Тригонометрические уравнения

Простейшие тригонометрические уравнения

Математика

10 класс

МБОУ СШ №12

Учитель: Шудраков Николай Николаевич

Уравнение вида *sin x=a*

- Если $|a| \le 1$, то решения уравнения *sin x=a* имеет вид:

$$\left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + 2\pi k \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi k \end{array}\right.$$

или

$$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$$

- Если $|a| > 1$, то уравнение *sin x=a* не имеет решений

Уравнение вида $\sin x = a$

- Помним, что

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

Частные случаи решения уравнений вида $\sin x=a$

- $\sin x=0$, $x=\pi n$
- $\sin x=1$, $x=\pi/2+2\pi n$
- $\sin x=-1$, $x=-\pi/2+2\pi n$

Уравнение вида *cos x=a*

- Если $|a| \le 1$, то решения уравнения *cos x=a* имеет вид:

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n$$

- Если $|a| > 1$, то уравнение *cos x=a* не имеет решений

- Помним, что

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Частные случаи решения уравнений вида $\cos x = a$

- $\cos x = 0, \quad x = \pi/2 + \pi n$
- $\cos x = 1, \quad x = 2\pi n$
- $\cos x = -1, \quad x = \pi + 2\pi n$

Уравнение вида *tg x=a*

- Решение уравнения *tg x=a* имеет вид:

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n$$

- Помним, что

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

Уравнение вида *ctg x=a*

- Решение уравнения *ctg x=a* имеет вид:

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n$$

- Помним, что

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$$

Простейшие тригонометрические уравнения вида $T(kx + m) = a$

- Т – знак тригонометрической функции

(*sin, cos, tg, ctg*)

Решаем уравнение, введением новой переменной

$$t = (kx + m)$$

Простейшие тригонометрические уравнения вида $T(kx + m) = a$

- **Пример 1.** Решите уравнение

$$\cos\frac{2}{3}x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Пример 1. Решение

- Введем новую переменную

$$t = \frac{2}{3}x$$

- Решим уравнение

$$\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Пример 1. Решение

$$\cos t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$t = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$t = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

Пример 1. Решение

- Значит

$$\frac{2}{3}x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

- откуда находим, что

$$x = \pm\frac{9\pi}{8} + 3\pi n$$

- Ответ: $x = \pm\frac{9\pi}{8} + 3\pi n$, $n \in Z$

Простейшие тригонометрические уравнения вида $T(kx + m) = a$

- **Пример 2.** Найдите те корни уравнения

$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$

которые принадлежат отрезку [0 ; π]

Пример 2. Решение

- Введем новую переменную

$$t = 2x$$

- Решим уравнение

$$\sin t = \frac{1}{2}$$

Пример 2. Решение

$$\sin t = \frac{1}{2}$$

$$t = (-1)^n \arcsin\frac{1}{2} + \pi n$$

$$\arcsin\frac{1}{2} = \frac{\pi}{6}$$

$$t = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$$

Пример 2. Решение

- Значит

$$2x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$$

- откуда находим, что

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}$$

Пример 2. Решение

- Придадим параметру *n* значения 0, 1, 2… -1, -2… и подставим эти значения в общую формулу корней

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}$$

- Если *n=0*, то $x = (-1)^0 \frac{\pi}{12} + 0 = \frac{\pi}{12}$
- Это значение принадлежит заданному промежутку [0 ; *π*]

Пример 2. Решение

- Если *n=1*, то $x = (-1)^1 \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{12}$
- Это значение принадлежит заданному промежутку [0 ; π]

- Если *n=2*, то $x = (-1)^2 \frac{\pi}{12} + \pi = \frac{\pi}{12} + \pi = \frac{13\pi}{12}$
- Это значение не принадлежит заданному промежутку [0 ; π]. Тем более не будут принадлежать те *x*, которые получаются при *n*=3,4...

Пример 2. Решение

- Если *n*= - *1*, то

$$x = (-1)^{-1}\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{2} = -\frac{7\pi}{12}$$

- Это значение не принадлежит заданному промежутку [0 ; π]. Тем более не будут принадлежать те *x*, которые получаются при *n*= - 2, - 3…

- Ответ: $\frac{\pi}{12}$, $\frac{5\pi}{12}$