а)  $X > 5$ ;      б)  $X \geq 7$ ;      в)  $X \leq 8$ ;      г)  $X < -3$ .

Решите неравенства:

а)  $5x \leq 20$ ;      в)  $-2x < -6$ ;      д)  $4-5x \geq 9$ ;

б)  $8x > -16$ ;      г)  $-7x \geq 21$ ;      е)  $x/4 < 7$ .

1. Сравните  
с  
шутём

а)  $a \cdot b > 0$   
б)  $a \cdot b > 0$ .

в)  $a > 0, b < 0$ , то  $a \cdot b < 0$

г)  $a < 0, b > 0$ , то  $a \cdot b < 0$ .

2. Укажите, какие строше, какие нестроше  
неравенства:

строше:

$a, z;$

нестроше:

$b, b$ .

3. Решите неравенства:

а)  $5x \leq 20 \quad | : 5$

$x \leq 4$

б)  $8x > -16 \quad | : 8$

$x > -2$

в)  $-2x \leq -6 \quad | : (-2)!$

г)  $-7x \geq 21 \quad | : (-7)$

$x \leq -\frac{21}{7}$

$x \leq -3$

д)  $4 - 5x \geq 9$

$-5x \geq 9 - 4$

$-5x \geq 5 \quad | : (-5)!$

$x \leq -1$

е)  $\frac{x}{4} < 7 \quad | \cdot 4$

$x < 28$

# Устные упражнения

---

 Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} x \leq 1, \\ x \leq -2; \end{cases}$     б)  $\begin{cases} x > 1, \\ x > -2; \end{cases}$     в)  $\begin{cases} x \geq 1, \\ x \leq -2; \end{cases}$     г)  $\begin{cases} x < 1, \\ x > -2. \end{cases}$

 Разложите на множители выражения:

а)  $x^2 - 9$ ;    б)  $x^2 + 5x$ ;    в)  $x^2 + 4x - 5$ ;    г)  $3x^2 + 5x - 8$ .

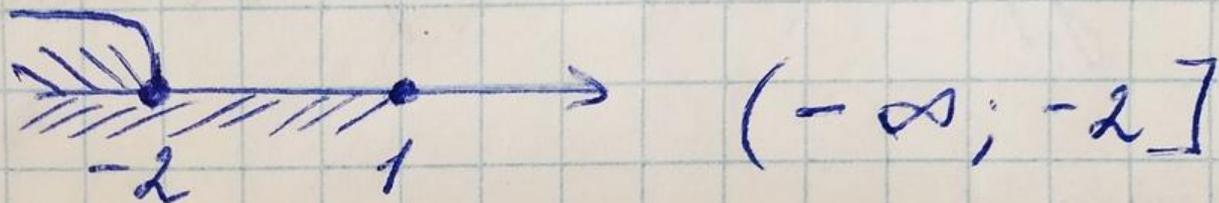
 Какое из чисел 0; 1; 5; -2 является решением неравенства

$$2x - 1 \leq 0.$$

Слайд  
10.

1) Решите систему  
неравенств:

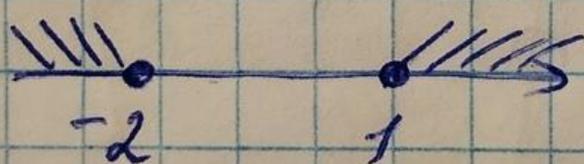
a) 
$$\begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq -2 \end{cases}$$



b) 
$$\begin{cases} x > 1 \\ x > -2 \end{cases}$$

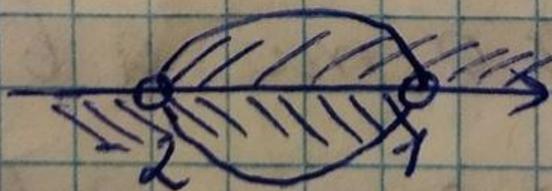


b) 
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -2 \end{cases}$$



нет  
решений

2) 
$$\begin{cases} x < 1 \\ x > -2 \end{cases}$$



$(-2; 1)$

Скажи  
11

② Разложите на множители  
выражение:

$$a) x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x-3)(x+3)$$

$$b) x^2 + 5x = x(x+5)$$

$$b) x^2 + 4x - 5 = (x-1)(x+5)$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$D = 16 + 4 \cdot 5 = 36$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 6}{2} = -5; 1$$

$$2) 3x^2 + 5x - 8 = 3\left(x + 2\frac{2}{3}\right)(x-1) = 3\left(x + \frac{8}{3}\right)(x-1)$$

$$D = 25 + 4 \cdot 3 \cdot 8 = 121$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 11}{6}; 1; -\frac{8}{3}$$

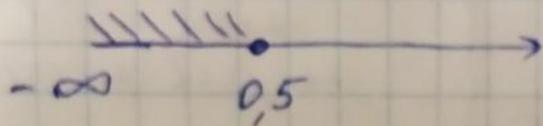
$$= (3x+8)(x-1)$$

③ Какое из чисел 0; 1; 5; -2 является решением неравенства:

1 способ:  $2x - 1 \leq 0$

$$2x \leq 1 \quad | : 2$$

$$x \leq \frac{1}{2}$$



Ответ: -2; 0

2 способ:

$$2 \cdot 0 - 1 \leq 0 \\ -1 \leq 0$$

верно, значит  
0 - является  
решением

$$2 \cdot 1 - 1 \leq 0 \\ 1 \leq 0$$

не верно

$$2 \cdot 5 - 1 \leq 0 \\ 9 \leq 0$$

не верно

$$2 \cdot (-2) - 1 \leq 0 \\ -4 - 1 \leq 0 \\ -5 \leq 0$$

верно, значит  
-2 является  
решением.

# Логические упражнения

Укажите в каждой группе неравенство, которое является лишним.

I

а)  $2x^2 + 3x + 7 > 0$

б)  $3x^2 - 7x + 5 < 0$

в)  $3x^2 + 5x - 3 < 0$

г)  $7x^2 + 2x - 3 \geq 0$

II

а)  $5x^2 + 2x - 5 < 0$

б)  $9x^2 - 2x + 4 > 0$

в)  $x^3 + 2x^2 - 1 \geq 0$

г)  $4x^2 + 8x + 5 \leq 0$

III

а)  $x^2 + 2 < 3x$

б)  $x^2 + x - 1 > 0$

в)  $3x^2 - 4x + 5 \leq 0$

г)  $6x^2 + x - 8 \geq 0$

лайф  
14

Укажите  
какое

логическое  
& каждой  
звучит

упражнения  
неравенство,  
лишнее

I

а)  $7x^2 + 2x - 3 \geq 0$   
это нестрогое,  
все остальные  
строгие  
неравенства

II

б)  $x^3 + 2x^2 - 1 \geq 0$   
это неквадрат-  
ное  
неравенство

III

а)  $x^2 + 2 < 3x$   
это неравенство  
не в стандартном  
виде, т.к. в правой  
части не ноль.

# Изучение нового материала

---

 Указать какие из следующих неравенств являются:

а) квадратными, б) строгими, в) нестрогими.

1)  $x^2 - 4 > 0$ ;

2)  $4x - 5 < 0$ ;

3)  $x^2 - 3x - 5 \leq 0$ ;

4)  $x^2 - 1 \leq 0$ ;

5)  $3x + 4 > 0$ ;

6)  $x^4 - 16 > 0$ .

# Проверь себя:

Слайд 16 Изучение нового материала

Указать какие из следующих неравенств являются

а) квадратными; б) степенными; в) линейными

1, 3, 4;

1, 2, 5, 6;

3, 4.

# Изучение нового материала

---

Чтобы записать квадратное неравенство в стандартном виде надо:

- 📄 перенести все слагаемые из правой части неравенства в левую часть;
- 📄 раскрыть скобки, если они есть;
- 📄 сделать приведение подобных слагаемых.

# Изучение нового материала

---

 **Задание 1.** Приведите квадратные неравенства к стандартному виду.

1)  $x^2 < 4x - 5;$

2)  $4x^2 - 6 < x^2 - 2x - 1;$

3)  $3x(x - 1) < x + 1.$

Задача 19 Изучение нового материала

Задача 1. Приведите квадратные неравенства к стандартному виду:

$$1) x^2 < 4x - 5$$

← ←

$$x^2 - 4x + 5 < 0$$

$$2) 4x^2 - 6 < x^2 - 2x - 1$$

← ← ←

$$\underline{4x^2} - \underline{6} - \underline{x^2} + \underline{2x} + \underline{1} < 0$$

$$3x^2 + 2x - 5 < 0$$

$$3) \textcircled{3x}(x-1) < x+1$$

$$3x^2 - 3x < x+1$$

← ←

$$3x^2 - \underline{3x} - \underline{x} - 1 < 0$$

$$3x^2 - 4x - 1 < 0$$

# Изучение нового материала

---

 **Задание 1.** Является ли число 1 решением неравенства  $x^2 + 4x + 2 > 0$ ?

Решение:

$$x = 1;$$

$$x^2 + 4x + 2 > 0;$$

$$1^2 + 4 \cdot 1 + 2 > 0;$$

$$7 > 0 - \text{верно.}$$

Число 1 является решением неравенства.

# Изучение нового материала

---

 **Задание 2.** Решением каких неравенств является число 1?

а)  $x^2 - x - 2 \leq 0$ ;

б)  $x^2 + 3x + 2 > 0$ ;

в)  $-x^2 + 7x + 4 > 0$ ;

г)  $-5x^2 + 6x + 17 < 0$ .

# Проверь себя:

Слайд 22 Изучение нового материала

Задание 2

Решиме каких неравенств является число 1:

$$a) x^2 - x - 2 \leq 0$$

$$1^2 - 1 - 2 \leq 0$$

$$-2 \leq 0 \text{ верно}$$

1 является решением

$$б) x^2 + 3x + 2 > 0$$

$$1^2 + 3 \cdot 1 + 2 > 0$$

$$1 + 3 + 2 > 0$$

$$6 > 0 \text{ верно}$$

1 является решением

# Проверь себя:

Страница  
230.

$$6) -x^2 + 7x + 4 > 0$$

$$-1^2 + 7 \cdot 1 + 4 > 0$$

$$-1 + 7 + 4 > 0$$

$$10 > 0 \text{ верно}$$

1 является решением

$$2) -5x^2 + 6x + 17 < 0$$

$$-5 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 + 17 < 0$$

$$-5 + 6 + 17 < 0$$

$$18 < 0 \text{ неверно}$$

1 не является  
решением

# Изучение нового материала

 **Пример 1.** Решить неравенство  $x^2 - 5x + 6 > 0$ .

Решение:

$$\begin{aligned}x^2 - 5x + 6 &> 0; \\(x - 2)(x - 3) &> 0;\end{aligned}$$

$$1) x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3;$$

$$2) x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3).$$

$$\begin{cases} x - 2 > 0; \\ x - 3 > 0; \end{cases} \quad \text{ИЛИ} \quad \begin{cases} x - 2 < 0; \\ x - 3 < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 2; \\ x > 3; \end{cases} \quad \begin{cases} x < 2; \\ x < 3; \end{cases}$$

$$x > 3;$$

$$x < 2.$$

**Ответ:**  $x < 2; x > 3$ .

# Алгоритм решения квадратного неравенства

---

- ❏ Разложить квадратный трехчлен на множители.
- ❏ Решение квадратного неравенства свести к решению двух систем неравенств, учитывая условие, когда произведение положительно и когда отрицательно.
- ❏ Решить каждую из полученных систем.
- ❏ Записать ответ.

# **Запомним!**

Чтобы решить квадратное неравенство аналитический способом надо:

- 1) Найти корни соответствующего квадратного уравнения  $ax^2+bx+c=0$ ;
- 2) Разложить на множители квадратный трехчлен:  $a(x-x_1)(x-x_2)$ , где  $x_1, x_2$  – корни квадратного уравнения  $ax^2+bx+c=0$
- 3) Заменить квадратное неравенство на 2 системы из двух линейных неравенств:

Если  $ax^2+bx+c > 0$  (или  $ax^2+bx+c \geq 0$ ), то

$$\left[ \begin{array}{l} (x-x_1) > 0 \quad (\text{или } (x-x_1) \geq 0) \\ (x-x_2) > 0 \quad (\text{или } (x-x_2) \geq 0) \end{array} \right. \text{ или } \left[ \begin{array}{l} (x-x_1) < 0 \quad (\text{или } (x-x_1) \leq 0) \\ (x-x_2) < 0 \quad (\text{или } (x-x_2) \leq 0) \end{array} \right.$$

Если  $ax^2+bx+c < 0$  (или  $ax^2+bx+c \leq 0$ ), то

$$\left[ \begin{array}{l} (x-x_1) > 0 \quad (\text{или } (x-x_1) \geq 0) \\ (x-x_2) < 0 \quad (\text{или } (x-x_2) \leq 0) \end{array} \right. \text{ или } \left[ \begin{array}{l} (x-x_1) < 0 \quad (\text{или } (x-x_1) \leq 0) \\ (x-x_2) > 0 \quad (\text{или } (x-x_2) \geq 0) \end{array} \right.$$

- 4) Решить каждую систему
- 5) Записать решения в ответ.

# Выполни задания по учебнику:

- Вводные упражнения на страницах 264-265:
- №2,3,6-только ответы;
- №1,4,5-с решением;
- №649,650,651 (только ответы),
- 652(2,4),653(2,4),654(2,4,6)-с решением.

# В учебнике этот материал есть на страницах 262-264.

- Для выполнения вводных упражнений всё есть в презентации (это повторение)
- Для выполнения упражнений №649-654 (это новый материал)  
можно дополнительно с записями для себя прочитать подробно решение задач 2 и 3 в п.40

УДАЧНОГО  
ИЗУЧЕНИЯ!!!