

Учреждение образования

«Международный государственный экологический
университет им. А.Д. Сахарова» БГУ

Факультет мониторинга окружающей
среды

Физика ядра и ионизирующего излучения

**Взаимодействие заряженных
частиц с веществом**

для специальности 1-31 04 05 Медицинская физика

Кафедра ядерной и радиационной безопасности 2020-2021 уч. г.

Взаимодействие частиц с веществом

- Регистрация частиц также происходит в результате их взаимодействия с веществом детектора.

- Для анализа результатов различных экспериментов, важно знать какие процессы происходят при взаимодействии частицы с веществом мишени..

Взаимодействие частиц с веществом зависит от их **типа, заряда, массы и энергии.**

- Заряженные частицы ионизируют атомы вещества, взаимодействуя с атомными электронами.

Взаимодействие частиц с веществом

■ Нейтроны и гамма-кванты, сталкиваясь с частицами в веществе, передают им свою энергию, вызывая ионизацию за счет вторичных заряженных частиц.

■ В случае гамма-квантов основными процессами, приводящими к образованию заряженных частиц являются **фотоэффект, эффект Комптона и рождение электрон-позитронных пар.**

■ Т.о., взаимодействие частиц зависит от таких характеристик вещества как **плотность, атомный номер вещества, средний ионизационный потенциал вещества.**

Взаимодействие частиц с веществом

- Каждое взаимодействие приводит к потере энергии частицей и изменению траектории её движения.
- В случае пучка заряженных частиц с кинетической энергией E , проходящих слой вещества, их энергия уменьшается по мере прохождения вещества, разброс энергий увеличивается.
- Пучок расширяется за счет многократного рассеяния.
- Между проходящей в среде частицей и частицами вещества (электронами, атомными ядрами) могут происходить различные реакции.

Взаимодействие частиц с веществом

- Как правило их вероятность заметно меньше, чем вероятность ионизации.
- Однако реакции важны, в тех случаях, когда взаимодействующая с веществом частица является нейтральной.
- Например, нейтрино можно зарегистрировать по их взаимодействию с электронами вещества детектора или в результате их взаимодействия с нуклонами ядра.
- Нейтроны регистрируются по протонам отдачи или по ядерным реакциям, которые они вызывают.

Классификация

- Тяжелые заряженные частицы
- Легкие заряженные частицы

Основные тяжелые заряженные частицы

Частица	Обозначение	Энергия покоя, МэВ	Заряд в e	Спин в \hbar
Мюон	μ^+	105,66	+1	$\frac{1}{2}$
	μ^-	105,66	-1	$\frac{1}{2}$
Пи-мезон	π^+	139,60	+1	0
	π^-	139,60	-1	0
Протон	$p, {}^1\text{H}$	938,28	+1	$\frac{1}{2}$
Дейтрон	$d, {}^2\text{H}$	1875,5	+1	1
Тритон	$t, {}^3\text{H}$	2808,8	+1	$\frac{1}{2}$
Гелий-3	${}^3\text{He}$	2808,3	+2	$\frac{1}{2}$
Альфа-частица	$\alpha, {}^4\text{He}$	3727,2	+2	0

Основные легкие заряженные частицы – негатроны (электроны) и позитроны

Источник	Вид спектра	Тип частицы
Бета-превращения	Непрер.	+/-
Образование пар	Непрер.	+&-
Внутренняя конверсия	Моно	-
ЭЛТ, ускорители	Моно	-
Комптоновские электроны	Непрер.	-
Дельта-электроны	Непрер.	-

Взаимодействие тяжелых заряженных частиц с веществом

- Тяжелые заряженные частицы взаимодействуют главным образом с электронами атомных оболочек, вызывая ионизацию атомов.
- **Максимальная энергия**, которая может быть передана в одном акте взаимодействия тяжелой частицей, движущейся со скоростью $v \ll c$, неподвижному электрону, равна
- $\Delta E_{\max} = 2m_e v^2$

Взаимодействие тяжелых заряженных частиц с веществом

- Проходя через вещество, заряженная частица совершает десятки тысяч соударений, постепенно теряя энергию.
- Тормозная способность вещества может быть охарактеризована величиной удельных потерь **dE/dx** .

Взаимодействие тяжелых заряженных частиц с веществом

- Удельные ионизационные потери представляют собой отношение энергии ΔE заряженной частицы, теряемой на ионизацию среды при прохождении отрезка Δx к длине этого отрезка. Удельные потери энергии возрастают с уменьшением энергии частицы и особенно резко перед ее остановкой в веществе (пик Брэгга).

Зависимость тормозной способности биологической ткани для протонов с начальной энергией 400 МэВ от глубины проникновения протонов в слой вещества. Численные значения над кривой - энергия протона (в МэВ) на различной глубине проникновения. В конце пробега - пик Брэгга.



Ионизационные потери энергии тяжелой заряженной частицей

Взаимодействие тяжелых заряженных частиц с веществом

- Тяжёлая нерелятивистская заряженная частица с зарядом Ze и скоростью v пролетает вдоль оси x на расстоянии ρ от электрона. Сила взаимодействия в момент наибольшего сближения частиц
- $F = Z e^2 / \rho^2$. Время сближения $\Delta t \approx 2\rho/v$.
- Переданный электрону импульс
- $\Delta p \approx F\Delta t = 2Ze^2/(\rho v)$.
- Переданная энергия
- $\Delta E \approx (\Delta p)^2 / 2m_e = 2Z^2 e^4 / (m_e v^2 \rho^2)$.

Взаимодействие тяжелых заряженных частиц с веществом

- Если n – число электронов в единице объёма, то число электронов в элементе объёма $\Delta N = 2\pi \rho n dr dx$.
- Суммарная энергия, переданная электронам
- $dT_{\text{кин}} = \Delta T \Delta N = 4\pi n Z^2 e^4 / (m_e v^2) dr / \rho dx$
- Для удельных ионизационных потерь энергии для тяжёлых заряженных частиц при энергиях $T_{\text{кин}} \ll (Mc)^2/m_e$ ($T_{\text{кин}}$ и M – кинетическая энергия и масса частицы) точный расчёт приводит к формуле Бете-Блоха:

Взаимодействие тяжелых заряженных частиц с веществом

- $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$, $\beta = v/c$,
- I - средний ионизационный потенциал атомов вещества среды, через которую проходит частица:
 - $I = 13.5 Z' \text{ эВ}$,
- где Z' – заряд ядер вещества среды в единицах заряда позитрона;
- $r_0 = e^2/(m_e c^2) = 2.818 \cdot 10^{-13} \text{ см}$
 - – классический радиус электрона.

Удельные потери энергии заряженной частицы в воздухе



Основные процессы: столкновения

- упругое рассеяние на электронах и ядрах атомов вещества;
- упругое рассеяние на атомах и молекулах вещества в целом, а также на некоторых совокупностях атомов и молекул, рассматриваемых как целое с макроскопической точки зрения;

Основные процессы: столкновения

- неупругое рассеяние на атомах и молекулах в целом и, в частности, возбуждение атомов вещества;
- неупругое рассеяние на ядрах атомов, в том числе, и электроядерные реакции;
- изменение внутреннего состояния налетающей частицы без ее превращения в другие частицы;

Основные процессы: другие явления

- ядерные реакции, сопровождающиеся изменением внутреннего состояния ядер атомов вещества, или/и налетающей частицы;
- перезарядка ионов или образование связанных состояний первичной частицы с частицами вещества;

Основные процессы: излучение

- электромагнитное излучение, сопровождающее движение заряженной частицы в веществе
 - тормозное
 - переходное
 - черенковское
 - параметрическое

Механизмы столкновений

- Основной механизм взаимодействия – кулоновское взаимодействие с электронами электронных оболочек атомов
- Кулоновское взаимодействие с ядрами
- Ядерные реакции
 - возбуждение – электроядерные реакции
 - захват (например, реакции (p,α) , (α,p) , (p,n) , (α,n) и т.д.)

Оговорки

- Понятие «упругое взаимодействие» имеет смысл лишь в случаях:
- когда *кинетическая энергия первичных частиц* *намного превышает энергию ионизации отдельного атома или молекулы,*
- либо *энергию связи ядра с электронами атома* (при рассеянии тяжелых частиц на ядрах).

Оговорки

- Об упругом рассеянии на отдельных электронах и ядрах атомов можно говорить лишь при выполнении следующих условий:
 - приведенная длина волны де Бройля налетающей частицы мала по сравнению с размерами атома (ядра);
 - в системе «налетающая частица – частица вещества» значения прицельного параметра достаточно малы, чтобы можно было говорить о рассеянии друг на друге только этой пары частиц.

«Ближкие» и «далекие»

СТОЛКНОВЕНИЯ

- При выполнении этих условий говорят, что имеют место т.н. *«ближкие» столкновения*.
- В случае, когда значения прицельного параметра сравнимы с размерами атома или молекулы, рассеяние происходит на атоме или молекуле в целом, или на какой-то ее части.
- Тогда говорят о приближении *«далеких» столкновений*.

«Ближние» и «далекие»

СТОЛКНОВЕНИЯ

- В приближении «далеких» столкновений достаточно использовать результаты теории, построенной на основе макроскопической электродинамики сплошных сред.
- В приближении «ближних» столкновений необходимо пользоваться квантовой теорией.

Понятие трека

■ Треком заряженной частицы в веществе назовем взаимодействующую с частицей область вещества, в которой происходит изменение его состояния без превращения налетающей частицы в другие частицы.

- Принцип тождественности частиц не позволяет различать первичный электрон и выбитый им электрон вещества, первичный протон и выбитый им протон вещества, и т.п. Это приводит к нивелировке понятия «первичная частица» в случае тождественности налетающих частиц некоторым из частиц в составе вещества. Поэтому в определении говорится просто о треке некоторой заряженной частицы.

Основные характеристики

- *Тормозная способность* вещества или потери энергии (Stopping power)
- *Линейная передача энергии, ЛПЭ* (Linear energy transfer, LET)
- *Пробег* (range)
- *Средняя энергия образования одной пары ионов* (чаще всего, применительно к газам)

Тормозная способность вещества

- Линейная тормозная способность вещества – средняя энергия заряженных частиц, потерянная на единице длины пути их траекторий в веществе
- Массовая тормозная способность (mass stopping power)
 - ρ – средняя плотность вещества
 - Размерность в СИ: Дж · м⁻¹ (Дж · м²/кг) наиболее употребительная единица – кэВ · мкм⁻¹ (кэВ · см²/г)

Структура потерь энергии

$$\Delta E = \Delta E_P + \Delta E_K + \Delta E_\gamma$$

- ΔE_P – потери энергии, локализованные непосредственно в точке P .
- В них входят:
 - энергия ионизации,
 - энергия отрыва частицы от ядра,
 - энергия возбуждения атомов или ядер (по отдельности или когерентно)
- ΔE_K – часть энергии, переданная вторичным частицам, движущимся в веществе
- ΔE_γ – потери энергии на излучение (тормозное излучение, излучение Вавилова – Черенкова и переходное излучение в случае неоднородных сред)

Средние потери и Тормозная способность вещества $S(E)$

- Средние потери энергии при прохождении через вещество n первичных частиц, приходящиеся на 1 частицу:



- где $\Delta E_i = \Delta E_{iP} + \Delta E_{iK} + \Delta E_{i\gamma}$ – суммарные потери энергии i -й частицей



Линейные потери энергии

Согласно определению ICRU Report 16, 1970



где $(\delta E)_L$ – средняя энергия, локально переданная веществу заряженной частицей.

Понятие «локально переданная» относится к наперед заданным (символически – индекс L)

- либо к максимальному расстоянию от траектории частицы,
- либо к наибольшей энергии, выше которой потери не могут считаться локальными

Виды ЛПЭ

- Различают несколько видов ЛПЭ
 - ЛПЭ с пороговой энергией Δ : L_{Δ} = *ограниченная тормозная способность (ЛПЭ)*
 - ЛПЭ с неограниченной пороговой энергией: L_{∞} = *неограниченная ЛПЭ*
 - *ограниченная ЛПЭ: L_r*
- Различие в определениях связано с различием вкладов в δE при определении ЛПЭ.
- Таким образом, **ЛПЭ – это ограниченная тормозная способность вещества**

ЛПЭ с пороговой энергией Δ



– средняя энергия, передаваемая веществу на единице длины пути, при условии, что энергия, переданная одной частице вещества не превышает заданного значения Δ .

Структура потерь энергии для ЛПЭ

$$\Delta E = \Delta E_P + \Delta E_{K < \Delta} + \Delta E_\gamma$$

- ΔE_P – потери энергии, локализованные непосредственно в точке P
- $\Delta E_{K < \Delta}$ – часть энергии, переданная вторичным частицам, движущимся в веществе с кинетической энергией меньшей Δ (*заданное значение*)
 - ΔE_γ – потери энергии на излучение
- Дельта-электроны с энергией, большей Δ , рассматриваются как первичные частицы
- Обычно ЛПЭ с пороговой энергией L_Δ используют для энергий электронов выше 100 эВ (нижний уровень обрезания энергии)

Другое выражение для ЛПЭ с пороговой энергией Δ

где E_{tr} – сумма кинетических энергий всех электронов, высвобожденных в веществе с энергией, большей Δ .

- Оба определения дают одинаковые значения ЛПЭ в случае, когда кинетическая энергия частиц излучения намного превышает энергию связи электронов в атомах.
- В предельном случае $L_0 = 0$ в смысле первого определения ЛПЭ, но L_0 равно кинетической энергии высвободившихся электронов

Ограниченная ЛПЭ

- В зависимости от расстояния r , на котором депонированная энергия *дает вклад* в δE при определении ЛПЭ вводят ограниченную ЛПЭ
- L_r – часть потерь энергии, которая поглощается в радиусе r от оси трека

Ограниченная ЛПЭ для косвенно ионизирующих частиц

- Определение ограниченных ЛПЭ можно распространить и на потоки фотонов и нейтронов, так как они порождают вторичные частицы, по энергии которых или по расстоянию от луча определяют ЛПЭ.

Средние значения ЛПЭ в воде

Излучение	Δ , эВ	L_{Δ} (кэВ/мкм)
Гамма-излучение ^{60}Co	∞	0,239
	10000	0,232
	1000	0,230
	100	0,229
0,22 МэВ рентгеновские лучи (^{55}Fe)	100	0,19
Электроны 2 МэВ	100	0,20
200 кВп рентгеновские лучи	100	1,7
бета-излучение ^3H	100	4,7
50 кВп рентгеновские лучи	100	6,3
Альфа-частицы 5,3 МэВ	100	4,3

Неограниченная ЛПЭ

- L_∞ – применяется, когда нужно учесть все вторичные частицы. В этом случае

$$L_\infty = S$$

- Здесь ∞ означает, что учитываются частицы всех энергий
- Для фотонов термин stopping power или «тормозная способность» неприменим.
- Другой русский эквивалент «потери энергии» или «передача энергии» применим вполне. Поэтому для фотонного излучения можно пользоваться понятием L_∞ вместо понятия S .

О терминологии

- Разнобой не только в том, что кто-то чаще использует понятие «тормозная способность», а кто-то «ЛПЭ»
- Во многих пособиях по взаимодействию ИИ с веществом говорят об **удельных потерях энергии частицей как потерях энергии, отнесенных к единице длины траектории.**
- При этом различают *удельные ионизационные потери* и *удельные радиационные потери* энергии частицей

О терминологии

- Термин «ионизационные потери» слишком узок.
- С радиохимической и биологической точки зрения важны и события, приводящие к возбуждению атомов и молекул, доля которых оказывается немалой в явлениях локальной передачи энергии веществу
- По своему смыслу такое название заставляет из определения ΔE исключить ΔE_K , а ΔE_P будет содержать только затраты энергии на ионизацию.

Виды потерь энергии и ЛПЭ

- Будем различать:
- Потери энергии в результате столкновений – collision energy loss – столкновительная тормозная способность L_{coll} .
- Потери энергии на излучение, или радиационные потери – radiation energy losses – радиационная ЛПЭ L_{rad} :

$$L = L_{coll} + L_{rad}$$

Связь между ЛПЭ и коэффициентом взаимодействия

- ЛПЭ может быть рассчитана с помощью распределения сечения взаимодействия $\sigma(E, E_r)$ по энергиям E_r частиц отдачи в веществе.
- Произведение $n_0 \sigma(E, E_r)$ есть распределение коэффициента взаимодействия $\kappa(E, E_r)$ при прохождении пучком мишени с концентрацией частиц n_0 по энергиям частиц отдачи E_r .

$$\kappa(E, E_r) = n_0 \sigma(E, E_r)$$

Связь между ЛПЭ и коэффициентом взаимодействия

- Тогда потери энергии на единицу длины трека частицы, лежащие в пределах от E_r до $E_r + dE_r$ составят $E_r \kappa(E, E_r) dE_r$.
- Поэтому 
- Массовая ЛПЭ 
- Максимальная энергия частиц отдачи $E_{r\max}$ определяется кинематикой соответствующих реакций.

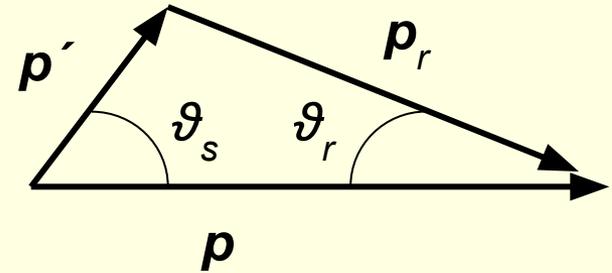
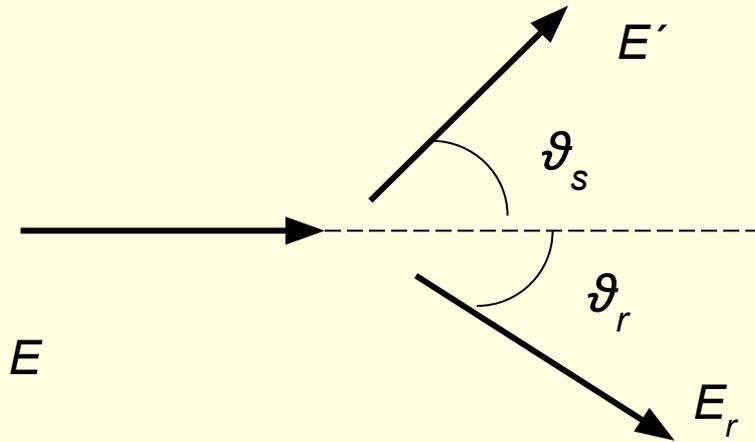
Расчет ЛПЭ

Столкновительные потери

Упругое рассеяние: релятивистские частицы

- Частица мишени находится в свободном состоянии (энергией связи с другими частицами мишени пренебрегаем) покоится, ее масса M , энергия покоя E_{0M} .
- Налетающая частица имеет массу m , ее энергия покоя E_{0m} , кинетическая энергия E .
- Полная энергия системы до столкновения равна E .
- ϑ_s – угол рассеяния налетающей частицы
- ϑ_r – угол рассеяния частицы отдачи

Законы сохранения энергии и импульса



Энергия отдачи

- Кинетическая энергия частицы отдачи



- где

$$p^2 c^2 = E(E + 2E_{0m}), \quad E = E + E_{0m} + E_{0M}$$

- Поэтому максимальная кинетическая энергия частицы отдачи



Энергия отдачи: безразмерные переменные

- Введем обозначения

$$\varepsilon = E/E_{0M}, \eta = E_{0m}/E_{0M}, \tau = E_r/E_{0M}$$

- Тогда
-

Углы упругого рассеяния в релятивистском случае

- Углы рассеяния связаны между собой соотношением

$$\cos\theta_s = \frac{1}{\eta} \left(\cos\theta + \frac{v}{c} \right)$$

- Отсюда

$$\sin\theta_s \leq \frac{1}{\eta} = \frac{M}{m}$$

- При этом соблюдается условие

$$\sin\theta_s \leq 1/\eta = M/m$$

- имеющее точно такой же вид и в нерелятивистской физике

Если налетающая частица – тяжелая

- Обычно имеют дело с тяжелыми частицами с энергиями в несколько МэВ или десятков МэВ.
- В этом случае они могут считаться нерелятивистскими
- Тогда $\varepsilon \ll \eta$, и



Тяжелые частицы.

Мишень – электрон

- Для протонов $\eta_p \approx 1837 \sim 2 \cdot 10^3$,
- для дейтронов $\eta_d \sim 4 \cdot 10^3$,
- для альфа-частиц $\eta_\alpha \sim 8 \cdot 10^3$,

- Таким образом, электроны отдачи – тоже, как правило, нерелятивистские

Тяжелые частицы.

Мишень – электрон

- Максимальный угол рассеяния тяжелой частицы на электроне



- Т.е. при рассеянии на электронах тяжелые частицы практически не отклоняются от направления первоначального движения

Тяжелые частицы.

Мишень – ядро. Упругое рассеяние

- И налетающая частица, и ядро отдачи – нерелятивистские. Поэтому



- Можно считать, что
 - для протонов $\eta = A$,
 - для дейтронов $\eta = A/2$,
 - для альфа-частиц $\eta = A/4$.

Значения $E_{rN_{\max}}/E$ для некоторых ЛЕГКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

	${}^1\text{H}$	${}^{12}\text{C}$	${}^{14}\text{N}$	${}^{16}\text{O}$
p	1	0,28	0,25	0,22
d	0,89	0,49	0,44	0,40
α	0,64	0,75	0,69	0,64

Средние и тяжелые ядра

- Поэтому для средних и тяжелых ядер ($A > 25$)
 $1 + \eta \approx \eta$, и



*Чем лучше
тормозить?*

Очевидно, легкими
ядрами

	p	d	α
^{57}Fe	0,070	0,140	0,281
^{170}Eu	0,024	0,047	0,094
^{208}Pb	0,019	0,038	0,077
^{238}U	0,017	0,034	0,067

Углы рассеяния

- Связь между углами рассеяния ϑ_s налетающих частиц и ϑ_r ядер



- Ограничения на углы рассеяния налетающих на ядра частиц есть только для ядер, которые легче налетающих частиц. Так, предельный угол рассеяния дейтронов в водороде равен примерно 30° , а для альфа-частиц этот угол будет около $14,5^\circ$.

Упругое рассеяние. Тяжелые частицы. Формула Резерфорда

- Для нерелятивистских частиц сечение упругого рассеяния



- где z_{pr} – заряд налетающей частицы (projectile) в единицах элементарного заряда e ,
- Z – заряд частицы мишени в единицах элементарного заряда e ; для электрона $Z = 1$
- E_{0M} – энергия покоя частицы мишени,
- $\beta = u/c$ – скорость электрона в единицах скорости света

Расходимость на нижнем пределе

- При подстановке формулы Резерфорда в выражение для ЛПЭ



- и при выборе в качестве нижнего предела интегрирования $E_r = 0$, результат получится логарифмически расходящимся.
- Причина: при низких энергиях налетающих частиц, сравнимых с энергией ионизации, рассеяние перестает быть упругим и подчиняться формуле Резерфорда.

Полное сечение рассеяния Резерфорда

- Поэтому нет смысла говорить о полном сечении рассеяния Резерфорда,
- Но в области применимости формулы Резерфорда вклад ее в сечение рассеяния может быть оценен выражением



- где $E_{r\min}$ – средняя энергия ионизации. Она, как правило, намного меньше $E_{r\max}$.

Энергия частицы отдачи

- При упругом рассеянии



- где ϑ_r – угол рассеяния частицы отдачи.
- Отсюда – максимальная энергия



- С минимальной энергией сложнее

Минимальная энергия частицы отдачи

- Отрыв электронов от атомов будет эффективно происходить лишь в случае, когда кинетическая энергия налетающих частиц превышает пороговое значение, связанное с некоторой минимальной энергией Q , необходимой для отрыва частицы (электрона или ядра) от атома

- Тогда E_{min} можно грубо оценить величиной

Что взять в качестве Q ?

- В качестве Q в случае столкновения налетающей частицы с электроном может быть взята энергия ионизации I_i . В случае взаимодействия с ядром величина Q будет минимальной энергией отрыва ядра от электронов атома. Ядра отдачи могут «захватить с собой» некоторое количество электронов атома, т.е. образовать ион. Поэтому в этом случае величину Q можно считать равной $I_i N_i$, где N_i – кратность ионизации атома при отрыве ядра от него.

Оценка по формуле Резерфорда

- При достаточно высоких значениях кинетической энергии заряженной частицы $E_{\max} \gg E_{\min}$. Поэтому



Вероятность рассеяния тяжелых частиц на ядрах или на электронах— какая больше?

- Отношение полных сечений



- При столкновении первичных нерелятивистских электронов с атомами говорить об отрыве ядра или иона от атома не имеет смысла, так как кинетическая энергия электрона в этом случае явно недостаточна.

Приближения

- Соотношение имеет смысл рассматривать лишь для других заряженных частиц – протонов, дейтронов, альфа-частиц и т.п.
- Для средних и тяжелых ядер в этом случае $M_{pr} \ll M_N$, поэтому

- Для легких ядер $M_N \approx M_{pr}$

Вероятность рассеяния тяжелых частиц на ядрах или на электронах— какая больше?

- *Вероятность упругого рассеяния первичной заряженной частицы на одном из электронов вещества в $10^5 \dots 10^7$ раз больше вероятности упругого рассеяния на одном из ядер атомов вещества.*

Для релятивистский частиц

- Упругое рассеяние описывается формулой Мотта



- которая отличается от нерелятивистской формулы Резерфорда лишь множителем порядка 1 (u – скорость движения налетающей частицы в лабораторной СО).

Для тождественных частиц



Коэффициент взаимодействия для тяжелых частиц

- Таким образом, можно считать, что основной вклад в $\kappa(E, E_r)$ дает рассеяние тяжелых частиц на атомарных электронах.

- Введенные выше переменные

$$\varepsilon = E/E_{oe}, \quad \tau = E_r/E_{oe}.$$

- В этих переменных



- а $E_{oe} \mu(\varepsilon, \tau) = \mu(E, E_r)$.

Поправка Бхабхи для частиц со спином 0

- Vhabha (1938) показал, что в случае рассеяния тяжелых частиц на электронах формула Резерфорда должна быть модифицирована



- где t_{\max} – максимальная энергия, которую может приобрести электрон при столкновении с тяжелой частицей.
- Это соотношение применимо только для частиц со спином 0, а также нерелятивистских протонов и дейтронов

Поправка Бхабхи для релятивистских частиц со спином $1/2$

- Для релятивистских частиц со спином $1/2$

- последнее слагаемое отвечает за квантовомеханические спиновые эффекты
- Формула Бхабхи учитывает квантовомеханические эффекты, но не устраняет проблемы расходимости при интегрировании в формуле для ЛПЭ.

Взаимодействие легких частиц с веществом

- В случае упругих столкновений электронов и позитронов с электронами атомов $\eta = 1$, и, как правило, $\varepsilon \geq 1$. Поэтому налетающие частицы и частицы отдачи – релятивистские.
 - Максимальная энергия, передаваемая электронам атома, очевидно, равна
-
- Углы рассеяния могут быть любые. Поэтому треки электронов и позитронов в веществе весьма запутаны.

Сечение Мёллера (Møller) и Бхабхи

- В 1932 и 1936 гг. Мёллер и Бхаба получили выражения для сечений упругого рассеяния



- И в этом случае, как не трудно видеть, имеют место расходимости, в том числе, уже и на верхнем пределе.

Общая формула Бете для столкновительной ЛПЭ

- Бете в ряде своих работ (1930, 1932) показал, что аккуратный квантовомеханический расчет приводит к сходящемуся выражению для $L_{coll}(E)$:



- где $C = 4\pi N_A r_0^2 E_{0e} = 0,30705 \text{ см}^2 \text{ МэВ моль}^{-1}$,
-  – безразмерная энергия возбуждения

для тяжелых частиц

- Современное выражение для тяжелых бесспиновых (нерелятивистских) частиц

- учитывает поправки, связанные с экранированием со стороны электронной оболочки
- К этому надо добавить взаимодействие с ядрами

Тем не менее!

- Взаимодействие тяжелых частиц с ядрами играет важную роль в формировании радиационных повреждений, так как при появлении ядра отдачи электроны, связанные с ним, покидают молекулу, образуя потоки вторичных заряженных частиц.
- Роль взаимодействий тяжелых частиц с ядрами возрастает, если происходят различные ядерные превращения

для легких частиц

- Опираясь на формулу Мёллера и Бхабхи, Роорлих и Карлсон получили следующее выражение (ICRU Report 49)

для легких частиц

- Здесь для электронов

- Для позитронов

для легких частиц

- δ – поправочный член, связанный с плотностью вещества. Его вычисление является весьма сложной задачей.
- Для жидкой воды δ уменьшает на 1,2% величину $L_{coll}(E)$ при $E = 1$ МэВ, 3,9% при 2 МэВ и 11,5% при 10 МэВ

Ограниченная ЛПЭ

- В случае, когда необходимо найти L_{Δ} , вместо предела интегрирования t_{\max} берут величину



Расчет ЛПЭ

Радиационные потери

Радиационные потери

- Ускоренно движущаяся частица излучает электромагнитные волны. В классической электродинамике интенсивность тормозного излучения пропорциональна квадрату ускорения частицы a .
- Поскольку силы электростатического взаимодействия, вызывающие изменение скорости частицы, сравнимы по величине для легких и тяжелых частиц (так как заряды их могут быть одинаковы), то ускорение тяжелых частиц при движении вблизи атомов будет меньше в m_h/m_l раз, где m_h – масса тяжелой частицы, а m_l – масса легкой частицы.
- Значит, интенсивность излучения тяжелых частиц будет в $(m_h/m_l)^2$ раз меньше
- Силы взаимодействия частиц с ядрами в Z^2 больше, чем с электронами

Вклад радиационных потерь

- Радиационные потери фактически учитываются только для электронов
- В материалах, эквивалентных биологическим тканям
 - радиационные потери составляют менее 1% для электронов с энергией около 1 МэВ.
 - Эти потери возрастают, когда электроны достигают энергий порядка 100 МэВ
- Только в материалах с большими Z эти потери сравнимы и даже превышают столкновительные потери даже при энергии 10 МэВ
- Для протонов радиационные потери становятся существенными только при энергии порядка 10^{12} эВ

Энергетическое распределение тормозного излучения



Уменьшение энергии частицы вследствие радиационных потерь

- Энергия частицы вследствие радиационных потерь уменьшается по экспоненциальному закону



- где E_0 – начальная энергия частицы, влетающей в вещество, $E(x)$ – энергия частицы на глубине x , постоянная X_0 называется *радиационной длиной* и зависит только от характеристик вещества.

Угловое распределение тормозного излучения

- Угловое распределение тормозного излучения имеет максимум в направлении движения электрона.
- Ширина углового распределения зависит от энергии электрона.
- В нерелятивистском случае оно соответствует распределению электрического диполя, перпендикулярного скорости излучающей частицы.
- С увеличением энергии угловое распределение тормозного излучения вытягивается вдоль ее направления движения и в основном сконцентрировано в узком конусе с углом порядка



Угловое распределение тормозного излучения



Структура радиационных потерь

- Не существует простого выражения для радиационных потерь, которые происходят как в поле электронов, так и в поле ядер. ЛПЭ может быть представлена в виде суммы ядерной и электронной составляющих

- где согласно ICRU Report 37, 1984 ξ по величине не превышает 1,2 для всех энергий E и сильно зависит от вида среды.

Общий вид ЛПЭ для радиационных потерь

- В общем случае



- где



- $\Phi(E,Z)$ не слишком сильно зависит от Z

Соотношение между столкновительной и радиационной частями ЛПЭ



Соотношение между столкновительной и радиационной частями ЛПЭ

- Для электронов и позитронов приближенно



- где E – энергия первичных частиц, выраженная в МэВ
- 700 – Sabol J, Weng P.-S. Introduction to radiation protection dosimetry. World Scientific, Singapore, 1995, p. 36
- 750 – Handbook of radioactivity analysis. 2nd ed. by L'Annunziata M.F. Acad. Press, San Diego, California, 2003, p. 89
- 800 – Широков Ю.М., Юдин Н.П. Ядерная физика. М. 1980, с. 444

Критическая энергия

- Энергия, при которой радиационные потери сравниваются со столкновительными называется критической энергией $E_{кр}$.
- При энергии выше критической доминируют радиационные потери, ниже критической — столкновительные.
- Значение критической энергии сильно зависит от вида вещества и в целом уменьшается с увеличением атомного номера тормозящего вещества.

Критическая энергия и радиационная длина для электронов

	H ₂	H ₂ O	Воздух	Al	Ar	Fe	Xe	Pb
E _{кр} (МэВ)	350	90,0	81	47	34	23,3	11,0	7,5
X ₀ (г/см ²)	62,8	36,4	37,1	24,3	19,7	13,9	8,5	6,4

- Критическая энергия для тяжелых частиц примерно в $(m/m_e)^2$ раз больше, чем критическая энергия для электронов.



Пробег



Пробег

- Пробег – расстояние, проходимое частицами в среде до остановки (точнее, до энергий порядка энергии ионизации атомов среды)
- Различают:
 - средний пробег (mean range)
 - полный пробег
 - экстраполированный (максимальный) пробег (extrapolating range)
 - стреглинг (straggling) – блуждание, мера статистической флуктуация пробегов относительно их среднего значения

Модель непрерывного замедления

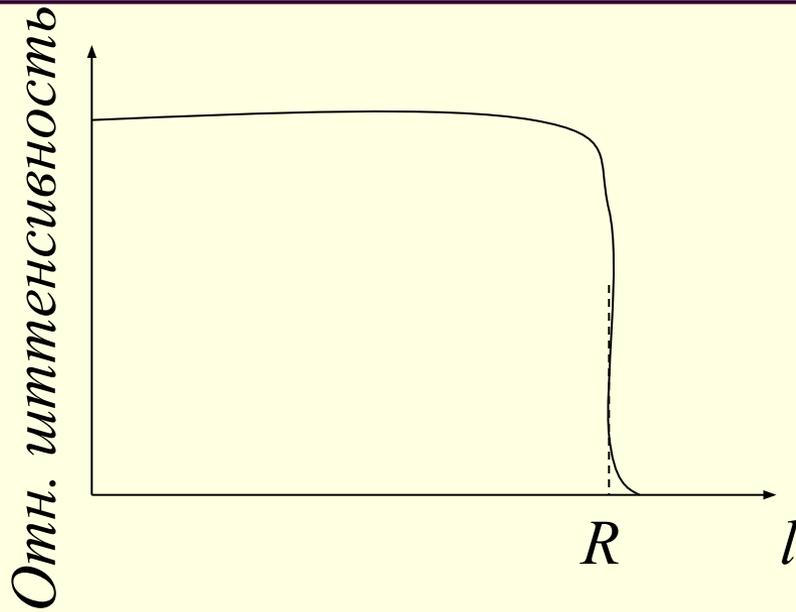
- В модель непрерывного замедления (continuous slowing-down approximation – *csda*) *средний пробег*



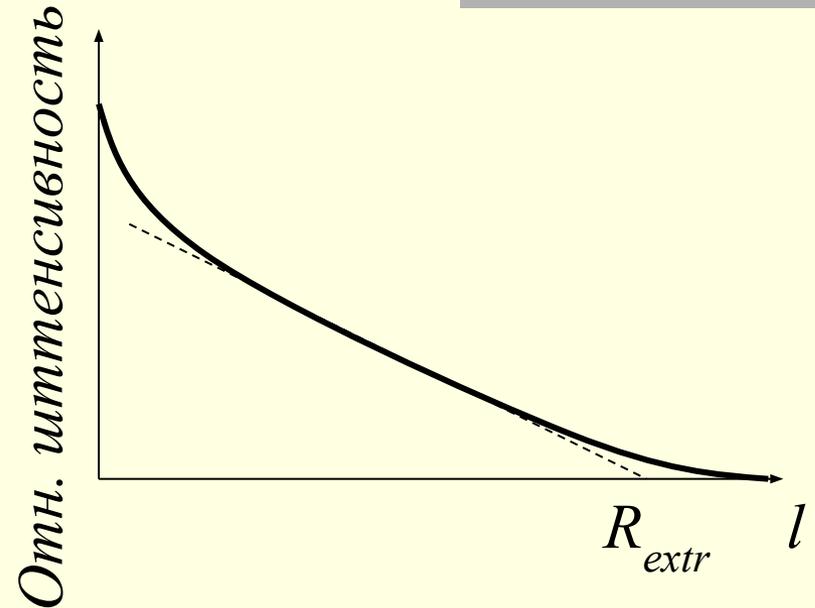
- где E_0 – начальная кинетическая энергия
- *Полный пробег*



Полный и экстраполированный пробеги



а) альфа-частицы



б) электроны

Эмпирические формулы для среднего пробега

- Средний пробег некоторых частиц в воздухе при нормальных условиях

α-частицы с кинетической энергией E , МэВ	<input type="text"/>	см,	$4\text{МэВ} < E < 7\text{МэВ}$
Протоны с кинетической энергией E , МэВ	<input type="text"/>	см	$E > 0,5 \text{ МэВ}$

- Средний пробег α-частицы в другом веществе с массовым числом A и плотностью ρ , г/см³

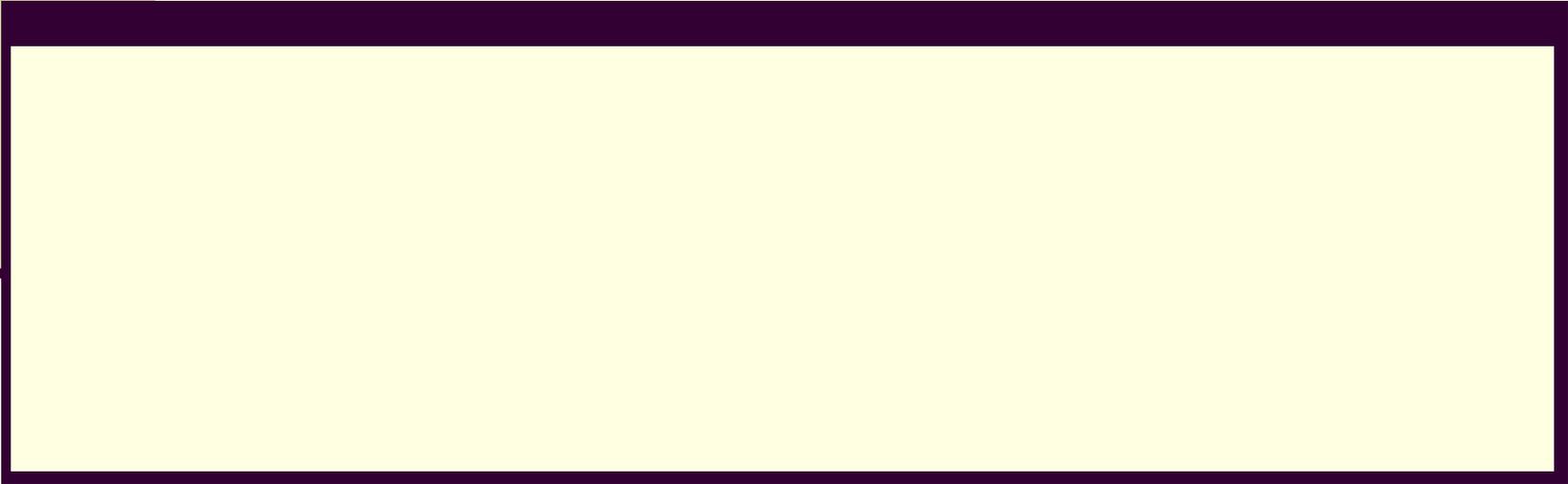
мг/см²

Стрегглинг (разброс пробегов)

- Как правило, длина пути движения электрона в веществе намного превышает толщину поглотителя.
- Стрегглинг
- для электронов больше, чем для тяжелых заряженных частиц



Ионизация и возбуждение атомов вещества



Средняя энергия ионизации

- Для средней энергии ионизации чистых веществ при $Z > 12$ используется аппроксимация (Tsoufanidis, 1995)

$$I = (9,76 + 58,8Z^{-1,19})Z \text{ эВ}$$

- Для смеси элементов средняя энергия ионизации (Bethe)
- 

Средняя энергия образования одной пары ионов

- Средняя энергия, затрачиваемая на образование одной пары ионов, W – частное от деления E на N , где N – среднее число пар ионов, образованных к моменту, когда начальная энергия частиц E полностью передастся веществу:



- Соответствующая дифференциальная величина



Средняя энергия образования одной пары ионов

- Соотношение между средней энергией и дифференциальной средней энергией



- I – наименьшее значение энергии ионизации поглотителя, E' – текущее значение энергии частицы

Эффективный порядковый номер

- а в формулах для потерь энергии порядковый номер Z нужно заменить на Z_{ef} (Tsoufanidis, 1995)



- где w_i – весовая доля компонента, M_i – масса компонента.
- Tsoufanidis N. Measurement and detection of radiation. 2nd ed. Taylor and Francis, Washington D.C. 1995

Удельная ионизация

- Это – среднее число пар ионов, создаваемых на единице длины траектории частицы.
- Различают первичную удельную ионизацию v и полную удельную ионизацию v' .
- Первичная удельная ионизация – удельная ионизация, создаваемая первичной частицей.
- Полная удельная ионизация – среднее число пар ионов, создаваемых первичными и вторичными частицами (дельта-электроны), отнесенное к единице длины траектории первичной частицы.

Удельная ионизация

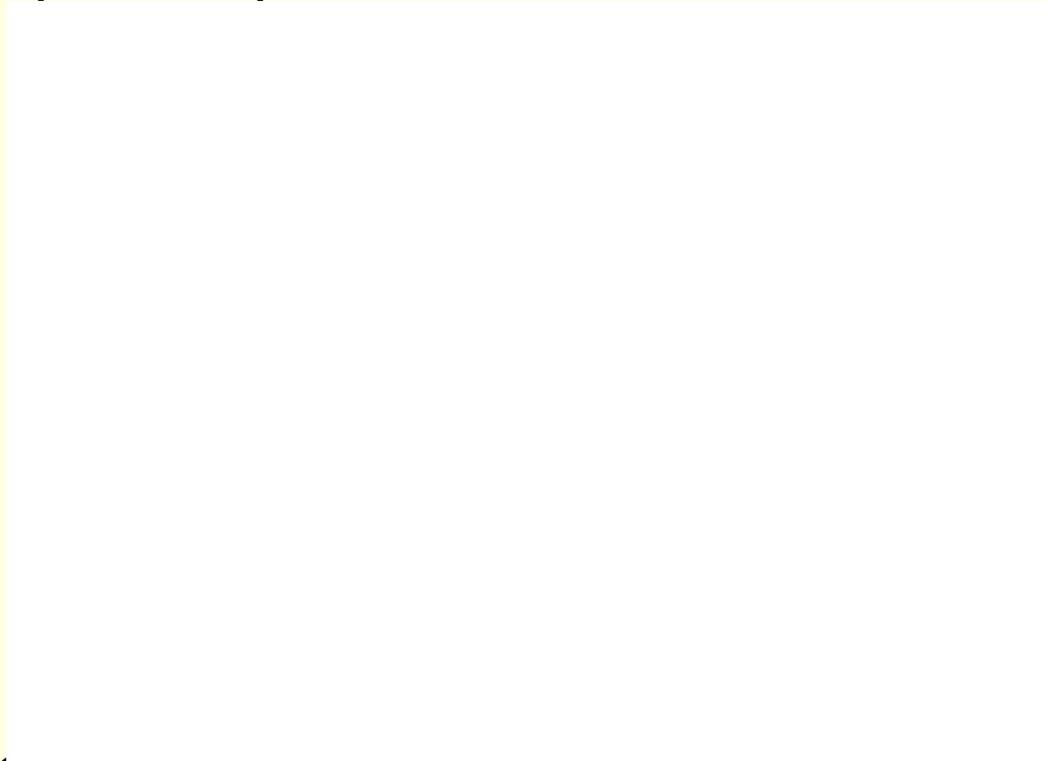
- Величина v' , умноженная на среднюю энергию ионизации, практически равна ЛПЭ за вычетом энергии, переданной на единицу длины траектории частицы на возбуждение атомов.
- Поэтому поведение зависимости v' и v от энергии налетающей частицы примерно то же, что и у ЛПЭ.

Относительная удельная ионизация для релятивистских частиц



Кривая Брэгга

- Удельная ионизация сначала растёт, а перед концом пробега резко падает



- Это справедливо, если частица не меняет заряда в течение пробега

Сопутствующие эффекты при взаимодействии заряженных частиц с веществом

Излучение Черенкова
Переходное излучение

Излучение Черенкова

- Открыто в 1934 г. аспирантом академика Вавилова П.А.Черенковым
- Исследовалась радиолюминесценция водных растворов ураниловых солей под действием γ -излучения радия
- Было обнаружено новое синее свечение (Наблюдали и раньше, например, M.L.Mallet, 1926 – 1929).
- Вскоре было показано, что это свечение вызывается не γ -излучением, а создаваемыми им в веществе вследствие эффекта Комптона электронами.
- Излучение с теми же особыми свойствами вызывается также потоком быстрых электронов радиоактивных веществ.
- Синее свечение нельзя было объяснить обычным механизмом возбуждения флуоресценции.
- Свечение характерно не только для жидкостей, но и для твердых тел и газов.

Излучение Черенкова

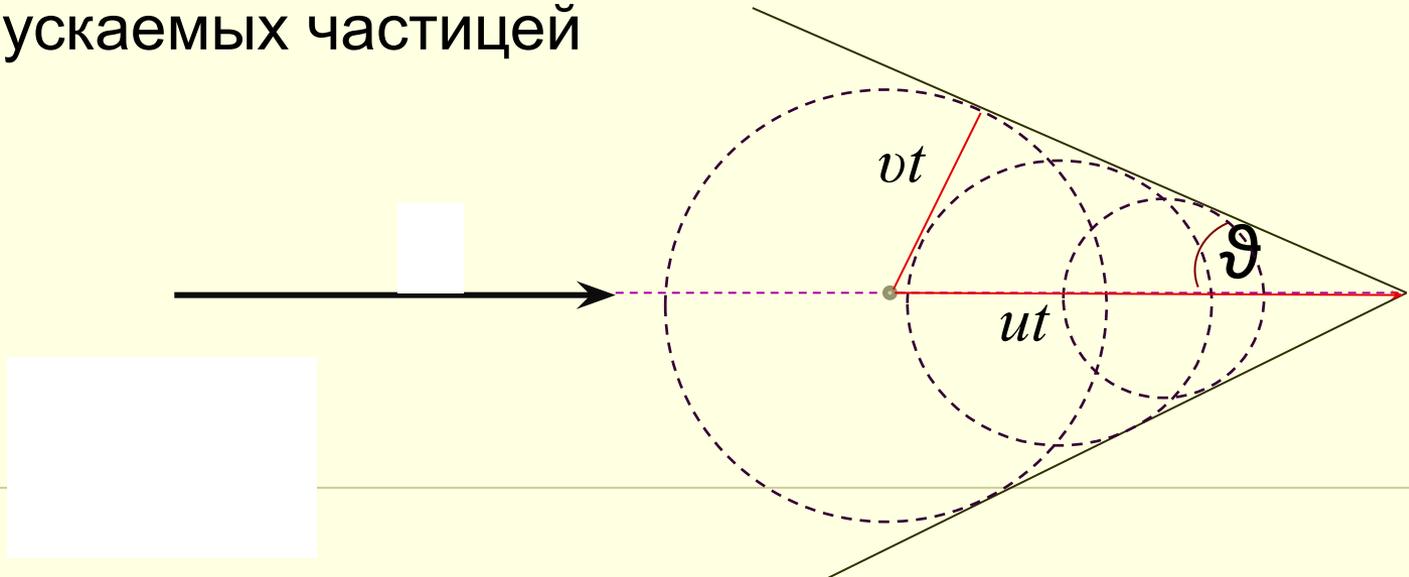
- Свечение имело следующие особенности:
 1. Направленность: оно испускается только вперед под определенным углом к направлению распространения электронов, тогда как свет люминесценции излучается равномерно по всем направлениям (в растворах);
 2. Интенсивность излучения не зависит от заряда атомов среды Z , следовательно, оно не может отнесено к тормозному излучению (тормозное излучение $\sim Z^2$);
 3. Свечение наблюдается также и в очень чистых жидкостях (H_2O), когда люминесценции не должно быть;
 4. Примеси не оказывают влияния на интенсивность синего свечения, в то время как на люминесценцию они оказывают тушащее действие.

Излучение Черенкова

- Нобелевская премия 1958 г. – П.А.Черенков, И. М.Франк, И.Е.Тамм (на основе классической теории)
- В.Л.Гинзбург – те же результаты на основе квантовой теории
- Причина излучения Черенкова – ударная волна электромагнитного излучения (максимум лежит, как правило, в видимом диапазоне – голубая часть спектра), возникающая при движении заряженной частицы в веществе со скоростью, превышающей фазовую скорость света в этом веществе

Излучение Черенкова

- При движении заряженной частицы в изотропной среде со скоростью $u > U$, где U – фазовая скорость света в веществе с показателем преломления $n = c/U$, ее электромагнитное поле не может распространяться быстрее частицы.
- Поэтому образуется конус – огибающая волн, испускаемых частицей



Излучение Черенкова

- В жидкостях и твердых веществах условие $v > u$ начинает выполняться для электронов уже при энергиях $\sim 10^5$ эВ, для протонов – при энергиях $\sim 10^8$ эВ.
- На основе эффекта Черенкова разработаны широко применяемые экспериментальные методы для регистрации частиц высоких энергий, измерения их скорости. Приборы, применяемые для этой цели, называются черенковскими счётчиками.

Излучение Черенкова

- Потери энергии частицей на излучение Вавилова-Черенкова входят в общие потери. Вклад может оказаться весьма существенным.
- В плотных средах потери на черенковское излучение, выраженные в массовых единицах, по порядку величины равны $\sim 1 \text{ кэВ} \cdot \text{см}^2/\text{г}$.

Излучение Черенкова

- Условие появления черенковского излучения обычно выполняется в оптической области спектра для широкого класса веществ.
- Однако черенковское излучение может наблюдаться и в более коротковолновой области частот – ультрафиолетовой и даже рентгеновской
- При этом весьма существенным оказывается влияние поглощающих свойств вещества на процесс формирования излучения (аномальная дисперсия).

Излучение Черенкова

- Излучение Черенкова может генерироваться не только релятивистской частицей, движущейся в среде, но при движении частицы в каналах и щелях, поперечные размеры которых меньше излучаемой длины волны.
- В этом случае излучение происходит как в сплошной среде.

Излучение Черенкова

- Учет релятивистского преобразования вектора напряженности поля релятивистской частицы, приводит к еще более сильному утверждению, что черенковское излучение будет наблюдаться в канале, поперечный размер которого меньше, чем λ то есть для ультрарелятивистских частиц может достигать макроскопических размеров.
- Этот вопрос важен для уменьшения столкновительных потерь излучающего пучка. Столкновительные потери формируются в непосредственной близости к траектории частицы, в то время как черенковское излучение — в области с размерами порядка λ

Излучение Черенкова

- Эти методы позволяют также рассчитывать массу частиц (это, например, было использовано при открытии антипротона).
- Излучение Черенкова может наблюдаться в чистом виде только в идеальных случаях, когда заряженная частица движется с постоянной скоростью в радиаторе неограниченной длины.

Переходное излучение

- В тонком радиаторе (среде), удовлетворяющем условию $u > u$, Излучение Черенкова неотделимо от *переходного излучения*
- Переходное излучение возникает на границе раздела двух сред из-за резкого (меняющегося скачком) различия в показателях преломления
- Может иметь место и для заряженных частиц, движущихся со скоростями, меньшими фазовых скоростей света в рассматриваемых средах

Переходное излучение

- Предсказано в 1945 В. Л. Гинзбургом и И. М. Франком
- Они показали, что излучение должно возникать по обе стороны от границы раздела, и подсчитали энергию, излучаемую назад – в среду, из которой частица выходит, пересекая границу, раздела.

Переходное излучение

- При движении заряженной частицы в однородной среде её поле перемещается вместе с ней
- Характер поля определяется скоростью частицы и свойствами среды.
- Когда частица переходит в другую среду, её поле меняется, что сопровождается излучением электромагнитных волн.
- Порог отсутствует. Излучает любая заряженная частица произвольной массы со скоростью $u \neq 0$ в системе с малым поглощением электромагнитного сигнала

Переходное излучение

- В типичной схеме – быстрый электрон пересекает тонкую мишень под углом ϑ – излучение происходит на передней и тыльной поверхности мишени, сосредотачиваясь в узких конусах с полным угловым раствором $\Delta\vartheta \sim 2/\gamma$ с нулевой интенсивностью вдоль осей конусов.
- Конус с излучением на передней поверхности мишени направлен назад под углом $\pi - \vartheta$ к мишени (и при $\vartheta = \pi/2$ навстречу электрону), конус с излучением на тыльной поверхности - вперед вдоль скорости электрона.

Переходное излучение

- Расчёты показали, что назад излучаются электромагнитные волны видимого диапазона (независимо от скорости частицы)
- Интенсивность этого излучения мала (примерно 1 фотон при пересечении границы раздела 100 частицами).
- При малых энергиях E частицы энергия, теряемая ею при *переходном излучении назад*, растёт пропорционально E , при высоких E рост замедляется

Переходное излучение

- Исследования *переходного излучения* *вперёд* показали, что при больших значениях E энергия этого излучения пропорциональна E , а распространяется оно под очень малыми (обратно пропорционально E) углами к направлению движения частицы.

Переходное излучение

- Частота переходного излучения вперёд (в отличие от переходного излучения назад) занимает очень широкую спектр. область, причём макс. частота пропорциональна E .
- Например, электрон с $E = 10$ ГэВ, пересекающий границу раздела плотной среды и газа, излучает вперёд фотон с энергией ~ 10 КэВ.

Переходное излучение

- Линейный рост потерь на переходное излучение с увеличением E позволяет использовать его для определения энергии быстрых заряженных частиц.
- В счётчиках, действие которых основано на переходном излучении, частица пересекает около 1000 слоев вещества, разделённых газовыми промежутками, и суммарное переходное излучение регистрируется каким-либо приёмником излучения.

Переходное излучение

- Пластинки вещества можно заменить пористым веществом, например, пенопластом. Счётчики, основанные на переходном излучении, позволяют определить характеристики заряженных частиц очень больших энергий (например, в космических лучах), когда другие методы регистрации теряют эффективность.

Кривая Брэгга

- — график зависимости потери энергии частицы от глубины проникновения в вещество.
- Для альфа-частиц и других ионов кривая имеет выраженный пик незадолго до остановки частицы.
- Этот пик принято называть **пиком Брэгга**. Эти данные были получены в 1903 году Уильямом Брэггом на примере альфа-распада.

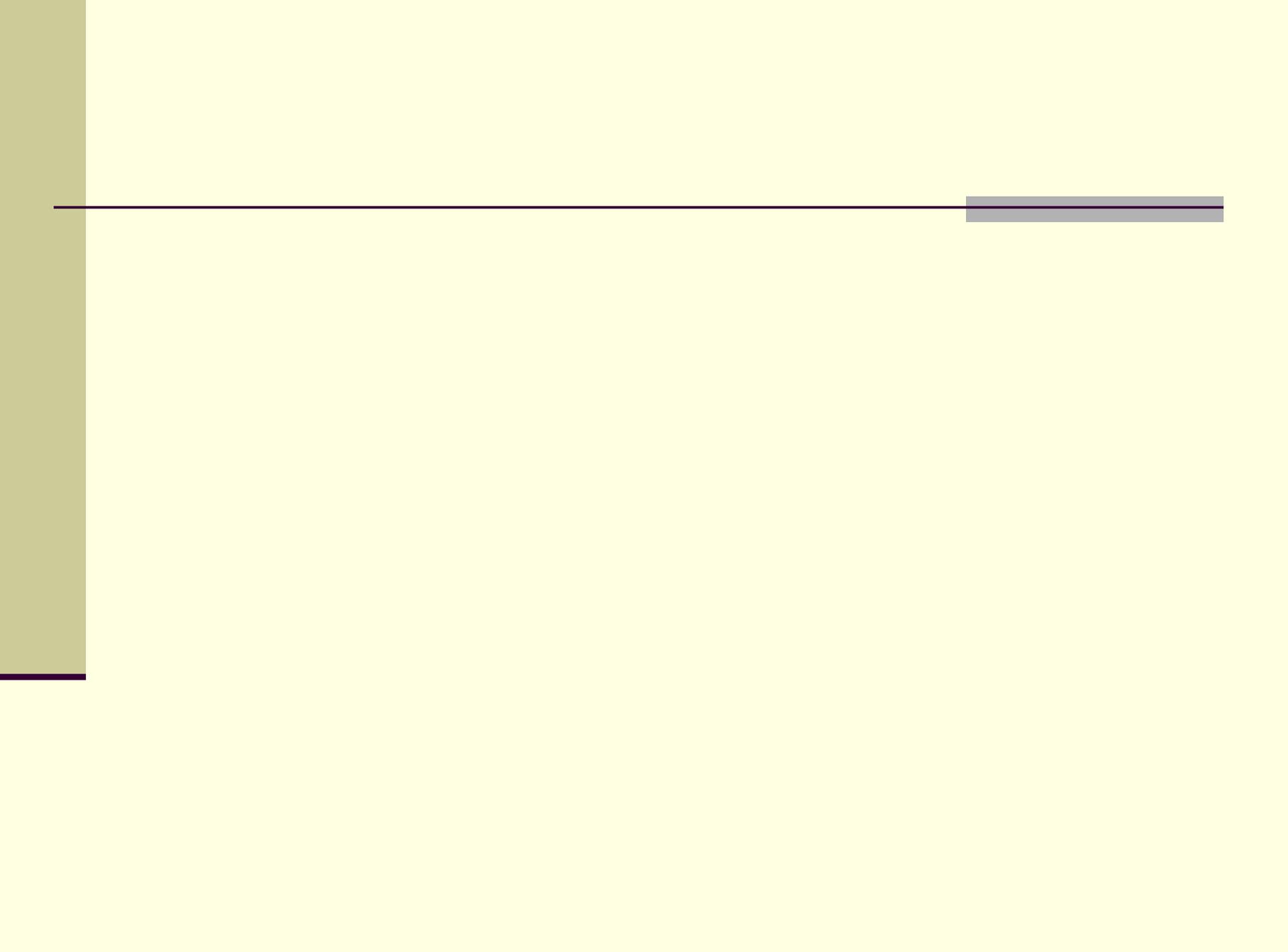
Кривая Брэгга

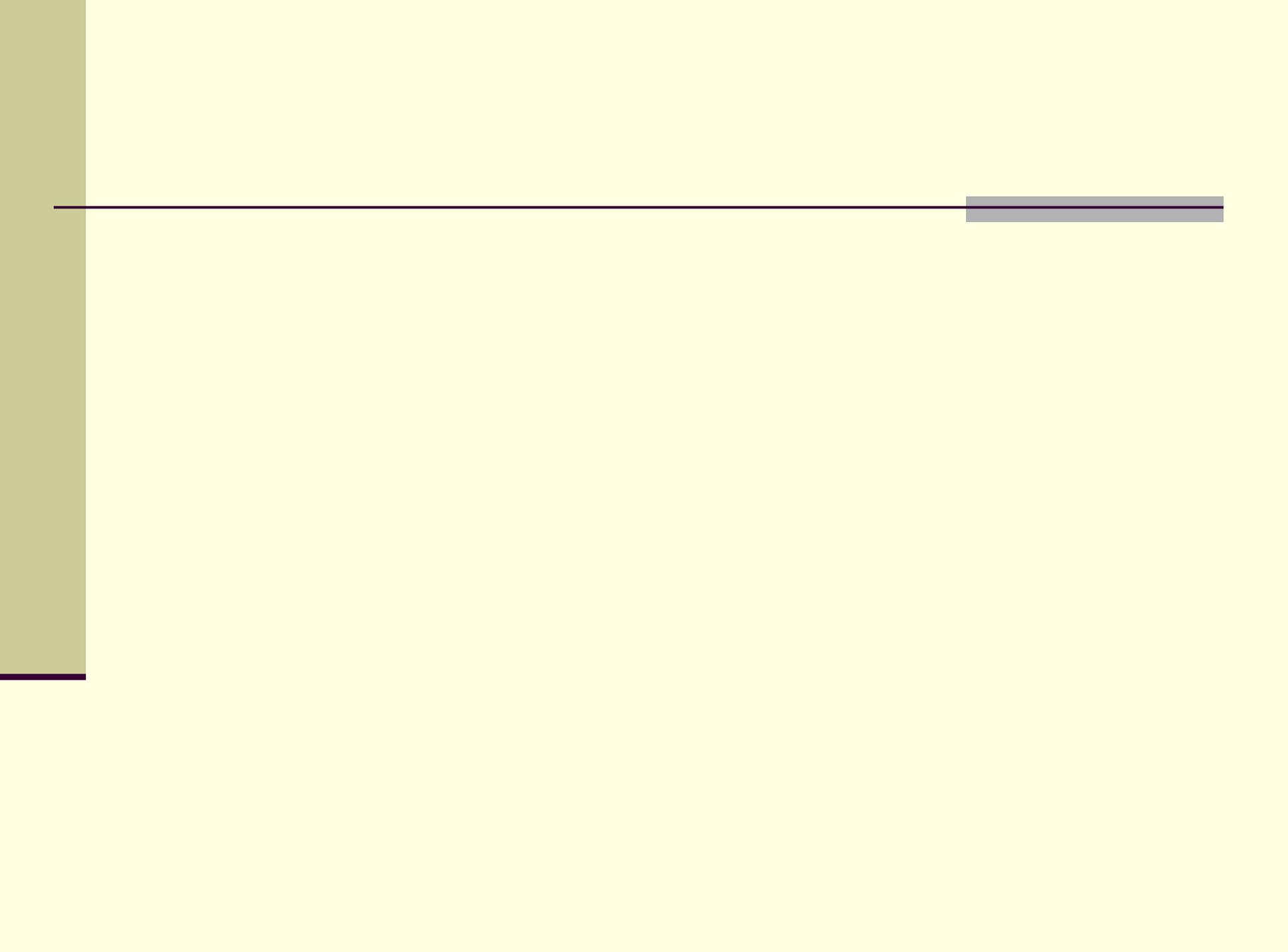
- Кривая отражает динамику взаимодействия частицы с веществом. Основные потери энергии связаны с ионизацией заряженной частицей атомов вещества, сечение этого процесса растёт с падением энергии, вследствие чего основную часть энергии частица теряет перед моментом остановки.
- Это обстоятельство используется в протонной терапии, для того чтобы сосредоточить основную дозу в поражённой ткани внутренних органов, минимально облучая здоровые клетки, расположенные ближе к поверхности.

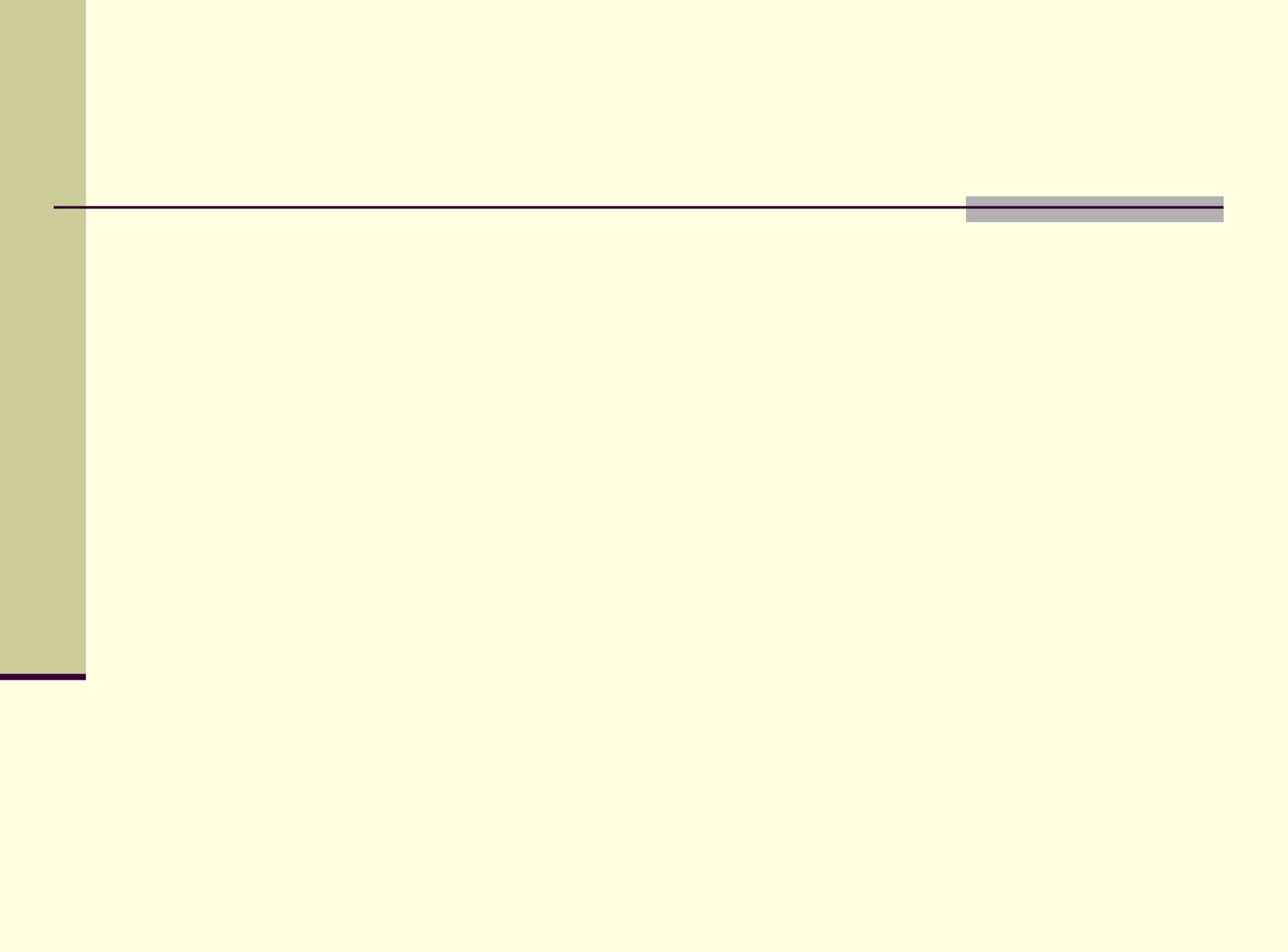
Кривая Брэгга на примере альфа-частиц в воздухе с энергией 5.49 МэВ.

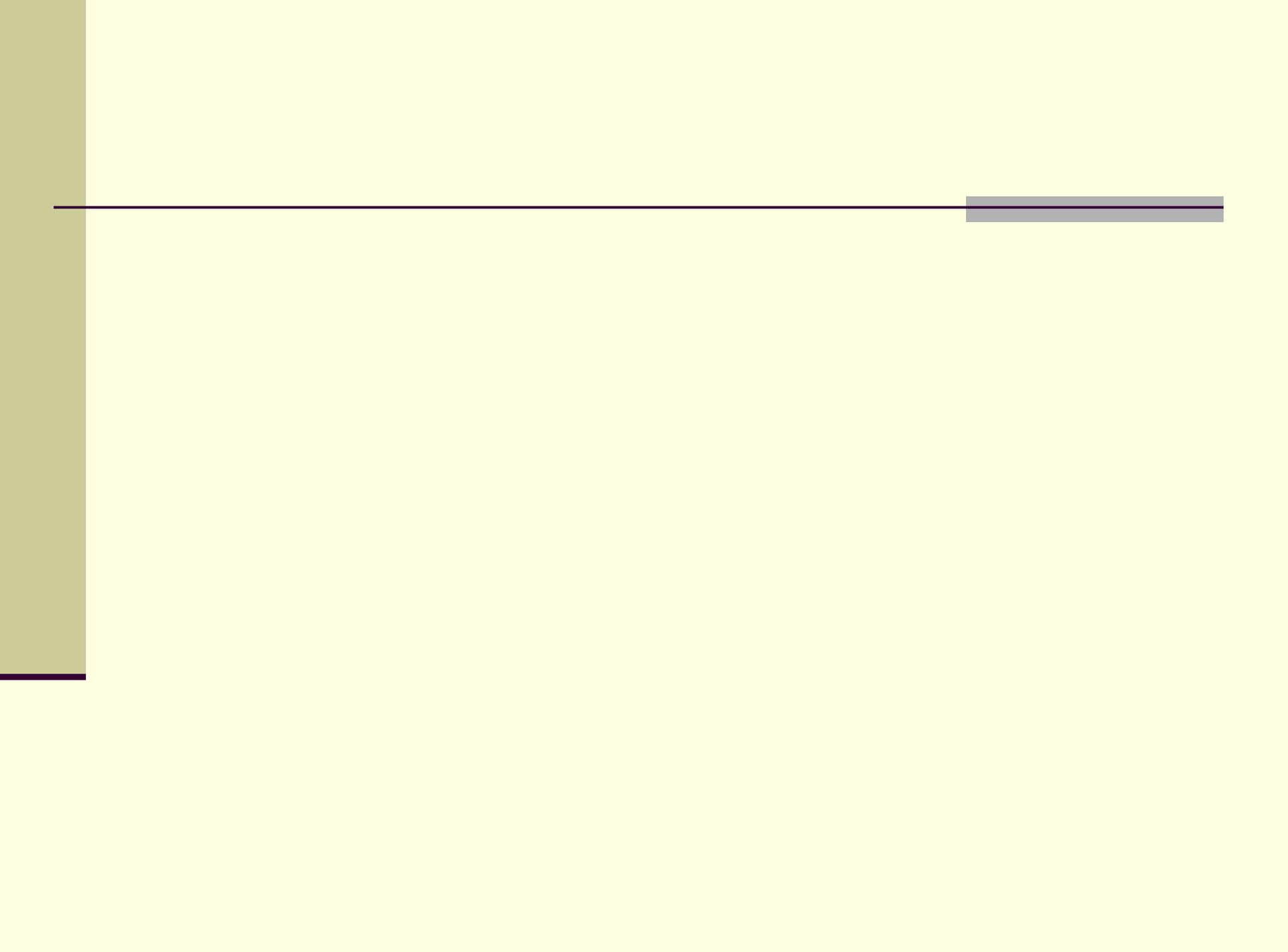


Кривая Брэгга для пучка протонов (монохроматического и "модифицированного" — с искусственно введённым разбросом энергий) в сравнении с фотонами.









Ссылки

- *Trikalinos, TA et al.* [Particle Beam Radiation Therapies for Cancer \[Internet\]](#). Comparative Effectiveness Technical Briefs, No. 1] (англ.). — Rockville (MD): Agency for Healthcare Research and Quality (US), 2009. — P. ES1—ES5.
- Douglas J. Wagenaar, Ph.D, [7.1.3 The Bragg Curve](#) // RADIATION PHYSICS PRINCIPLES, 1995