

Александр Михайлович Ляпунов. Биография и творческое наследие

Выполнила студентка 5 курса
группы МДМ-110
Батршина Алина

Александр Михайлович Ляпунов



Александр Михайлович родился 25 мая (6 июня) 1857 года в Ярославле в семье известного астронома, директора Демидовского лицея Михаила Васильевича Ляпунова. Первоначальное воспитание Александр Ляпунов и его младшие братья Сергей и Борис получили под руководством матери — Софьи Александровны. Однако систематическим учением с семилетнего возраста сыновей занимался отец, человек широких интересов (астрономия, история, философия, география и др.). Александру было 11 лет, когда его отец умер. Встал вопрос о дальнейшем образовании. Занятия удалось продолжить в семье Рафаила Михайловича Сеченова.

Александр Михайлович Ляпунов

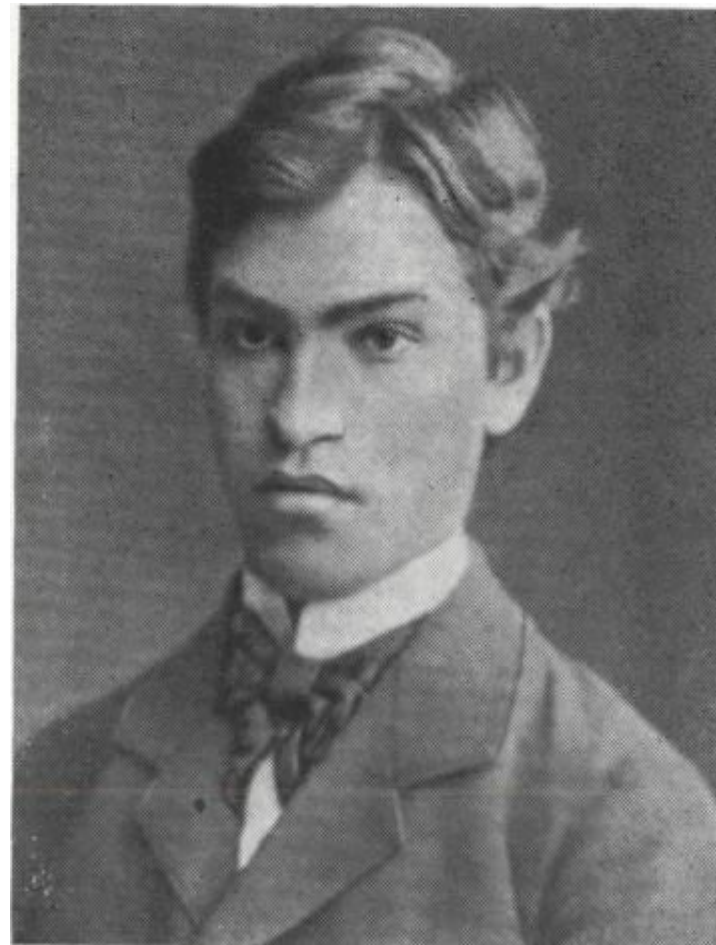
- В 1870 г. Александр с матерью и братьями переезжает в Нижний Новгород. Этот переезд был вызван необходимостью продолжения обучения в среднем учебном заведении.
- Об учёбе А. М. Ляпунова в гимназии сведений сохранилось немного. Математику и физику преподавал ему А. П. Грузинцев — талантливый педагог и ученый. Другим учителем, преподававшим математику Ляпунову, был Д. К. Гик. Осенью 1876 г. А. М. Ляпунов окончил гимназию с золотой медалью.



Александр Михайлович Ляпунов

Студенческие годы

В 1876 г. А. М. Ляпунов поступил на отделение естественных наук физико-математического факультета Петербургского университета. Чувствуя, однако, склонность к математическим наукам, он уже через месяц перешел на математическое отделение. В Петербургском университете в период обучения в нем Ляпунова или незадолго перед этим работали гениальные П.Л. Чебышёв, Д.И. Менделеев и И.М. Сеченов, знаменитые профессора математики и механики А. Н. Коркин, О. И. Сомов, Д. К. Бобылев, К. А. Поссе, [Е.И.Золотарев](#).



Александр Михайлович Ляпунов

- В 1881 году были опубликованы две первые работы молодого математика: «О равновесии твердых тел в тяжёлых жидкостях, содержащихся в сосуде определённой формы» и «О потенциале гидростатического давления».
- Сразу же после сдачи магистерских экзаменов в 1882 году А. М. Ляпунов приступил к поиску темы для магистерской диссертации. На эту тему он беседовал с Чебышёвым. Задача Чебышёва состояла в следующем. Было известно, что равномерно вращающаяся вокруг некоторой оси жидкая однородная масса, частицы которой притягиваются друг к другу по закону Ньютона, может сохранять форму эллипсоида, пока угловая скорость вращения не превосходит определённого предела. Если же угловая скорость превысит этот предел, эллипсоидальные фигуры равновесия становятся невозможными.

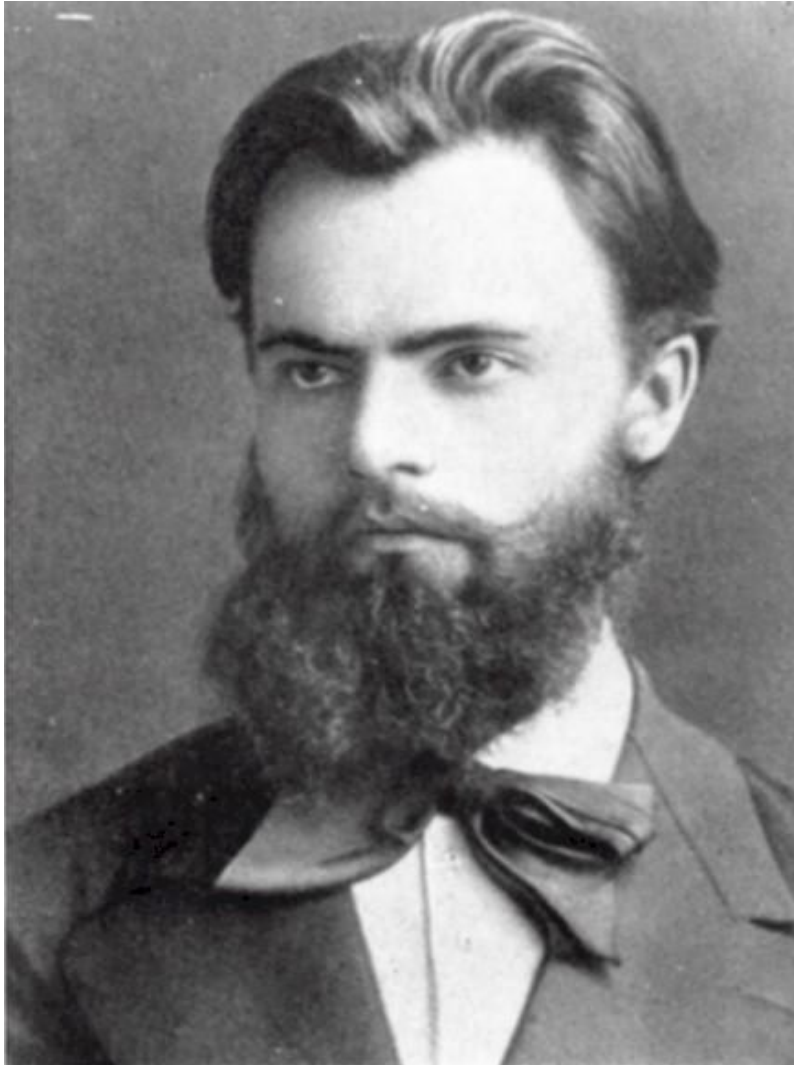
Александр Михайлович Ляпунов

Научная карьера

- Весной 1885 г. Ляпунов был утверждён в звании приват-доцента Петербургского университета.
- В 1885 г. Ляпунов переехал в Харьков начал в том же звании приват-доцента чтения лекций по всем курсам кафедры.
- Свою короткую поездку в Петербург, во время которой 17 января 1886 г. состоялась свадьба А. М. Ляпунова с Наталией Рафаиловной Сеченовой, Александр Михайлович приурочил ко времени зимних вакаций, не позволяя себе даже на короткое время приостановить преподавательскую деятельность.
- Защита диссертации состоялась 30 сентября 1892 г. в Московском университете.
- Защита прошла блестяще, и вскоре, в январе 1893 г. тридцатипятилетний учёный получил звание ординарного профессора Харьковского университета.
- В этом университете он продолжал преподавательскую деятельность до весны 1902 г.

Александр Михайлович Ляпунов

Петербургский период



Официальным признанием заслуг А. М. Ляпунова явилось избрание его членом-корреспондентом Академии наук по разделу математических наук, состоявшееся в декабре 1900 г. Менее чем через год сорокачетырёхлетний Ляпунов был избран ординарным академиком по кафедре прикладной математики. По условиям того времени избрание в академики требовало обязательного переезда в Петербург. Весной 1902 г. Александр Михайлович переезжает в Петербург.

Александр Михайлович Ляпунов

- Положение академика позволяло А. М. Ляпунову сосредоточить все свои силы на научных занятиях. Он возвращается к задаче о фигурах равновесия, предложенной ему Чебышёвым ещё 20 лет назад. В 1905 г. на страницах «Записок Академии наук» появляется его труд «Об одной задаче Чебышёва». В последующие годы (1906—1914) выходит в свет на французском языке большой труд А. М. Ляпунова в четырёх частях «О фигурах равновесия однородной вращающейся жидкости, мало отличающихся от эллипсоидальных».

Александр Михайлович Ляпунов

В 1892 г. для исследования устойчивости нулевого решения системы по ее первому приближению ввел *верхние характеристические показатели* решений (ненулевых).

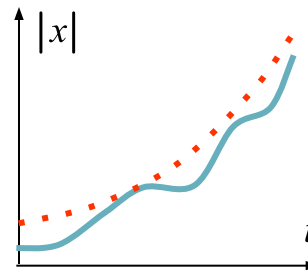
Показатель Ляпунова осуществляет экспоненциальную верхнюю оценку нормы решения.

$$\dot{x} = A(t)x + o(x)$$

$$(x \rightarrow 0, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq 0)$$

$$\chi(x) \equiv \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln |x(t)|$$

$$|x(t)| \leq C_\varepsilon e^{(\chi(x) + \varepsilon)t} \quad (\forall \varepsilon > 0)$$



Александр Михайлович Ляпунов

Доказал, что в случае
правильной
(в частности,
автономной) системы
первого приближения
верно следующее:

$$\dot{x} = A(t)x$$

- если показатели всех ее решений отрицательны, то имеет место экспоненциальная устойчивость;
- если показатель хотя бы одного ее решения положителен, то имеет место неустойчивость.

$$\forall x \quad \chi(x, t) < 0 \Rightarrow$$

$$\exists x \quad \chi(x, t) > 0 \Rightarrow$$

Александр Михайлович Ляпунов

Изучил показатели всех решений n -мерной линеаризованной системы (с ограниченными коэффициентами):

- всего их оказалось ровно n (с учетом кратности);
- показатель с номером i отвечает за условную i -устойчивость (с начальными значениями из i -мерного многообразия);
- если система автономна, то показатели Ляпунова совпадают с действительными частями собственных значений ее матрицы.

$$\dot{x} = A(t)x, \quad A \in M^n$$

$$\lambda_1(A) \leq \kappa \leq \lambda_n(A)$$

$$\lambda_i(A) < 0 \Rightarrow i\text{-устойчивость}$$

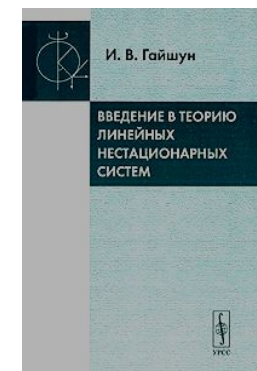
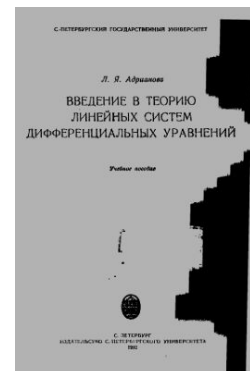
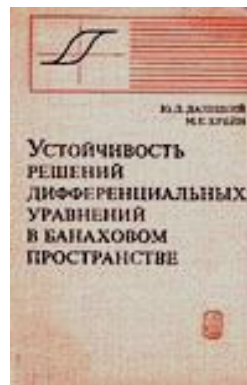
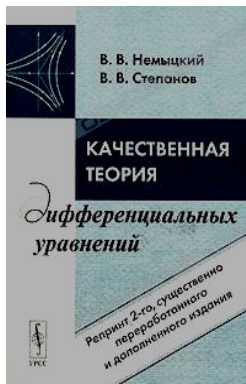
$$\lambda_i(A) \geq 0 \Rightarrow i\text{-неустойчивость}$$

$$A = \text{const} \Rightarrow \lambda_i(A) = \text{Re} \alpha_i(A),$$

где $\alpha_i(A)$ – i -е собств. зн.

Александр Михайлович Ляпунов

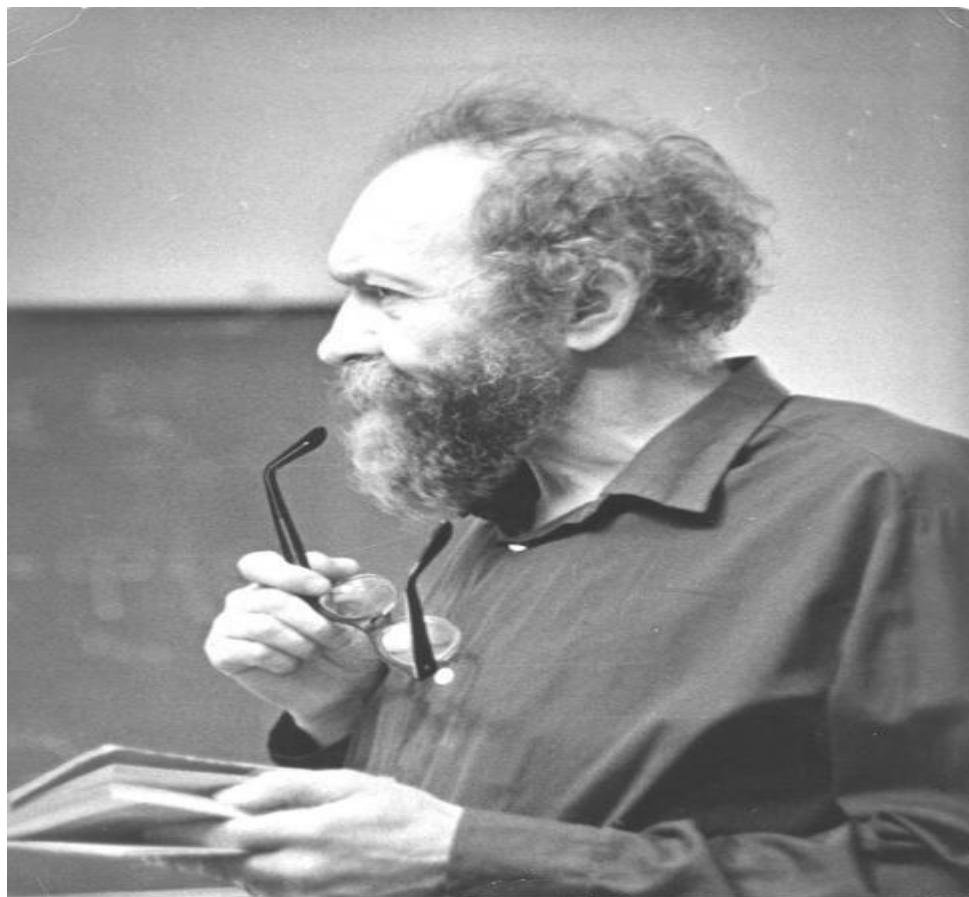
Учебники и монографии по теории показателей Ляпунова



Александр Михайлович Ляпунов

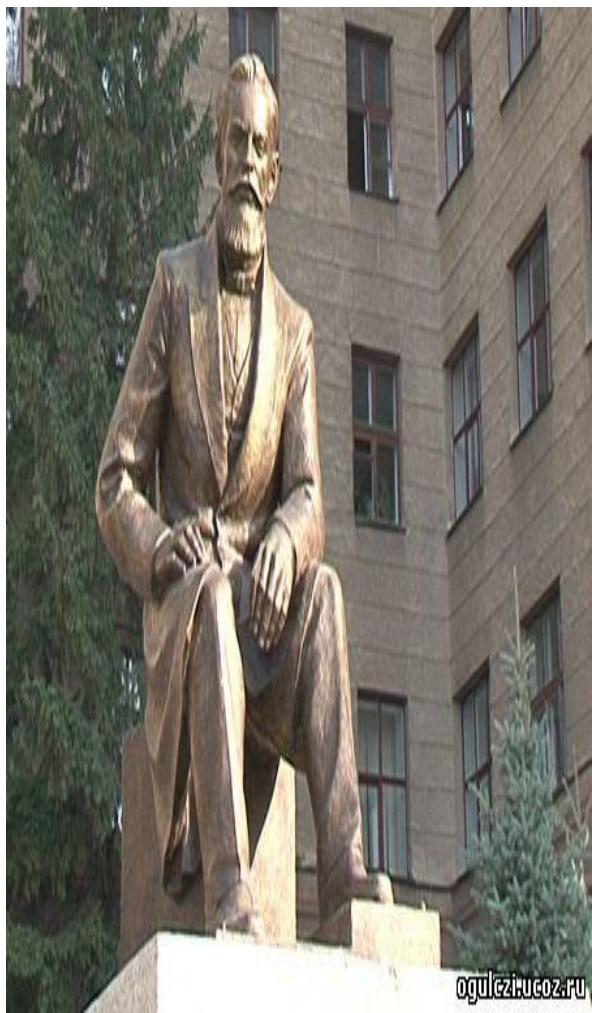
- В 1908 Ляпунов принимал участие в четвертом Международном математическом конгрессе в Риме.

С 1909 участвовал в издании полного собрания сочинений Эйлера, был одним из редакторов двух математических томов (18 и 19), которые вышли в свет уже после смерти Ляпунова.



Александр Михайлович Ляпунов

Последние дни



Наиболее напряжённой и драматической оказалась жизнь А. М. Ляпунова в Одессе, куда он с женой выехал в июне 1917 г. по настоянию врачей, в надежде на благотворное влияние южного климата на серьёзно ухудшившееся состояние Натальи Рафаиловны (туберкулёз легких).

В четверг, 31 октября умерла Наталия Рафаиловна. Для Александра Михайловича удар был слишком сильный, хотя он давно уже, конечно, понимал неизбежность такого исхода. В день смерти Наталии Рафаиловны Ляпунов выстрелил в себя и в течение трёх дней находился в бессознательном состоянии. 3 ноября 1918 года Александр Михайлович, не приходя в сознание, скончался в университетской хирургической клинике.