

# Пересечение и объединение МНОЖЕСТВ

Урок  
№1

А-8

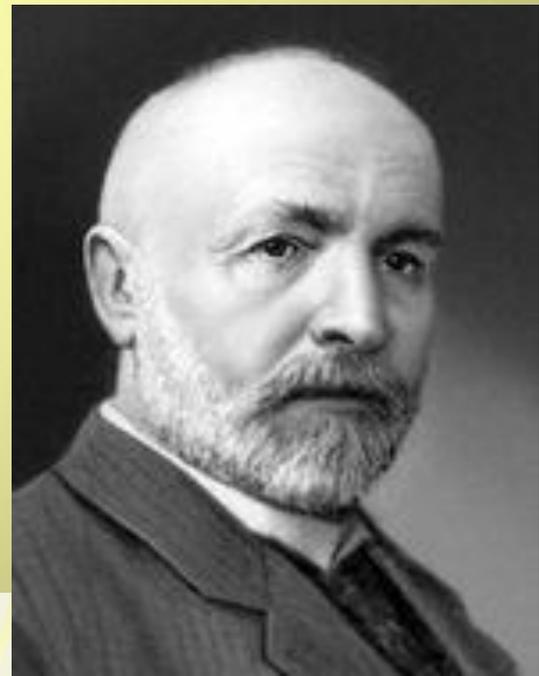
*«Множество есть  
многое, мыслимое  
нами как единое»*

*Георг Кантор*



# *Георг Кантор* (1845-1918)-

немецкий математик, логик, теолог,  
создатель теории трансфинитных  
(бесконечных) множеств, оказавший  
определяющее влияние на развитие  
математических наук на рубеже 19-20  
ВЕКОВ



## Примерами множеств могут служить:

а) множество всех натуральных чисел,

б) множество всех целых чисел

(положительных, отрицательных и нуля),

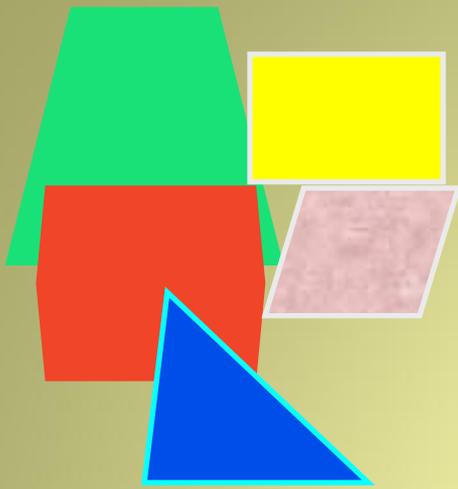
в) множество всех рациональных чисел,

г) множество всех действительных чисел,

д) множество площадей треугольников,

е) множество четырехугольников

# Множества

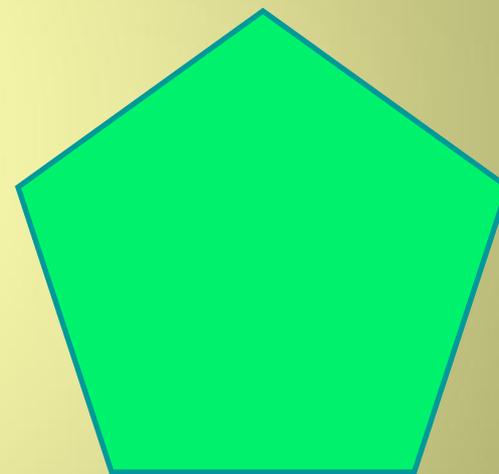
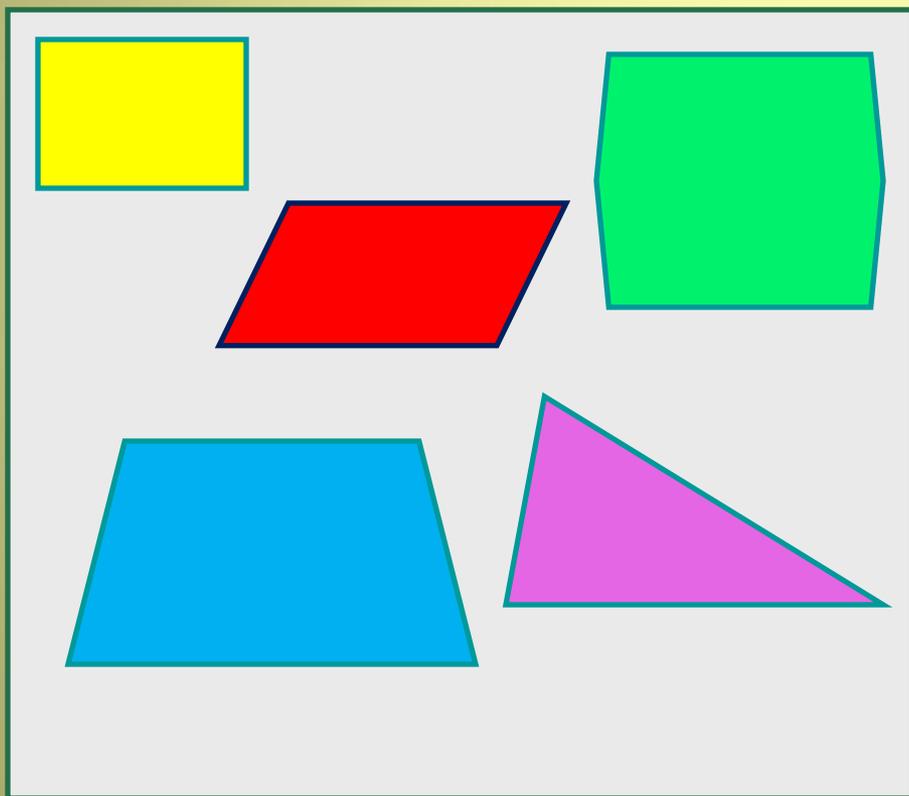


Термин множество применяется для обозначения совокупностей

К сожалению, основному понятию теории – понятию множества – нельзя дать строгого определения. Разумеется, можно сказать, что множество – это «совокупность», «собрание», «ансамбль», «коллекция», «семейство», «система», «класс» и т. д. однако всё это было бы не математическим определением, а скорее злоупотреблением словарным богатством русского языка.

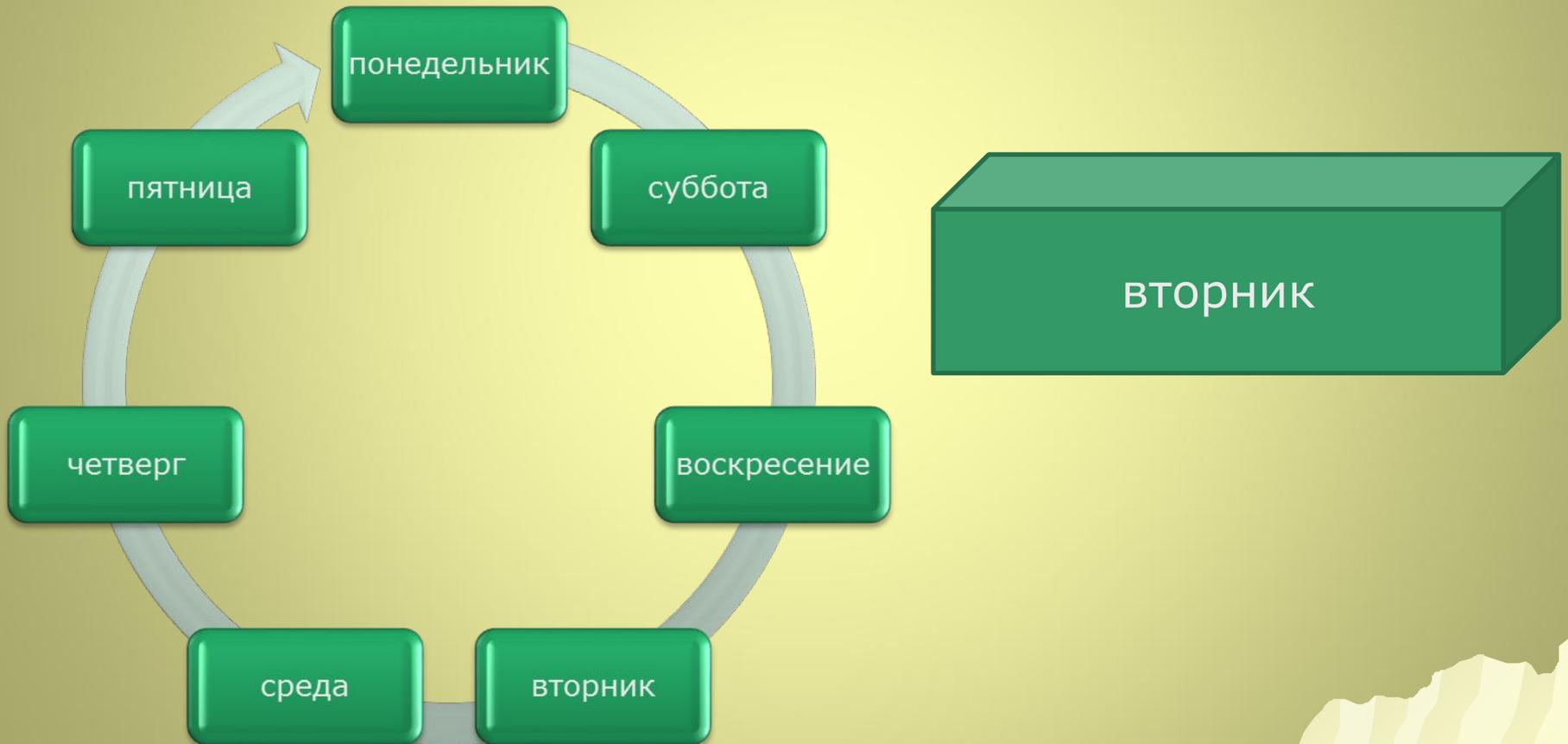
# Элемент множества

Элементы множества – объекты или предметы, составляющие множество



# Элемент множества

Элементы множества – объекты или предметы, составляющие множество



# Элемент множества

Часто приходится говорить о нескольких вещах, объединенных некоторым признаком. Так, можно говорить о множестве всех стульев в комнате, о множестве всех клеток человеческого тела, о множестве всех картофелин в данном мешке, о множестве всех рыб в океане, о множестве всех квадратов на плоскости, о множестве всех точек на данной окружности т. д.

**Предметы, составляющие данное множество, называются его элементами.**

# МНОЖЕСТВА

## КОНЕЧНЫЕ

- ◆  $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9$  - множество цифр
- ◆  $10; 11; \dots; 98; 99$  - множество двузначных чисел
- ◆ А, Б, В, Г, Д, ..., Э, Ю, Я - множество букв русского алфавита

## БЕСКОНЕЧНЫЕ

- ◆  $1; 2; 3; 4; \dots$  - множество натуральных чисел
- ◆  $2; 4; 6; 8; 10; 12; \dots$  - множество чётных чисел

# Пустое множество

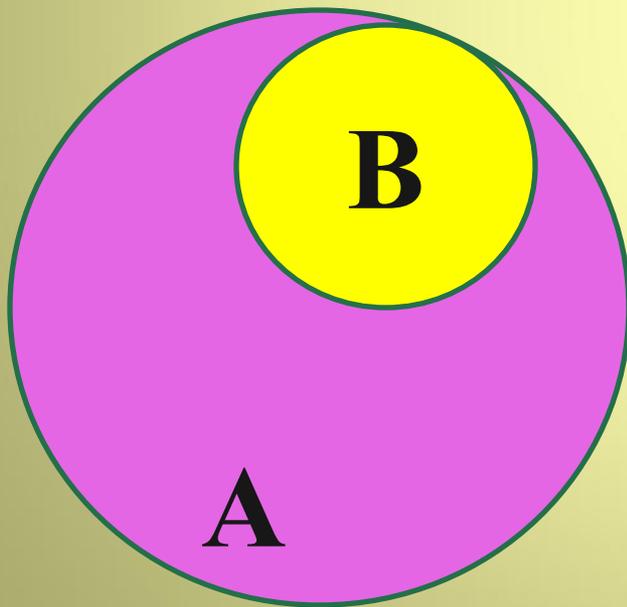
Пустое множество – это множество,  
не содержащее ни одного элемента

$$A = \emptyset$$



# Подмножество

Множество  $B$  называют подмножеством множества  $A$ , если каждый элемент множества  $B$  является элементом множества  $A$



$$B \subset A$$

## «Парадокс брадобрея»

Одному солдату было приказано брить тех и только тех солдат его взвода, которые сами себя не бреют.

Неисполнение приказа в армии, как известно, тягчайшее преступление. Однако возник вопрос, брить ли этому солдату самого себя. Если он побреется, то его следует отнести к множеству солдат, которые сами себя бреют, а таких брить он не имеет права. Если же он себя брить не будет, то попадёт во множество солдат, которые сами себя не бреют, а таких солдат согласно приказу он обязан брить. **Парадокс.**

# Пересечение множеств

**A-** множество натуральных делителей числа 24,

**B-** множество натуральных делителей числа 18.

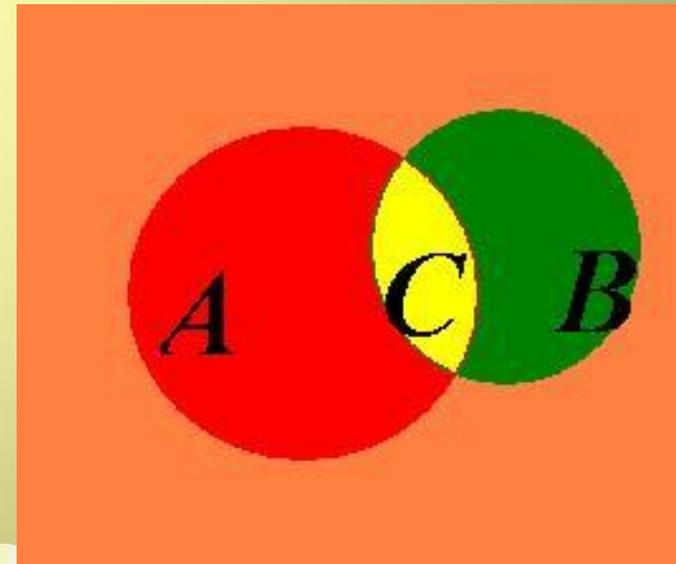
$A=\{1,2,3,4,6,8,12,24\}$ ,

$B=\{1,2,3,6,9,18\}$ ,

**C-** множество общих делителей чисел 24 и 18,

$C=\{1,2,3,6\}$ .

*Говорят, что множество C  
является пересечением множеств  
A и B*



# Определение

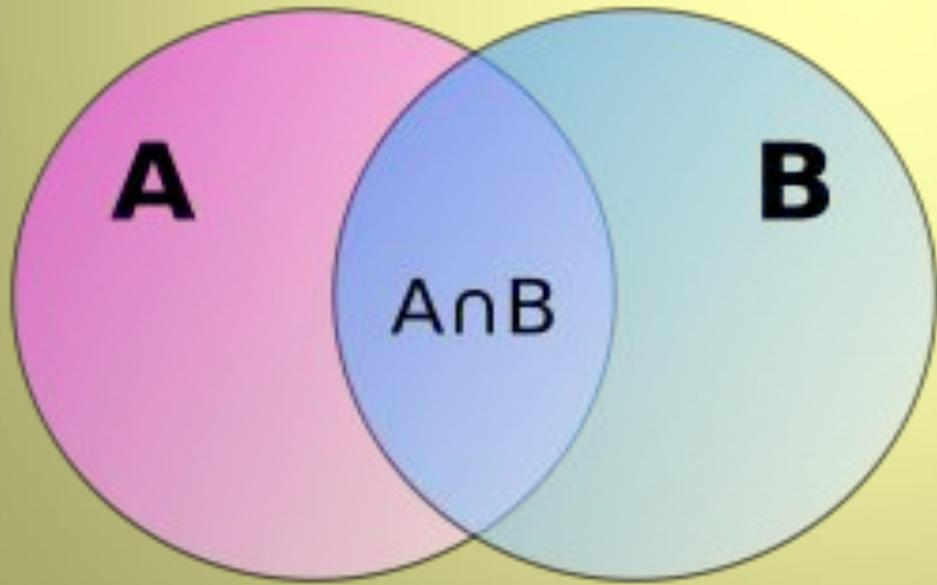
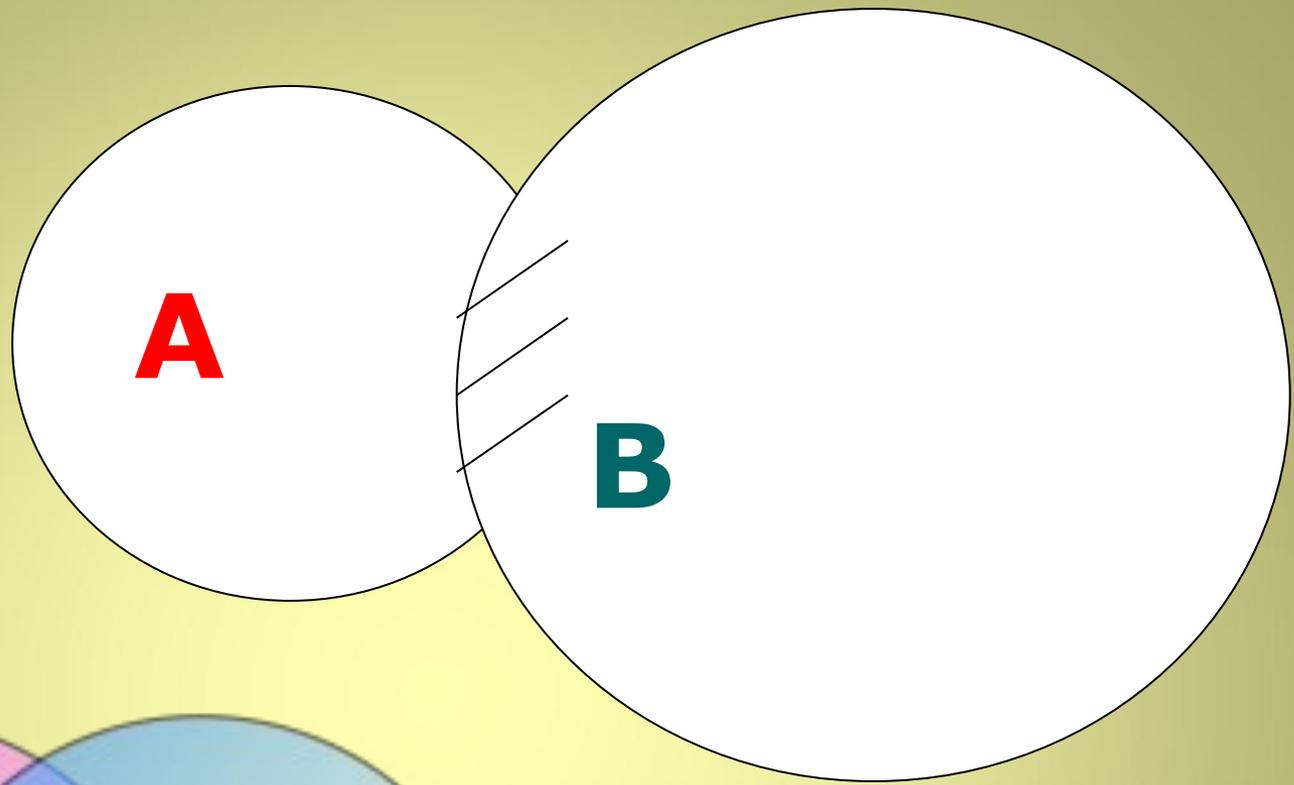
Множество, составляющее общую часть множеств  $A$  и  $B$ , называют пересечением этих множеств и обозначают так :  $A \cap B = C$

Соотношение между множествами  $A, B$  и  $C$  можно проиллюстрировать с помощью специальных схем, называемых **кругами Эйлера**



Множества  $A$  и  $B$  изображены на рисунке кругами.

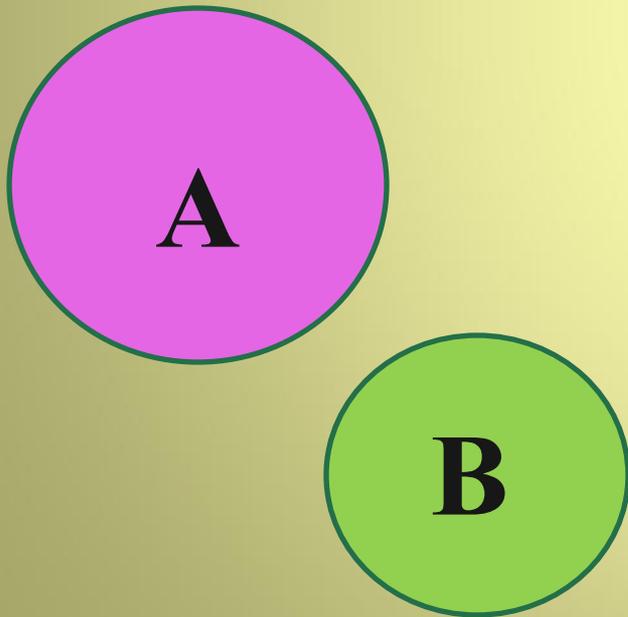
Фигура, образовавшаяся при пересечении кругов, закрашенная на рисунке, изображает множество  $C$



## Замечание

Некоторые множества  $X$  и  $Y$  не имеют общих элементов. Тогда говорят, что пересечением множеств  $X$  и  $Y$  является пустое множество.

И пишут тогда так:  $X \cap Y = \emptyset$



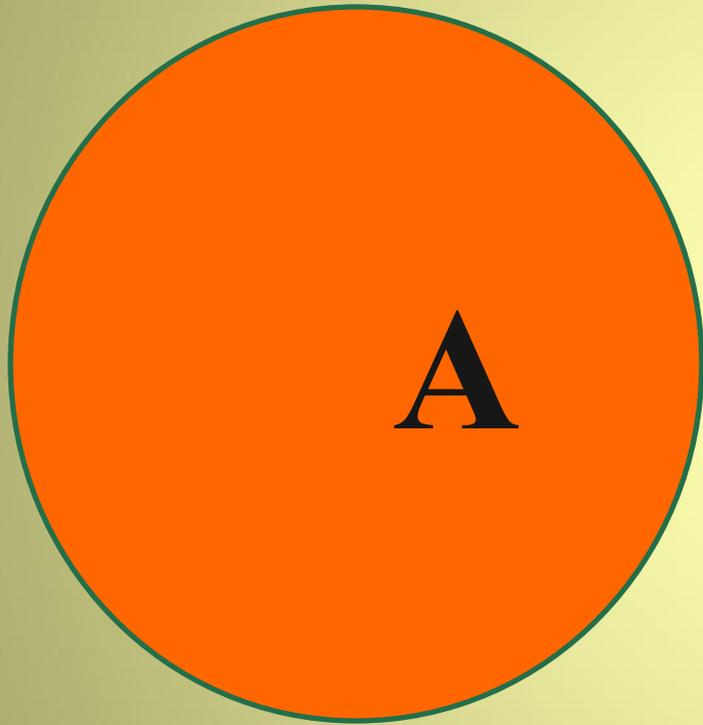
**Например:**

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\},$$

$$A \cap B = \emptyset$$

# Замечание



## Пересечение множеств

$$A \cap A = A$$

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$

# Объединение множеств

A- множество натуральных делителей числа 24,

B- множество натуральных делителей числа 18.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\},$$

$$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\},$$

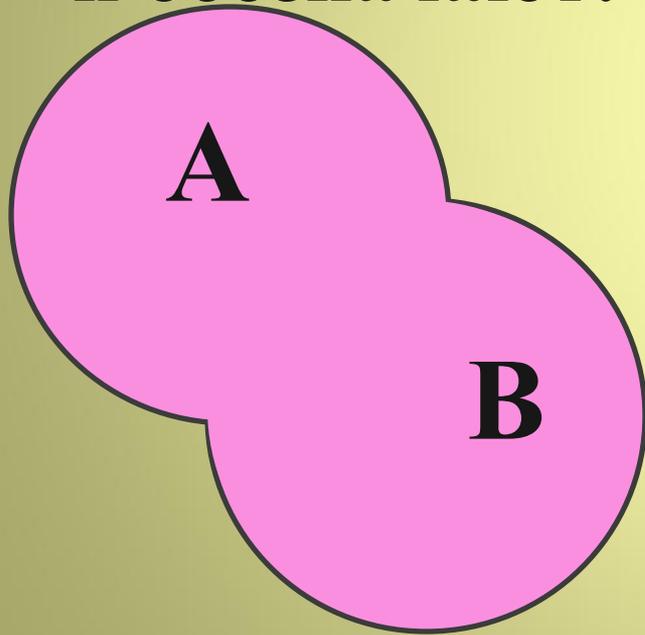
D- множество, которому принадлежат все элементы множества A и все элементы множества B.

$$\text{Т.е. } D = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24\}.$$

*Говорят, что множество D является объединением множеств A и B*

# Определение

Множество, состоящее из элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств А и В, называют объединением этих множеств и обозначают:  $A \cup B = D$ .



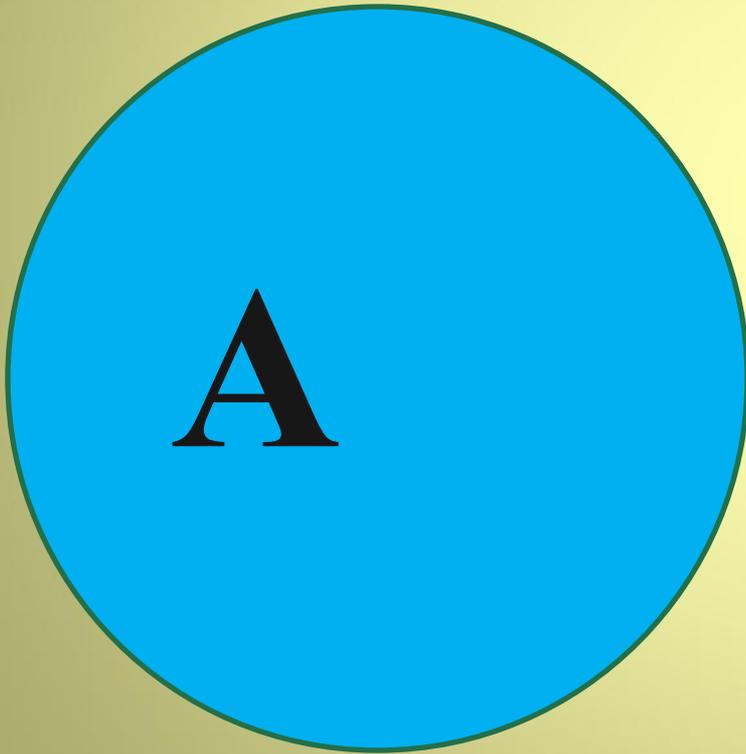
Множества А и В изображены на рисунке кругами

Фигура, закрашенная на рисунке, является объединением множеств А и В

## Объединение множеств

$$A \cup A = A$$

$$A \cup \emptyset = A$$



## № 1

Какое множество задано  
путем перечисления его  
элементов?

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

№ 2

Задайте  
множество лошадей,  
пасущихся, на Луне

## № 3

Даны множества

$$A = \{3, 5, 0, 11, 12, 19\},$$

$$B = \{2, 4, 8, 12, 18, 0\}. \text{ Найдите}$$

объединение и пересечение множеств

## №4.

Составьте не менее семи слов, буквы которых образуют подмножества множества

$$A = \{к, а, р, у, с, е, л, ь\}.$$

1. Ус
2. Ель
3. Рука
4. Русь
5. Руль
6. Лак
7. Лес



## № 5.

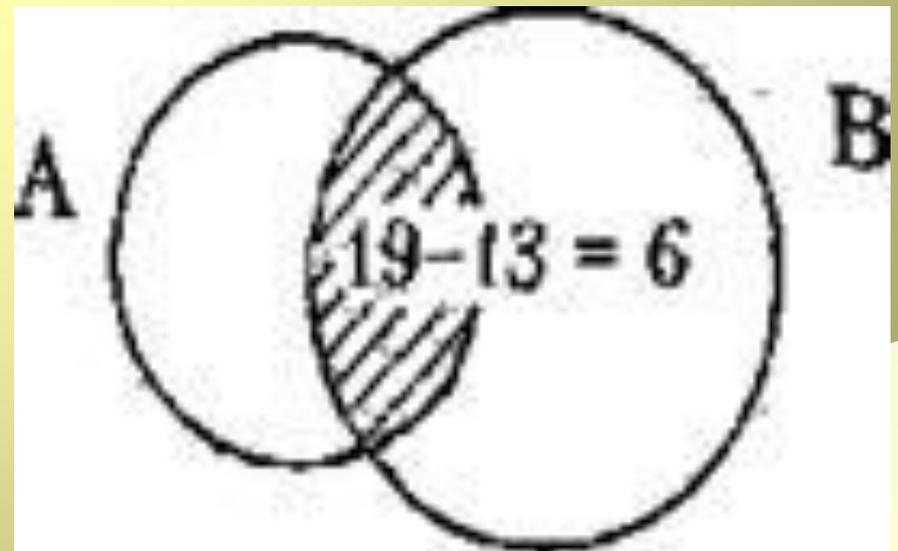
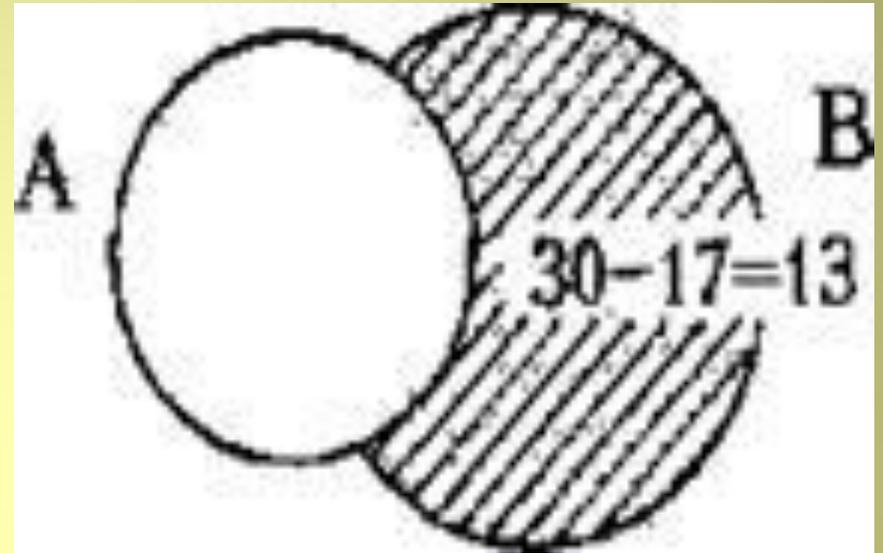
В классе 30 человек, каждый из которых поёт или танцует. Известно, что поют 17 человек, а танцевать умеют 19 человек. Сколько человек поёт и танцует одновременно?

# Решение 1.

Пусть  $A$  - это множество учеников, умеющих петь.  
Количество элементов в нём по условию равно  $n = 17$ .  
Пусть  $B$  - множество учеников, умеющих танцевать.  
Количество элементов в нём -  $m = 18$ . Множество  $A \cap B$   
совпадает со всем классом, т.к. каждый ученик в классе  
поёт или танцует.  $A \cap B$  - это множество тех учеников  
класса, которые поют и танцуют одновременно. Пусть их  
количество равно  $k$ .  
Согласно формуле  
 $n + m - k = 17 + 19 - k = 30 \quad k = 6$ .  
Ответ: 6 учеников в классе поют и танцуют одновременно.

# Решение 2

- ◆ Сначала заметим, что из 30 человек не умеют петь  $30 - 17 = 13$  человек. Все они умеют танцевать, т.к. по условию каждый ученик класса поёт или танцует. Всего умеют танцевать 19 человек, из них 13 не умеют петь, значит, танцевать и петь одновременно умеют  $19 - 13 = 6$  человек.



## №6

На фирме работают 67 человек. Из них 47 знают английский язык, 35 - немецкий язык, а 23 - оба языка.

Сколько человек в фирме не знают ни английского, ни немецкого языков?

## Решение.

$n(A) = 47$  – знают английский язык

$n(B) = 35$  – знают немецкий язык

$n(C) = x$  – не знают ни английский, ни немецкий язык

$n(A \cap B) = 23$  – знают английский и немецкий языки

$n(A \cap B \cap C) = 67$  – работники фирмы

$$67 = 47 + 35 - 23 + x \quad x = 8$$

Ответ: 8 человек не знают ни английский, ни немецкий язык.

# Задача

- ◆ Из 40 учащихся нашего класса 32 любят молоко, 21 - лимонад, а 15 - и молоко, и лимонад. Сколько ребят в нашем классе не любят ни молоко, ни лимонад
- ◆ *(решить в домашней работе)*

# Задача

- ◆ 12 моих одноклассников любят читать детективы, 18 - фантастику, трое с удовольствием читают и то, и другое, а один вообще ничего не читает.  
Сколько учеников в нашем классе?
- ◆ *(решить в домашней работе)*

# Задача

- ◆ Из тех 18 моих одноклассников, которые любят смотреть триллеры, только 12 не прочь посмотреть и мультфильмы. Сколько моих одноклассников смотрят одни «мультики», если всего в нашем классе 25 учеников, каждый из которых любит смотреть или триллеры, или мультфильмы, или и то и другое?  
*(решить в домашней работе)*

# Задача

- ◆ Из 29 мальчишек нашего двора только двое не занимаются спортом, а остальные посещают футбольную или теннисную секции, а то и обе. Футболом занимается 17 мальчишек, а теннисом - 19. Сколько футболистов играет в теннис? Сколько теннисистов играет в футбол?  
*(решить в домашней работе)*

# Задача

- ◆ 65 % бабушкиных кроликов любят морковку, 10 % любят и морковку, и капусту. Сколько процентов кроликов не прочь полакомиться капустой?
- ◆ *(решить в домашней работе)*

## № 7.

Изобразите с помощью кругов Эйлера пересечение множеств  $K$  и  $M$ , если:

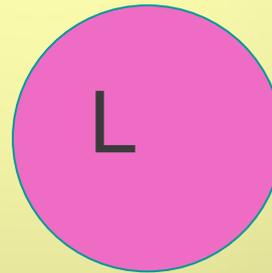
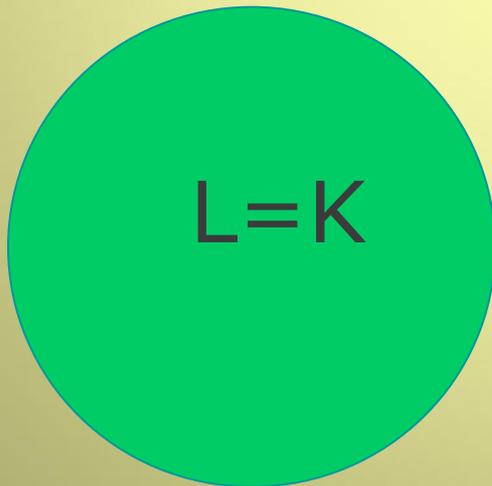
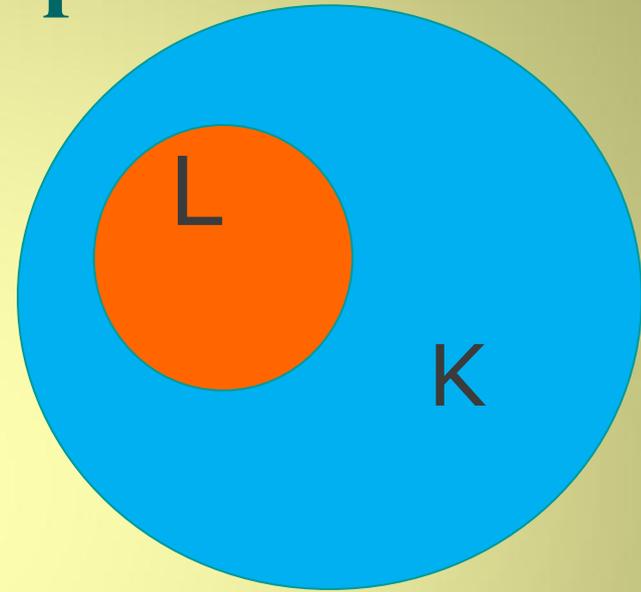
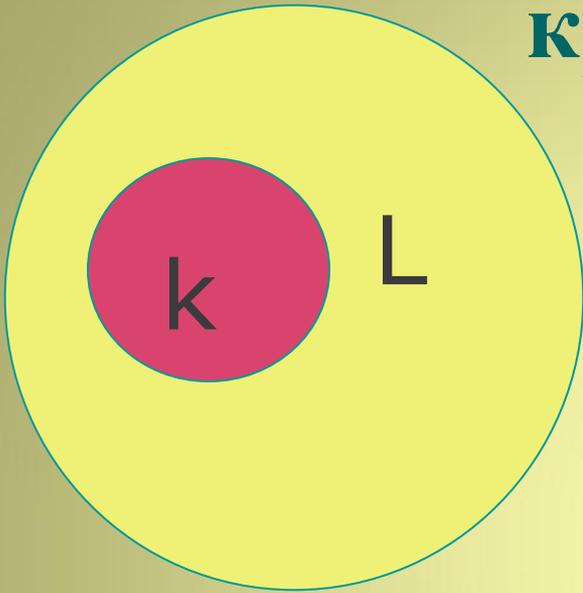
а)  $K \subset L$

б)  $L \subset K$

в)  $K = L$

г)  $K \cap L = \emptyset$

# Решение задачи с помощью кругов Эйлера.



На языке мудрости ЗНАТЬ- это значит  
УМЕТЬ, а ПОНИМАТЬ- это значит  
ДЕЙСТВОВАТЬ

