

**4 травня**

**Дистанційна робота  
Розв'язування рівнянь,  
що зводяться до  
квадратних**

## ЦІЛІ РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ, ЯКІ ЗВОДЯТЬСЯ ДО

$$P(x) = 0, \text{ де } P(x) \text{ — многочлен.}$$

Щоб розв'язати ціле раціональне рівняння, яке зводиться до квадратного, потрібно:

- 1) звести рівняння до вигляду  $P(x) = 0$ , де  $P(x)$  — квадратний тричлен;
- 2) розв'язати одержане квадратне рівняння  $P(x) = 0$ .

### Приклад

:

Розв'яжіть рівняння  $(x - 1)^2 + 11 = 2x(x - 3)$ .

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:** -2, 6.

## ДРОБОВІ РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ, ЯКІ ЗВОДЯТЬСЯ ДО

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x &= 0, \\ -x^2 + 4x + 12 &= 0, \\ x^2 - 4x - 12 &= 0.\end{aligned}$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases}x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12\end{cases}$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:**  $-2, 6$ .

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases}x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12\end{cases}$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:**  $-2, 6$ .

Ці рівняння, у свою чергу, розв'язуються за допомогою рівносильних систем

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases}x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12\end{cases}$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:**  $-2, 6$ .

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases}x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12\end{cases}$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:**  $-2, 6$ .

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases}x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12\end{cases}$$
$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:**  $-2, 6$ .

## Приклад

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x &= 0, \\-x^2 + 4x + 12 &= 0, \\x^2 - 4x - 12 &= 0.\end{aligned}$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases}x_1 + x_2 = 4 \\x_1 \cdot x_2 = -12\end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x &= 0, \\-x^2 + 4x + 12 &= 0, \\x^2 - 4x - 12 &= 0.\end{aligned}$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases}x_1 + x_2 = 4 \\x_1 \cdot x_2 = -12\end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases}x_1 + x_2 = 4 \\x_1 \cdot x_2 = -12\end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

Відповідь:  $x_1 = -2$ ,  $x_2 = 6$

## РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ СПОСОБОМ ЗАМІНИ

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 6 \end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:** -2, 6.

Для розв'язування рівнянь способом заміни змінної потрібно:

- 1) за потреби, визначити ОДЗ змінної початкового рівняння;
- 2) для виразу, що повторюється, увести заміну й одержати допоміжне рівняння;
- 3) розв'язати допоміжне рівняння;
- 4) повернутися до початкової змінної та знайти корені початкового рівняння;
- 5) за потреби, зробити перевірку знайдених коренів на належність їх до ОДЗ змінної початкового рівняння.

## Приклад

Розв'яжіть рівняння:  $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ .

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:** -2, 6.

## Приклад

Розв'яжіть рівняння:  $2(x-2)^2 - 3(x-2) + 6 = 0$ .

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:** -2, 6.

**Приклад**Розв'яжіть рівняння:  $(x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) = 24$ .

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

***Відповідь: -2, 6.***

# Приклад

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x &= 0, \\-x^2 + 4x + 12 &= 0, \\x^2 - 4x - 12 &= 0. \\ \text{За теоремою Вієта} \\ \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases} \\ x_1 = -2 \quad x_2 = 6 \\ \text{Відповідь: } -2, 6.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x &= 0, \\-x^2 + 4x + 12 &= 0, \\x^2 - 4x - 12 &= 0. \\ \text{За теоремою Вієта} \\ \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases} \\ x_1 = -2 \quad x_2 = 6 \\ \dots \dots \dots\end{aligned}$$

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

**Відповідь:** -2, 6.

$$x^2 - 2x + 1 + 11 - 2x^2 + 6x = 0,$$

$$-x^2 + 4x + 12 = 0,$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0.$$

За теоремою Вієта

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases}$$

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 6$$

***Відповідь:*** -2, 6.