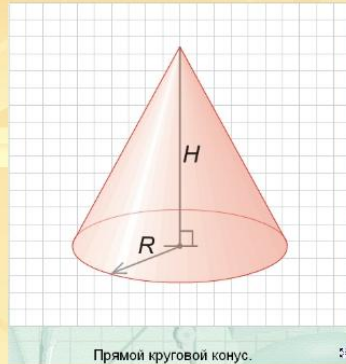


Объем конуса

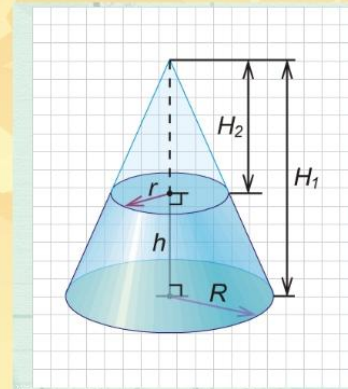
Новый материал.



Прямой круговой конус. ::

Следствие (формула объема конуса).
Объем конуса высотой H и радиусом основания R равен

$$V_{\text{кон}} = \frac{1}{3} \pi R^2 H.$$



Усеченный конус получен из обычного конуса.

Теорема 1.8.3 (формула объема усеченного конуса). Объем усеченного конуса высотой h и радиусами оснований R и r выражается формулой

$$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + Rr + r^2).$$





Теорема

Объём конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$



Теорема

Объём конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту

Дано:

конус

S — площадь его основания

h — высота конуса

V — объём конуса

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

Доказательство:

OX — ось конуса через OM

$\alpha \perp OX \Rightarrow$ сечение конуса

M_1 — центр, R_1 — радиус

$S(x)$ — площадь сечения

x — абсцисса M_1

$\triangle OM_1A_1 \sim \triangle OMA$ ($\angle OM_1A_1 = \angle OMA$ — прямые, $\angle MOA$ — общий) \Rightarrow

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$OM_1 = x, OM = h$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

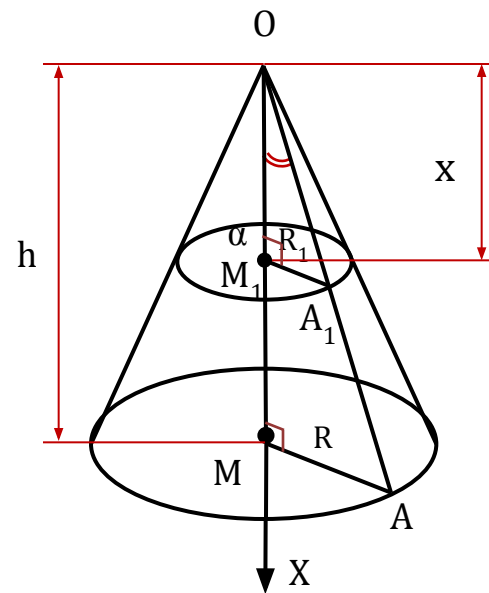
$$S(x) = \pi R_1^2$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$



Теорема доказана



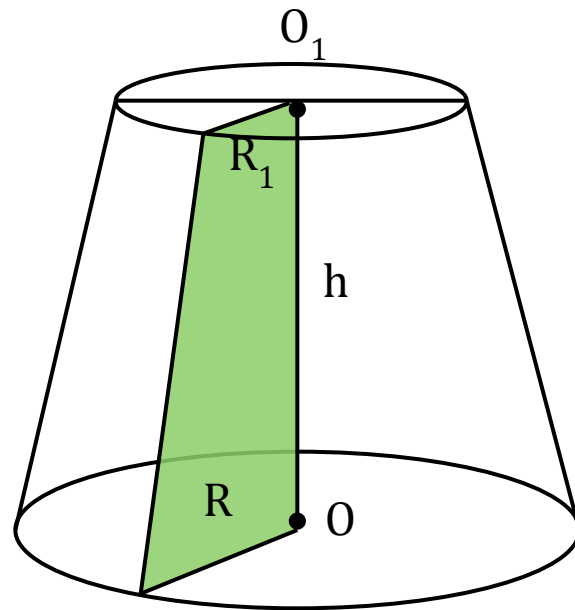
Формула объёма усечённого конуса

V — объём усеченного конуса

h — высота

S и S_1 — площади оснований

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$



Задача 1

Дано:

Δ прямоугольный

$$a = 4, b = 3$$

Найти:

V конуса: 1) $R = a$, 2) $R = b$

Решение:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

1) R — радиус основ. конуса

h — высота конуса

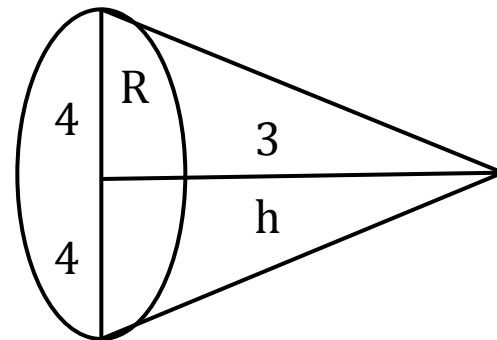
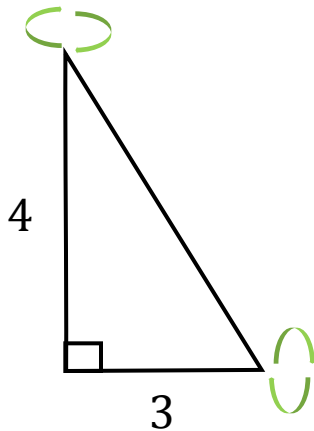
$$R = a = 4, h = b = 3$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi R^2$$

$$V = \pi R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$



2) $R = b = 3, h = a = 4$

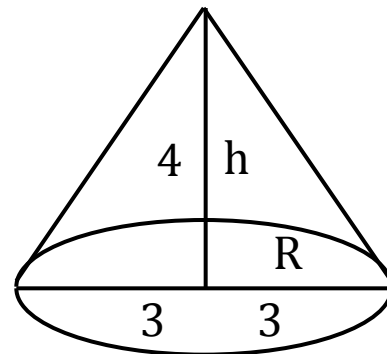
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi R^2$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

Ответ: $V = 16\pi$ или $V = 12\pi$



Задача 2

Дано:

конус

$$R = 6 \text{ см}$$

$$\angle BCO = 45^\circ$$

Найти: V

Решение:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$h = BO$, $\triangle BOC$ — прямоугол.

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h \Rightarrow \triangle BOC \text{ — равноб.}$$

$$BO = OC = 6 \text{ см}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

Ответ: $V = 72\pi$

