



# **Криогенные и сверхпроводящие электроэнергетические устройства (000025237)**

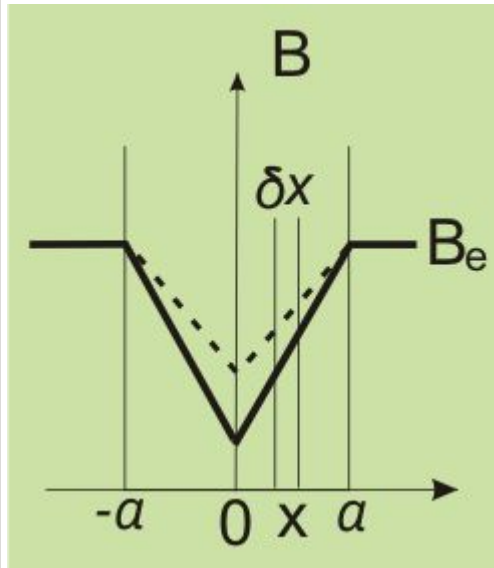
Лекция 8

**Профессор Е.Ю.Клименко**



## **Устойчивость к скачкам потока**

# Скачок потока (классика)



Имеем теплоизолированную пластину с установившимся фронтом распределения поля. Подведем тепло  $\Delta Q_e$ . Оно повысит температуру пластины  $\delta T = \frac{\Delta Q_e}{\gamma c}$ . При этом изменится критическая плотность тока на  $\delta j_c$ , а это приведет к прониканию магнитного потока и возникновению электрического поля в направлении тока.

$$\delta q = \int j(x)E(x)dx = j_c \delta x \delta \Phi(x)$$

$\delta \Phi(x)$  - поток, прошедший через сечение  $x$  до средней плоскости

$$\delta \Phi(x) = \int_0^x \delta B(x)dx = \mu_0 \int_0^x \delta j_c (a-x)dx = \mu_0 \delta j_c \left( ax - \frac{x^2}{2} \right)$$

При этом выделится тепло (на единицу объема)

$$\Delta Q = \frac{1}{a} \int_0^a \delta q(x)dx = \frac{\mu_0}{a} \int_0^a j_c \delta j_c \left( ax - \frac{x^2}{2} \right) dx = \mu_0 j_c \delta j_c \frac{a^2}{3}$$

$$\delta j_c = -j_c \frac{\delta T}{T_c - T_b}$$

Если выделившееся тепло больше подведенного, то процесс разогрева не остановится. Таким образом, критерий развития скачка потока:

$$\frac{\mu_0 j_c^2 a^2}{\gamma c (T_c - T_b)} > 3$$

Если  $a < \sqrt{\frac{3\gamma c (T_c - T_b)}{\mu_0 j_c^2}}$

, скачок не происходит.

Пример:

Сплав Nb-Ti, при температуре 4.2K в поле 6 Тл.

Критическая плотность тока  $1.5 \cdot 10^8 \text{ A/m}^2$ ,

Плотность  $\gamma$   $6.2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,

Удельная теплоемкость  $C$   $0.89 \text{ Дж/кг}$

Критическая температура 6.5 K

Стабильность обеспечивается при  $a < 115 \text{ мкм}$ .

«С запасом» выбрали, что сверхпроводник не должен быть толще 60 мкм.

**Но стабильность в коротких образцах сохраняется у гораздо более толстых проводов 500 мкм и более!**

# К определению максимальной температуры

## перегрева

Генерация тепла:

$$G(T) = I^2 R \exp \left[ \frac{-1 + \frac{T}{T_c} + \frac{B}{B_{c2}} + \frac{I}{I_c \frac{1}{2}}}{\delta} \right]$$

Теплоотвод:  $Q(T) = hPT$

В точке  $P_q$ :

$$Q(T_q) = G(T_q) \quad \frac{Q(T_q)}{\partial T} = \frac{G(T_q)}{\partial T}$$

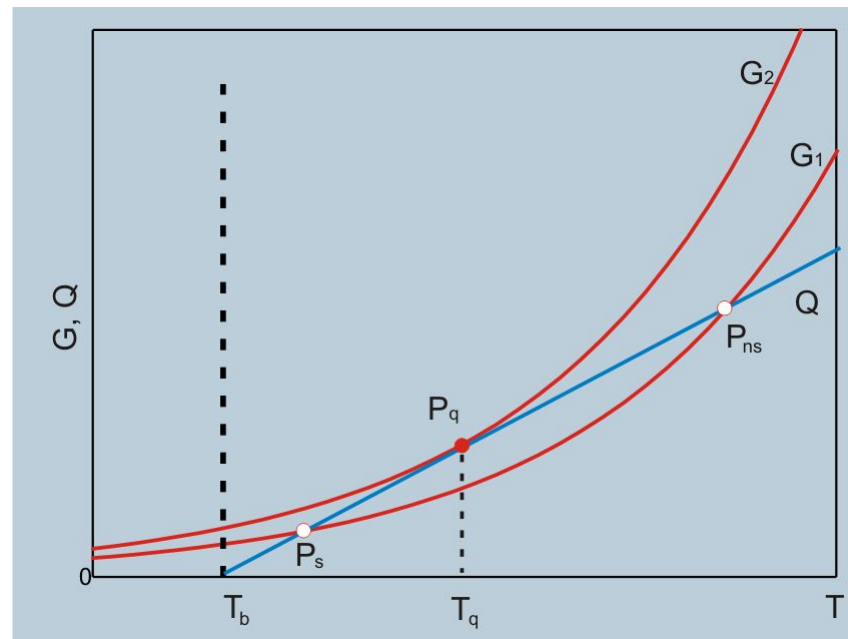
$$\frac{\partial Q(T)}{\partial T} = hP$$

$$\frac{\partial G(T)}{\partial T} = \frac{I^2 R}{\delta T_c} \exp \left[ \frac{-1 + \frac{T}{T_c} + \frac{B}{B_{c2}} + \frac{I}{I_c \frac{1}{2}}}{\delta} \right] = \frac{G(T)}{\delta T_c}$$


Таким образом:

$$T_q - T_b = \delta \cdot T_c$$

Срыв (*quench*) происходит при весьма малом перегреве сверхпроводника  $\sim 0.01T_c$



Кривые генерации тепла соответствуют двум разным токам. При меньшем токе существуют две точки баланса.  $P_s$ -состояние стабильное.  $P_{ns}$ -нестабильное. При максимальном токе существует одна точка баланса  $P_q$ , в которой  $G_2$  и  $Q$  касаются друг друга. В этой точке происходит тепловой срыв (*quench*).



Приведенные в лекции 5 на слайде 15 общие уравнения электродинамики технических сверхпроводников позволяют детально рассчитать динамику электрических и магнитных полей, токов и температуры при произвольных условиях. А также убедится сохраняет ли провод сверхпроводящее состояние или переходит в нормальное.

Но это всегда рассмотрение частного случая, причем всегда очень трудоемкое.

Чтобы понять физику процессов воспользуемся не столь точным, но наглядным аналитическим подходом.

# Современная теория стабильности

В общей постановке задачи об устойчивости следует учесть, как тепловые и электродинамические процессы, так и форму переходной характеристики.

$$\Delta E = \mu_0 \frac{\partial j}{\partial t}$$
$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \text{grad}(\lambda \cdot \text{grad} T) + jE$$
$$E(T, B, I) = jR \exp \left[ \frac{-1 + \frac{T}{T_c} + \frac{B}{B_{c2}} + \frac{j}{\frac{j_c}{2}}}{\delta} \right]$$

Для упрощения вычислений будем использовать упрощенную переходную характеристику поскольку экспоненциальная зависимость от тока значительно сильнее линейной:

$$E(T, B, I) = E_c \exp \left[ \frac{-1 + \frac{T}{T_c} + \frac{B}{B_{c2}} + \frac{j}{\frac{j_c}{2}}}{\delta} \right]$$

# Характерные времена

Стабильность провода сильно зависит от соотношения характерных времен:

Магнитного  $\tau_m = \frac{\mu_0 d^2}{\rho}$ , теплового  $\tau_\lambda = \frac{Cd^2}{\lambda}$  и теплообмена  $\tau_h = \frac{Cd}{h}$

Классическая теория рассматривает случаи  $\tau_m \gg \tau_\lambda$  для многоволоконных проволок в матрице и для одноволоконной проволоки или многоволоконных проволок в резистивной матрице. Это приходится делать поскольку МКС предсказывает весьма высокое дифференциальное сопротивление сверхпроводника в резистивном состоянии:

$$\rho(B, j) = \rho_f = \rho_n \cdot \frac{B}{B_{c2}}$$

$$\frac{\partial E}{\partial j} = \rho(B, j) \approx \frac{E}{\delta j_{c/2}}$$

У реальных сверхпроводников  $\delta j_{c/2} = 2 \cdot 10^7 \text{ А/м}^2$  очень мала. Эта величина  $5 \cdot 10^{-12} \text{ Ом} \cdot \text{м}$

Например  $\tau_h \gg \tau_m \gg \tau_\lambda$  и она составляет

Что в 100 раз меньше, чем у меди. Поэтому достаточно рассматривать случаи от  $\tau_m \gg \tau_h \gg \tau_\lambda$

В лекции 7 было показано, что для  $\int_S E dS = h P \delta \cdot T_c$  стабильности достаточно, чтобы электрическое поле нигде не было срыва  $E_c$ . Это достаточное условие, но не необходимое. В случае



Для рассматриваемого случая в общем можно утверждать:  $W \leq g h_{ef} P \delta \cdot T_c$

,  
 где  $g$  – геометрический фактор. Величина  $h_{ef}$  зависит от соотношения  $hd \ll \lambda$  коэффициента теплоотдачи  $h_{ef} = \beta \lambda / d$  при  $\beta = 2$  для пластины и  $\beta = 4$  для цилиндра.  
 при  $hd \gg \lambda$   $h_{ef} = h$ ,



**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ**









