Определение вероятности

О теории вероятностей

- **«Существуют три вида лжи: ложь, наглая ложь и статистика». Эта фраза, приписанная Марком Твеном премьер-министру Великобритании Бенджамину Дизраэли, неплохо отражает отношение большинства к математическим закономерностям.**

Парадокс мальчика и девочки

- Этот парадокс был также предложен Мартином Гарднером и формулируется так: «У мистера Смита двое детей. Хотя бы один ребенок — мальчик. Какова вероятность того, что и второй — тоже мальчик?»
- Казалось бы, задача проста. Однако если начать разбираться, обнаруживается любопытное обстоятельство: правильный ответ будет отличаться в зависимости от того, каким образом мы будем подсчитывать вероятность пола другого ребенка.

Парадокс мальчика и девочки

- Вариант 1
- Рассмотрим все возможные комбинации в семьях с двумя детьми:
- — Девочка/Девочка
- — Девочка/Мальчик
- — Мальчик/Девочка
- — Мальчик/Мальчик
- Вариант девочка/девочка нам не подходит по условиям задачи. Поэтому для семьи мистера Смита возможны три равновероятных варианта — а значит, вероятность того, что другой ребенок тоже окажется мальчиком, составляет ⅓. Именно такой ответ и давал сам Гарднер первоначально.

Парадокс мальчика и девочки

- Вариант 2
- Представим, что мы встречаем мистера Смита на улице, когда он гуляет с сыном. Какова вероятность того, что второй ребенок — тоже мальчик? Поскольку пол второго ребенка никак не зависит от пола первого, очевидным (и правильным) ответом является ½.
- Почему так происходит, ведь, казалось бы, ничего не изменилось?
- Все зависит от того, как мы подходим к вопросу подсчета вероятности. В первом случае мы рассматривали все возможные варианты семьи Смита. Во втором — мы рассматривали все семьи, подпадающие под обязательное условие «должен быть один мальчик». Расчет вероятности пола второго ребенка велся с этим условием (в теории вероятностей это называется «условная вероятность»), что и привело к результату, отличному от первого.

Задача кавалера де Мере

При четырехкратном бросании игральной кости что происходит чаще: выпадет шестерка хотя бы один раз или же шестерка не появится ни разу?

Эта одна из тех задач , с которыми кавалер де Мере обратился к Б.Паскалю в надежде узнать выигрышную стратегию.

Решение задачи кавалера де Мере

Решение задачи кавалера де Мере

При четырехкратном бросании игральной кости что происходит чаще: выпадет шестерка хотя бы один раз или же шестерка не появится ни разу?

На каждой из четырех костей может выпасть любое из шести чисел, независимо друг от друга.

Всего вариантов $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$

Количество вариантов без шестерки будет, соответственно, $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$

В остальных $1296 - 625 = 671$ вариантах шестерка выпадет хотя бы один раз.

Значит, появление шестерки хотя бы один раз при четырех бросаниях происходит чаще, чем ее непоявление.

Введение.

Теория вероятностей – это математическая наука, изучающая закономерности случайных явлений.

Математическая статистика – это наука об обработке больших массивов информации и получении практически значимых выводов на основе этой обработки.

- Одни из ключевых понятий - ИСПЫТАНИЕ (опыт) и ИСХОД (элементарный исход)

Испытанием **называется эксперимент с очерченным набором возможных взаимоисключающих результатов.**

Например, подбросили монетку — испытание. Вытянули лотерейный билет — испытание.

Эксперимент должен быть повторяемым

Если есть эксперимент, есть и возможные результаты.

Эти результаты называются *исходами*.

Два исхода никогда не могут случиться одновременно.

Реализация того или иного исхода - *случайное событие.*

Совокупность всех элементарных исходов эксперимента носит название «**множество** (или **пространство**) **всех элементарных исходов случайного эксперимента**» .

Обозначение: $\Omega = \{ \omega_1, \omega_2, \ldots , \omega_n \}$

Примеры

Традиционные: Монетки, Кубики, Шарики, Детали, Игральные карты
и т.д.

Пример 1. перечислить все возможные исходы при подбрасывании 2-х монет:
ОР, РО, РР, ОО.

Те элементарные исходы, при которых реализуется событие А, называются **элементарными исходами, благоприятствующими наступлению событию А**, или просто **благоприятными исходами**.

Пример 2. Бросаем кость два раза. Надо выписать все элементарные исходы, при которых сумма выпавших очков равна четырем (событие А - сумма очков равна 4):
$\omega_1 = \{3;1\}$, $\omega_2 = \{1;3\}$, $\omega_3 = \{2;2\}$.

В основе теории вероятностей лежит понятие **случайного события**.

Случайным называется событие, которое в данном опыте может произойти, а может и не произойти.

События зачастую обозначаются латинскими буквами – A, B, C...

- Событие называют *достоверным* в данном опыте, если оно обязательно произойдет в этом опыте (Ω). Событие называется *невозможным* в данном опыте, если оно в этом опыте произойти не может ($\varnothing$).

Два события называются *совместными* в данном опыте, если появление одного из них не исключает появления другого в этом опыте, и *несовместными*, если они не могут произойти вместе при одном и том же испытании.

Несколько случайных несовместных событий образуют *полную группу*, если в результате испытания появится только одно из них.

!

Два события называются *противоположными*, если появление одного из них равносильно непоявлению другого. Отдельно для произвольного события A выделяют событие $\bar{A}$, которое читается как «не A» и означает, что событие A не произошло.

Суммой или ***объединением*** двух событий называется событие, состоящее в появлении хотя бы одного из них. Сумма двух событий *A* и *B* обозначается

A+B

(**ИЛИ**)

Произведением или ***пересечением*** двух событий называется событие, состоящее в одновременном их появлении. Произведение двух событий *A* и *B* обозначается

A·B

(**И**)

Вероятность события

Основной числовой характеристикой случайного события является его ***вероятность*** как мера его объективной возможности.

Классическое определение вероятности.
Вероятность события *A* определяется формулой

$$P(A) = m/n,$$

где

***n* — число всех исходов опыта,**
***m* - число исходов, благоприятствующих событию *A*.**

$$0 \le P(A) \le 1$$

Или от 0 до 100%

Задачи

- Все натуральные числа от 1 до 50 записаны на одинаковых карточках и помещены в урну. После тщательного перемешивания карточек из урны извлекается одна карточка. Какова вероятность того, что число на взятой карточке окажется кратным 6?
- Брошены два игральных кубика. Найти вероятность того, что: а) сумма выпавших очков будет равна девяти; б) сумма выпавших очков будет равна 8, а разность – четырем; в) сумма выпавших очков будет равна пяти, а произведение – четырем; г) на кубиках выпадет одинаковое число очков.

Задачи

- В урне находятся 6 белых и 4 черных шара. Наудачу извлечены 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них окажутся 2 белых и 3 черных шара.
- Событие А – «извлечены 2 белых и 3 черных шара».
- Число всех возможных элементарных исходов испытания равно числу способов извлечь 5 любых шаров из 10 имеющихся. Так как порядок расположения извлеченных ша $n = C_{10}^5 = 252$ жен, то
- Число элементарных исходов, благоприятствующих событию , равно числу способов извлечь 2 белых шара из 6 и 3 черных шара из 4, находящихся в урне. По правилу произведе $m = C_6^2 \cdot C_4^3 = 60$
- Тогда

$$p(A) = \frac{60}{252} = \frac{5}{21}$$

Задачи

- На пяти одинаковых карточках написаны буквы: на двух карточках – Л, на остальных трех – И. Эти карточки наудачу разложены в ряд. Какова вероятность того, что при этом получится слово ЛИЛИИ?
- Среди 25 студентов группы, в которой 15 девушек, разыгрываются 5 пригласительных билетов на концерт. Какова вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся только девушки?

Задачи

- Для проведения соревнований 16 волейбольных команд разбиты на 2 подгруппы по 8 команд в каждой. Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся: а) в разных группах; б) в одной группе.
- Десять человек случайным образом рассаживаются на 10-местную скамейку. Какова вероятность того, что два определенных лица окажутся рядом?