

**ВОЛНА (ВОЛНОВОЙ ПРОЦЕСС) --**  
процесс распространения колебаний в пространстве;  
возмущение, распространяющееся в какой-либо среде.  
Возмущение упругой среды – это любое отклонение частиц  
среды от положения равновесия.

### ВИДЫ ВОЛН

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ

МЕХАНИЧЕСКИЕ

ГРАВИТАЦИОННЫЕ

УПРУГИЕ

ПОВЕРХНОСТНЫЕ

## ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ

-область пространства, в которой при распространении волн их параметры (смещение частиц, напряженности электрического и магнитного полей) совершают колебания.

## ВОЛНОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

-поверхность во всех точках которой колебания происходят в одной фазе.

## ВОЛНОВОЙ ФРОНТ

– волновая поверхность, отделяющая часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли. Распространение волны можно рассматривать как движение волнового фронта.

длина волны ( $\lambda$ )-- расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний параметра волны. Расстояние между двумя ближайшими точками, в которых параметр волны изменяется в одинаковой фазе.

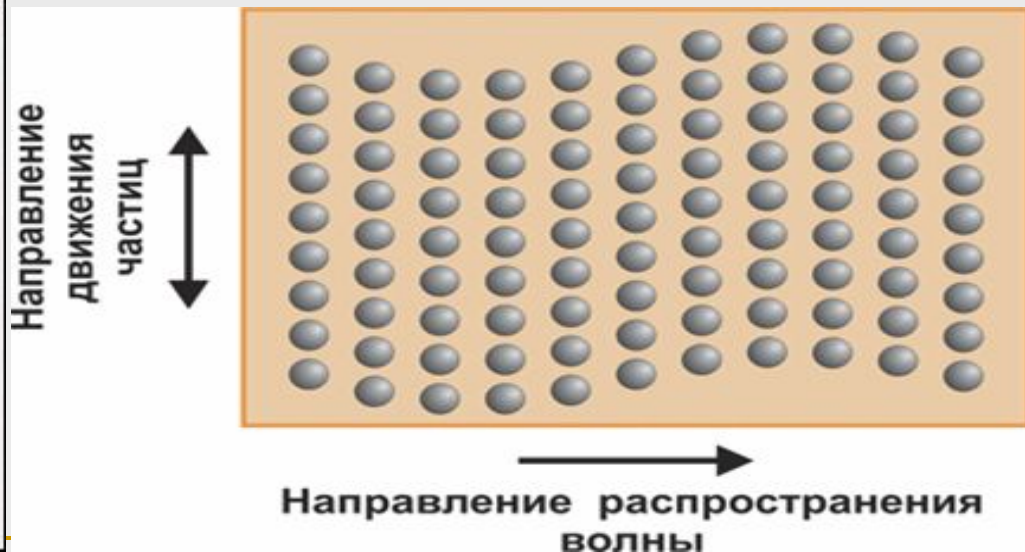
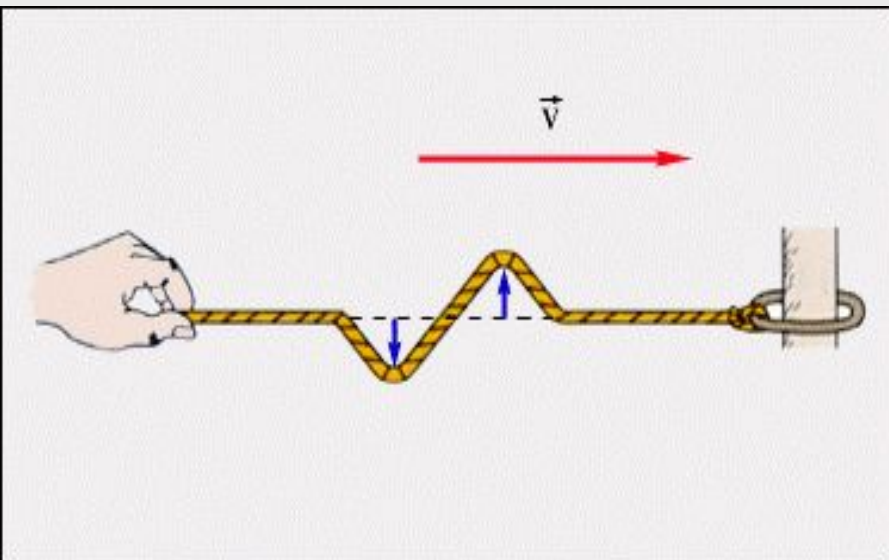
$$\lambda = VT$$

$$V = \lambda \nu$$

скорость волны ( $V$ )— скорость распространения возмущения. Скорость волны определяется свойствами среды, в которой эта волна распространяется. Длина волны равна произведению скорости волны на период колебания параметра волны, периодически меняющегося в ходе распространения волны.

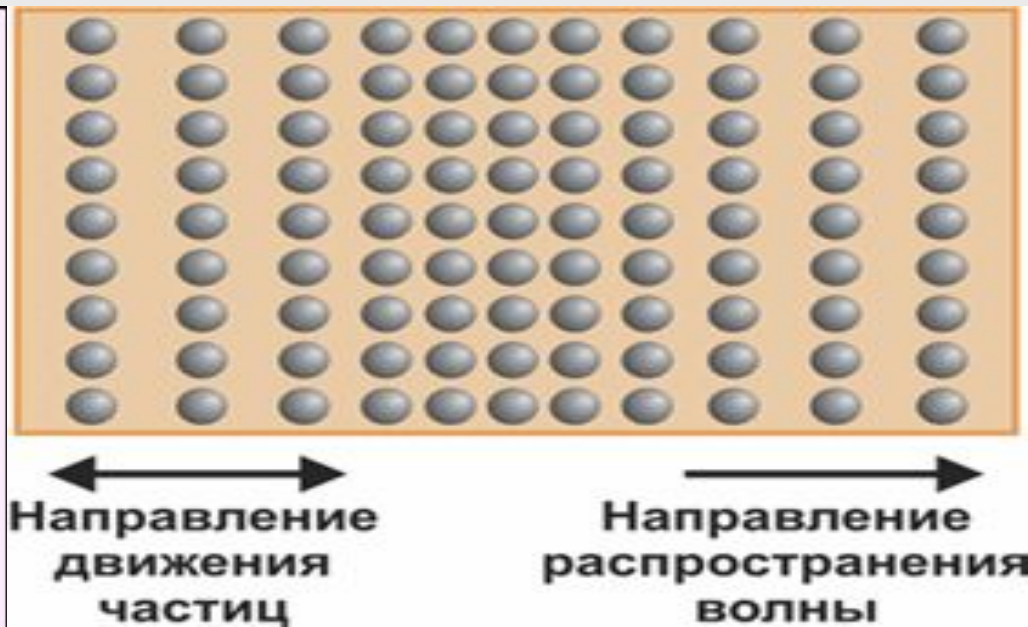
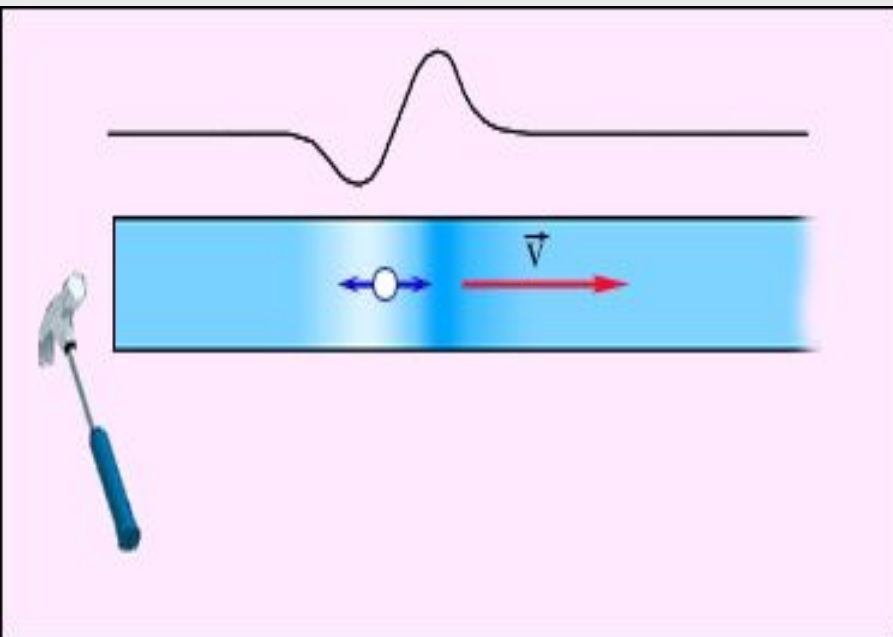
## ПОПЕРЕЧНЫЕ ВОЛНЫ

– волны, у которых характеризующие их векторные величины совершают колебания в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны. К поперечным волнам относятся электромагнитные волны. Механические поперечные волны могут быть как поверхностными, так и упругими. Упругие поперечные волны могут существовать только в твердых телах. В жидкостях и газах поперечные упругие волны распространяться не могут.



## ПРОДОЛЬНЫЕ ВОЛНЫ

– волны, у которых характеризующие их векторные величины совершают колебания в направлении, параллельном направлению распространения волны. В отличие от упругих поперечных волн продольные волны могут распространяться во всех средах, так как во всех средах при деформации сжатия возникают силы упругости, обеспечивающие распространение этих волн.



## УПРУГИЕ ВОЛНЫ

**-это распространяющиеся возмущения упругой среды.** Среда является упругой, если между ее частицами существует взаимодействие - силы упругости, препятствующие ее деформации. Возмущение упругой среды – это отклонение частиц среды от положения равновесия.

Направление колебаний

частиц

Направление

x

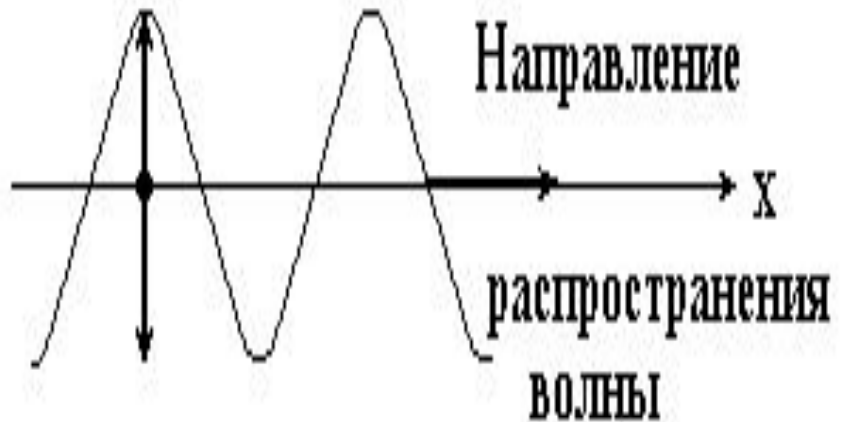
распространения  
волны

Направление колебаний

Направление

x

распространения  
волны



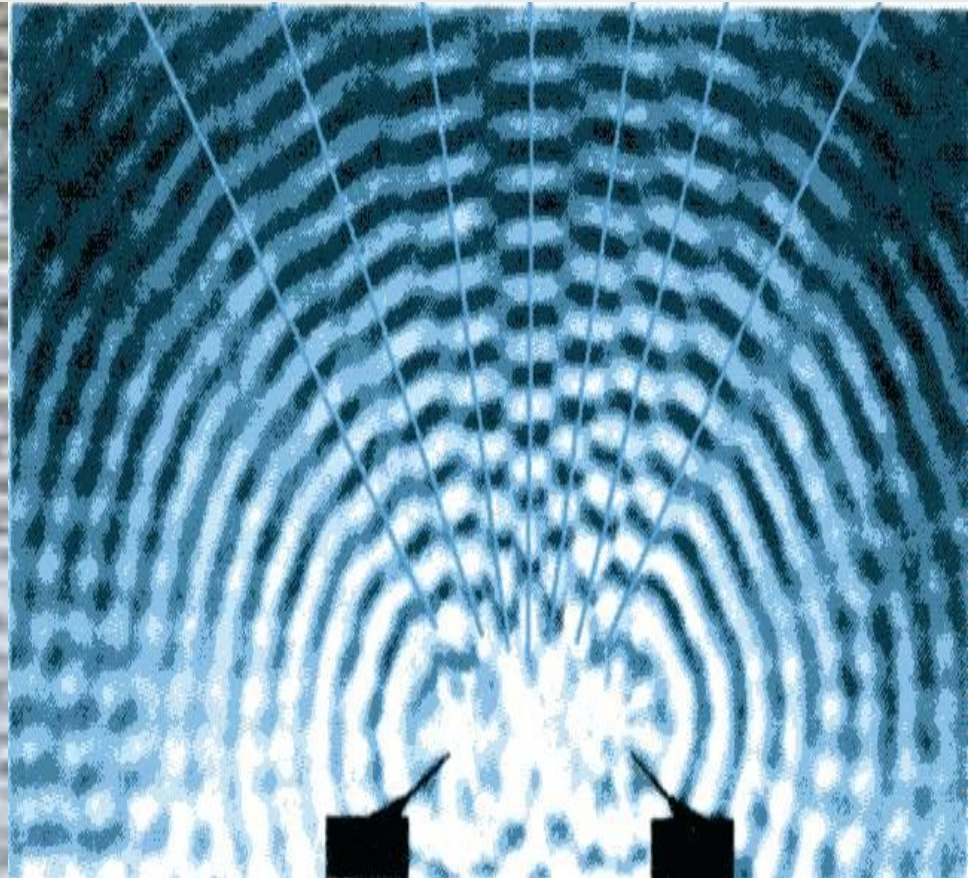
## УПРУГИЕ ВОЛНЫ В РАЗНЫХ СРЕДАХ

В продольные упругие волны представляют собой сжатия (разрежения) среды, а поперечные – смещения (сдвиги) одних слоев среды относительно других.

Деформация сжатия сопровождается возникновением силы упругости, в то время как деформация сдвига приводит к появлению сил упругости только в твердых телах. При сдвиге слоев в газах и жидкостях силы упругости не возникают. *Продольные волны распространяются во всех средах (жидких, твердых, газообразных), а поперечные – только в твердых.*

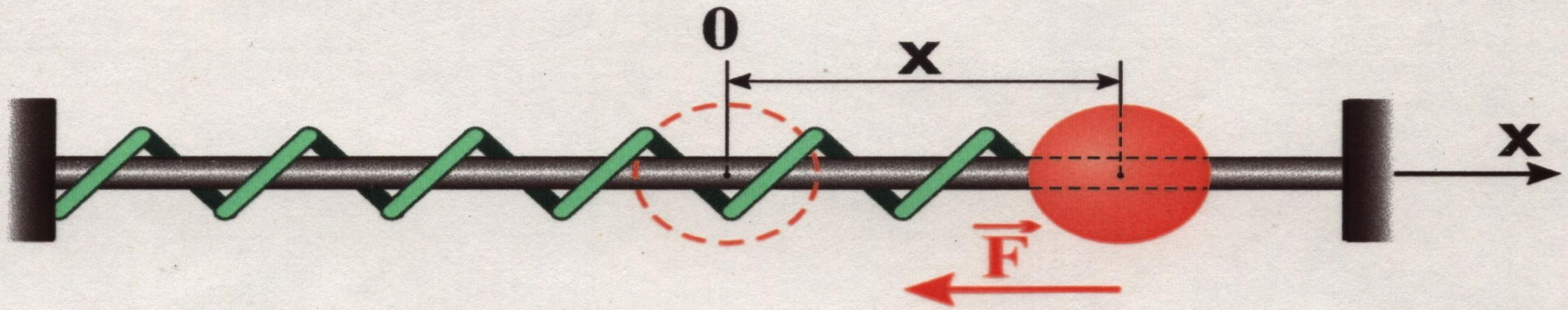
## ПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ (ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ)

Волны возникающие на границе раздела сред (жидкость – газ) называются поверхностными.





# Гармонические колебания



Пример одномерного гармонического осциллятора  
(трения нет)

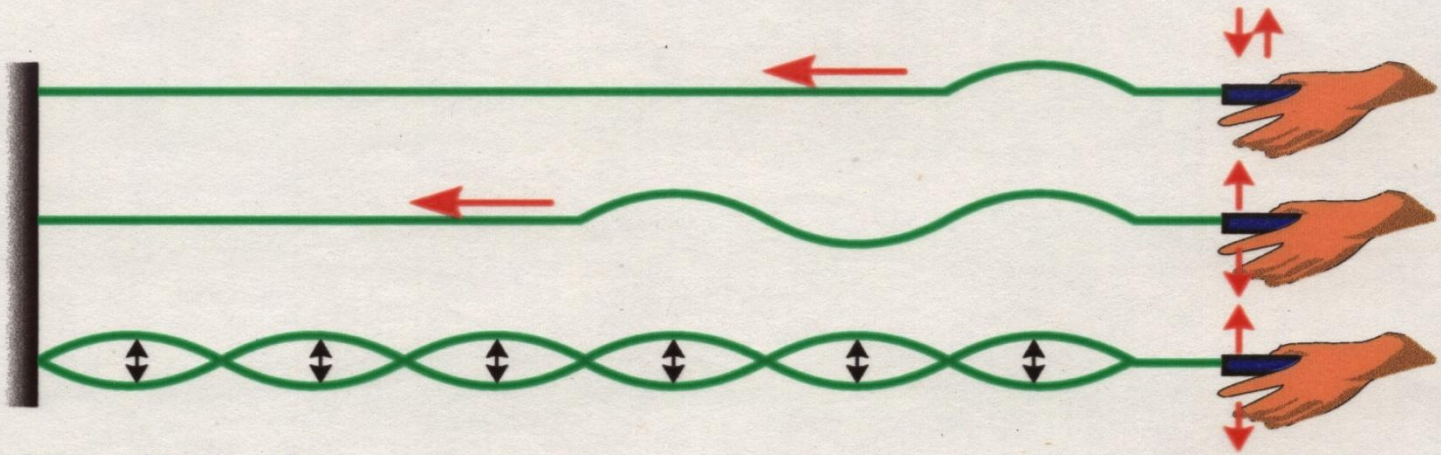
$m \vec{a} = \vec{F}$ ,  $m \ddot{x} = -kx$ . Обозначив  $k/m = \omega_0^2$ , получим дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$\omega_0$  - циклическая (круговая) частота колебаний;  
 $\omega_0 = 2\pi/T$ , где  $T$  - период колебаний;  $\nu = 1/T$  - частота колебаний

Решение дифференциального уравнения  
гармонических колебаний

$$x = a \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

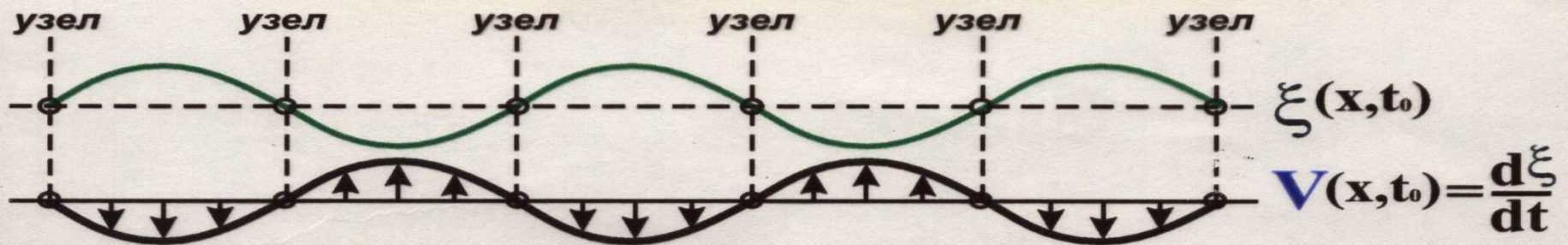


$\xi = \xi_1 + \xi_2$  ( принцип суперпозиции волн )

$$\xi_1 = a \cos(\omega t - kx) \quad \xi_2 = a \cos(\omega t + kx)$$

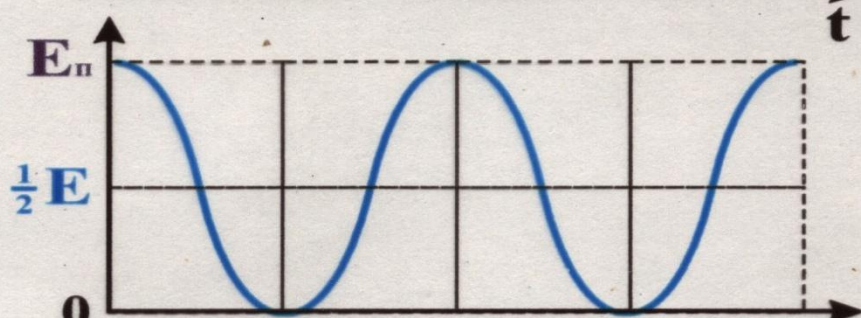
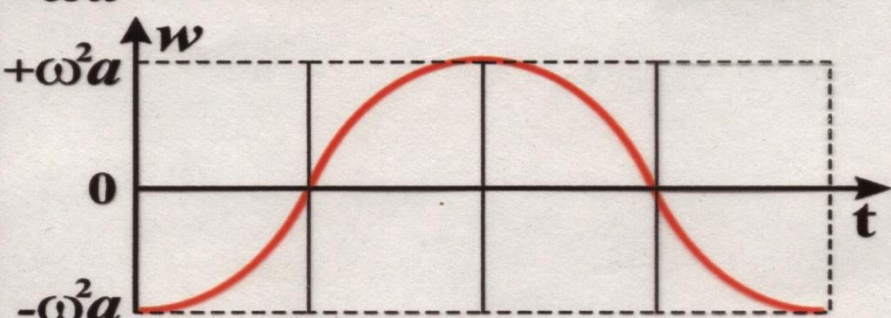
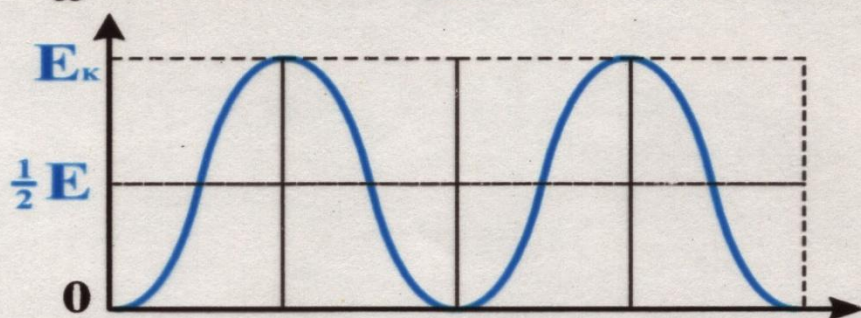
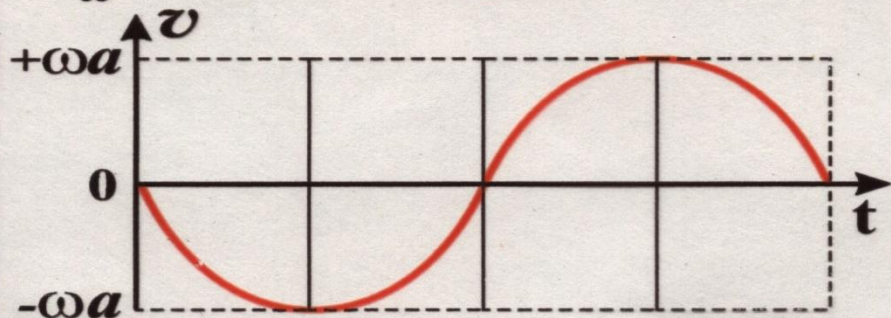
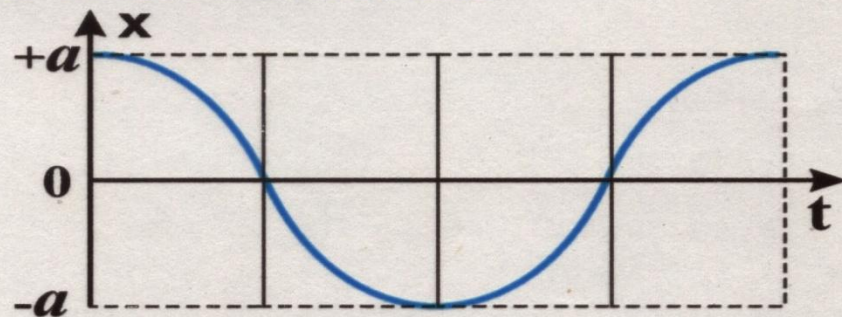
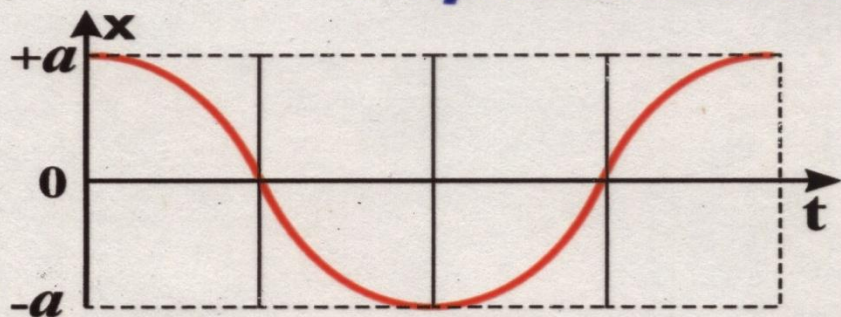
$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2a \cos kx \cos \omega t$$

$$\xi = 2a \cos\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right) \cos \omega t$$



$$\left. \begin{aligned} x_{\text{пучности}} &= \pm n \frac{\lambda}{2} \\ x_{\text{узла}} &= \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \right\} n = 0, 1, 2, \dots$$

# Гармонические колебания



Графики смещения, скорости и ускорения

Графики смещения, и энергии

$$x = a \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$v = \dot{x} = -a\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$w = \ddot{x} = -a\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$E_k = \frac{m\dot{x}^2}{2} = \frac{ma^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

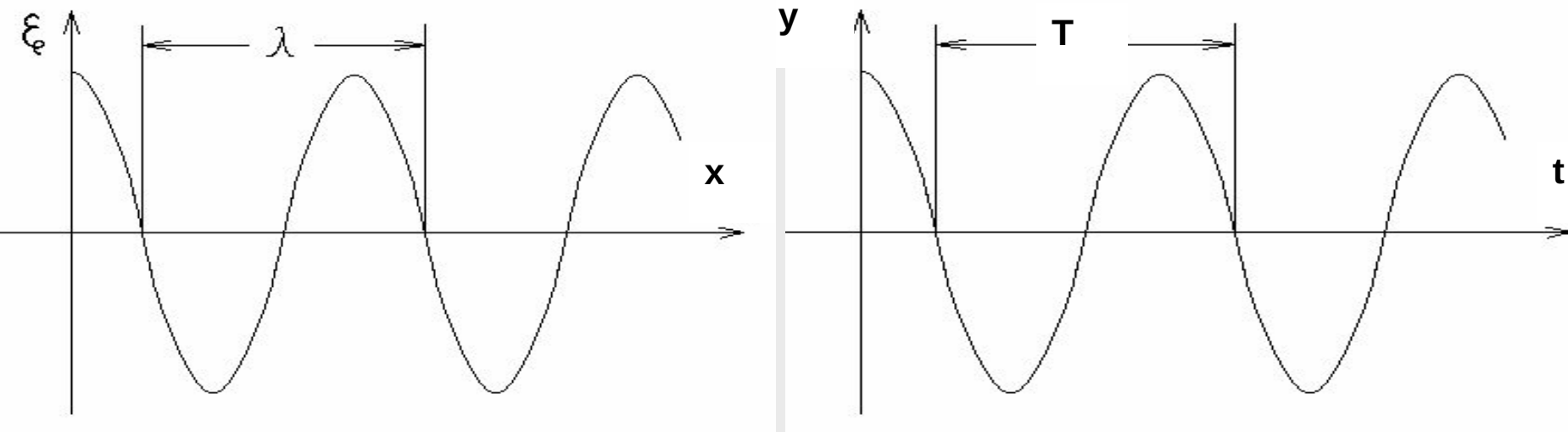
$$E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{ka^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$E = E_k + E_n = \frac{ma^2\omega_0^2}{2} = \frac{ka^2}{2} = const$$

## ГРАФИК ВОЛНЫ И ГРАФИК КОЛЕБАНИЙ

График волны - зависимость параметра волны (смещения, напряженностей электрического и магнитного полей) от координаты точек в которых определяется данный параметр в некоторый момент времени.

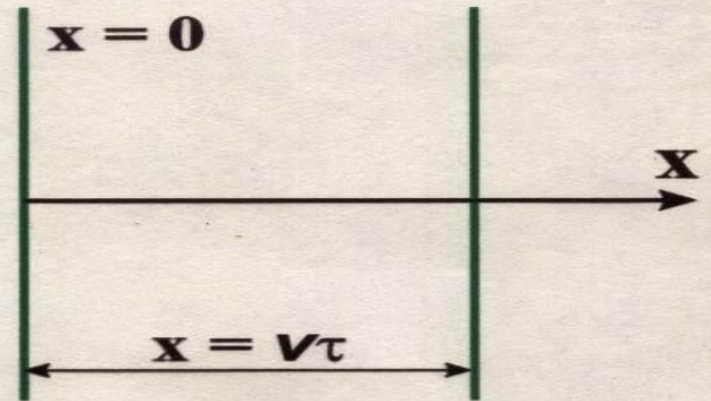
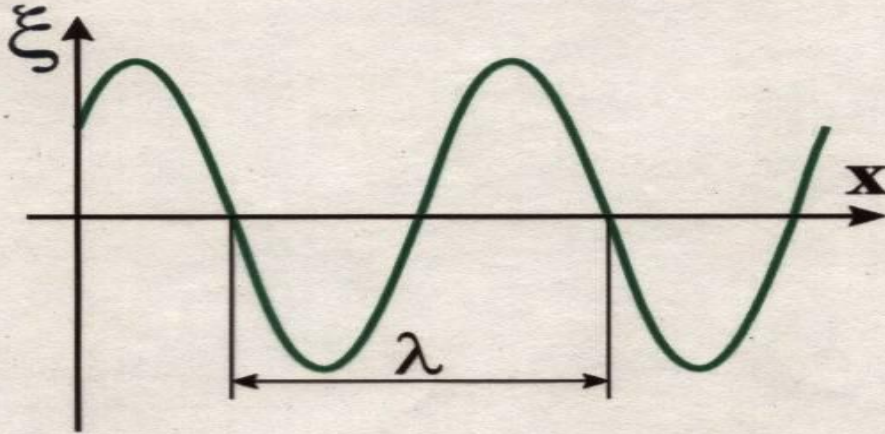
График колебаний определяет зависимость смещения точек от времени или фазы колебания.



Если колебания параметра волны являются *гармоническими*, то соответствующая этим колебаниям волна также называется *гармонической*.

## УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОЙ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

$$\xi = \xi(x, t)$$



$$\xi(0, t) = a \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\xi(x, t) = a \cos[\omega(t - \tau) + \varphi_0] = a \cos[\omega(t - \frac{x}{v}) + \varphi_0]$$

Полагая  $\omega(t - \frac{x}{v}) + \varphi_0 = const$  и дифференцируя,

получаем  $\frac{dx}{dt} = v$  - фазовая скорость.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} \quad \text{- волновое число}$$

$$\xi(x, t) = a \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

## ВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Уравнение любой волны является решением дифференциального волнового уравнения.

Для нахождения волнового уравнения найдем вторые частные производные по координатам и по времени от уравнения плоской бегущей волны, распространяющейся вдоль оси  $x$ :

$$\xi = A \cos(\omega t - kx) \longrightarrow$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -A \omega^2 \cos(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = -Ak^2 \cos(\omega t - kx) = -A \frac{\omega^2}{v^2} \cos(\omega t - kx)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

Полученное уравнение является одномерным волновым уравнением.

В общем случае:  $\xi = f(x, y, z, t)$  и волновое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

или

$$\Delta \xi = \nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

где  $\Delta = \nabla^2$   
-Оператор Лапласа

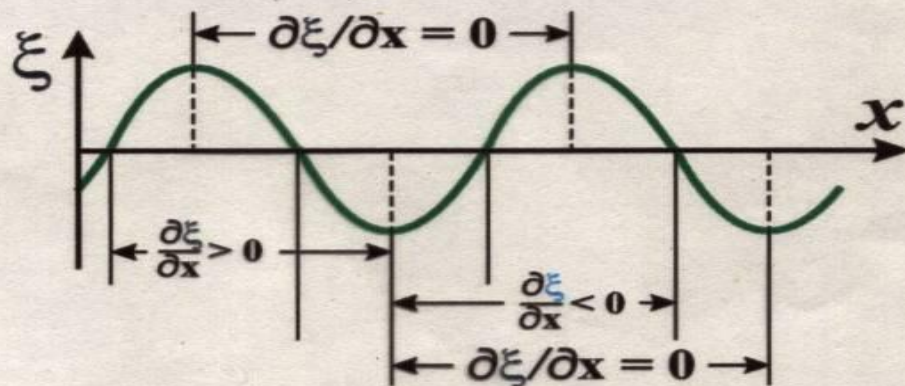
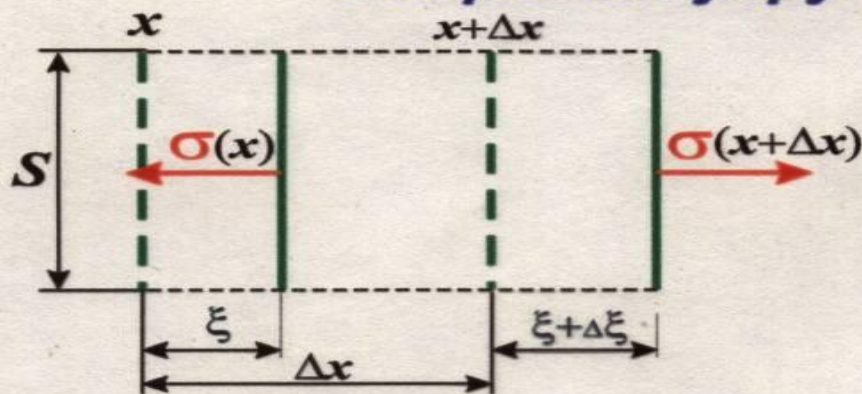
$$\nabla^2 \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \text{оператор Лапласа}$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

- уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль оси X

### Скорость упругой продольной волны



$$\rho S \Delta x \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = S [ \sigma(x+\Delta x) - \sigma(x) ]$$

$\rho$  - плотность среды,  $\partial^2 \xi / \partial t^2$  - ускорение элемента среды  $\Delta x$ ,

$\sigma$  - напряжение:  $\sigma = E E$  ( $E$  - модуль Юнга,  $E$  - относительная деформация  $E = \partial \xi / \partial x$ )

$$\rho \Delta x \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = E [ (\frac{\partial \xi}{\partial x})_{x+\Delta x} - (\frac{\partial \xi}{\partial x})_x ] = E \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \Delta x$$

Отсюда :

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

## СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН

Скорость упругих волн определяется свойствами среды и *от параметров волны не зависит.*

Волны всех частот распространяются в данной среде с одинаковой скоростью.

**Скорость распространения продольной упругой волны**

$$V_{11} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

, где  $E$  – модуль Юнга,  $\rho$  – плотность среды

**Скорость распространения поперечной упругой волны**

$$V_{\perp} = \sqrt{\frac{N}{\rho}}$$

, где  $N$  – модуль сдвига,  $\rho$  – плотность среды



# ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

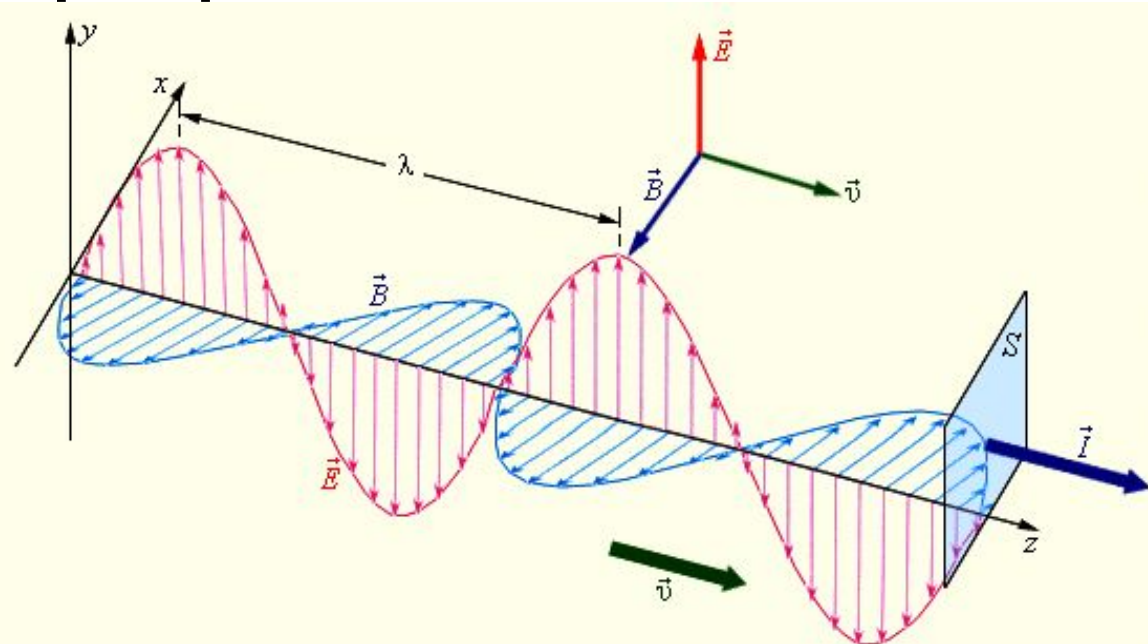
## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ – распространяющиеся в

пространстве возмущения электромагнитного поля.

Предсказаны Максвеллом (1865); Открыты Герцем (1888).

Волна - система взаимно перпендикулярных меняющихся электрических и магнитных полей, захватывающих все большие части пространства.

В электромагнитной волне модули напряженности электрического и магнитного полей в каждой точке пространства связаны соотношением:



$$E \sqrt{\epsilon_0 \epsilon} = H \sqrt{\mu_0 \mu}$$

$$B = \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{c} E$$

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1)$$

$$\oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (2)$$

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_s (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S} \quad (3)$$

$$\oint_s \vec{D} d\vec{S} = \int_v \rho dV \quad (4)$$

Уравнение (1) является обобщением закона Фарадея (закона электромагнитной индукции), уравнение (3) - обобщенный закон полного тока, уравнения (2) и (4) выражают теорему Остроградского - Гаусса для магнитного и электрического полей, соответственно.

**Электрическое поле создают либо электрические заряды, либо изменяющиеся во времени магнитные поля. Магнитное поле создают либо движущиеся электрические заряды, либо изменяющиеся во времени электрические поля.**

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho \end{aligned}$$

Материальные уравнения :

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

( среда изотропная , несегнетоэлектрическая , неферромагнитная )

Граничные условия :

$$\begin{aligned} D_{1n} - D_{2n} &= \sigma_{\text{пов}}, \quad E_{1\tau} = E_{2\tau}; \\ B_{1n} &= B_{2n}, \quad H_{1\tau} - H_{2\tau} = j_{\text{пов}}. \end{aligned}$$

$\sigma_{\text{пов}}$  - поверхностная плотность свободных электрических зарядов ,

$j_{\text{пов}}$  - поверхностная плотность тока проводимости

Переход от интегральной формы уравнений к дифференциальной осуществляется с помощью теорем Гаусса и Стокса

### Теорема Гаусса

$$\oint_S \vec{A} d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{A} dV,$$

где дивергенция вектора  $\vec{A}$  - скалярная величина

$$\operatorname{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

### Теорема Стокса

$$\oint_l \vec{A} d\vec{l} = \int_S \operatorname{rot} \vec{A} d\vec{S},$$

где ротор вектора  $\vec{A}$  - вектор, определяемый с помощью следующей матрицы ( в декартовой системе координат ):

$$\operatorname{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}.$$

Или :

$$\operatorname{rot} \vec{A} = \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{k}$$

$$\oint_l \vec{E} \, d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \, d\vec{S}$$

$$\oint_s \vec{B} \, d\vec{S} = 0$$

$$\oint_l \vec{H} \, d\vec{l} = \int_s \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

$$\oint_s \vec{D} \, d\vec{S} = \int_v \rho \, dV$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{D} = \rho$$

$$\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right),$$

что означает

$$\nabla_x = \frac{\partial}{\partial x}, \quad \nabla_y = \frac{\partial}{\partial y}, \quad \nabla_z = \frac{\partial}{\partial z}.$$

*Скалярное произведение .*

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = (\vec{\nabla} \vec{A}) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = \operatorname{div} \vec{A}$$

*Векторное произведение .*

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = [\vec{\nabla}, \vec{A}] = \operatorname{rot} \vec{A}$$

Уравнения Максвелла ,  
записанные с помощью оператора  $\nabla$ .

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

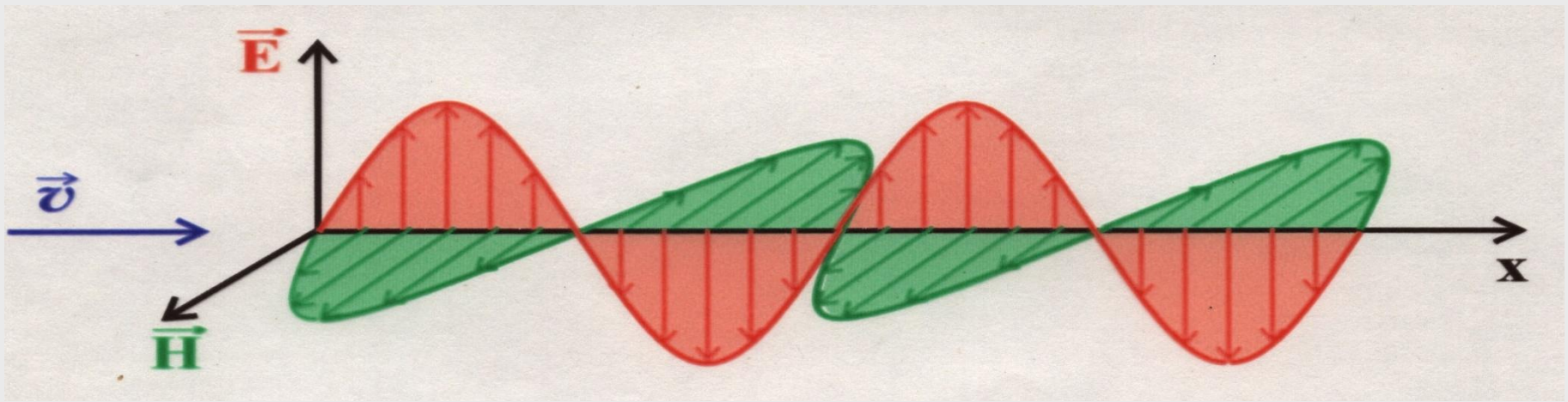
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

# Плоская электромагнитная волна.

Электромагнитные волны - поперечны.





Волна распространяется вдоль оси  $X$ , ( $\frac{\partial}{\partial y} = 0, \frac{\partial}{\partial z} = 0$ )  
в непроводящей среде ( $\varepsilon = \text{const}, \mu = \text{const}$ ).

В среде отсутствуют заряды и токи ( $\rho = 0, j = 0$ ).

В этом случае скалярные уравнения

Максвелла имеют вид :

$$0 = \mu \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad (1)$$

$$0 = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (2)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (7)$$

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} = \mu \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

Из уравнений (1),(4) следует  $H_x(x,t) = \text{const}$ .  
Аналогично из (5),(8) получаем  $E_x(x,t) = \text{const}$ .

В волне нет переменной составляющей вдоль оси  $X$ .  
Вектора  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  перпендикулярны к направлению распространения волны.

Рассмотрим плоскую волну, распространяющуюся в однородной непроводящей среде.

Для проекции  $\text{rot } \vec{E}$  на ось  $Y$  имеем :

$$\frac{\partial E_Y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_Z}{\partial t}$$

Соответственно, для проекции  $\text{rot } \vec{H}$  на ось  $Z$ :

$$\frac{\partial H_Z}{\partial x} = -\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial E_Y}{\partial t}$$

запишем далее:

$$\frac{\partial^2 E_Y}{\partial x^2} = -\mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_Z}{\partial t \partial x}$$

$$\frac{\partial^2 H_Z}{\partial x^2} = -\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial^2 E_Y}{\partial t \partial x}$$

Откуда,

$$\frac{\partial^2 E_Y}{\partial x^2} = \epsilon\epsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial^2 E_Y}{\partial t^2}$$

Аналогично можно получить выражение

$$\frac{\partial^2 H_Z}{\partial x^2} = \epsilon\epsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial^2 H_Z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}_y}{\partial x^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}_y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}_z}{\partial x^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{H}_z}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

- уравнение плоской волны,  
распространяющейся вдоль оси X

$$\xi(x, t) = a \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + a)_1$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + a)_2$$

---

Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  - взаимно перпендикулярны и образуют правовинтовую систему с направлением распространения волны.

Решения волновых уравнений:

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \alpha)_1$$

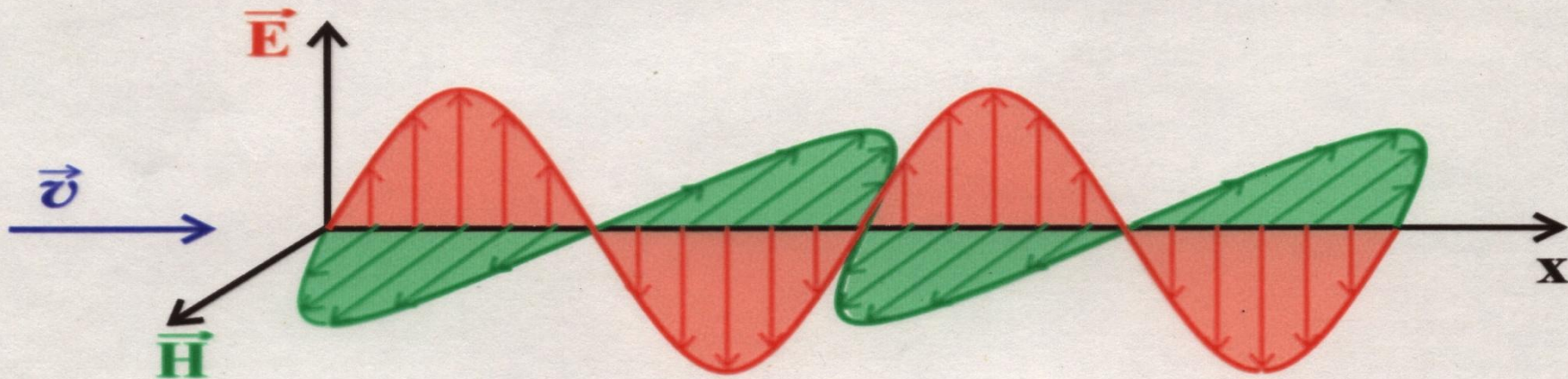
$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \alpha)_2$$

Подставляя эти решения в уравнения для соответствующих проекций ротора, получим:

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

$$\sqrt{\epsilon\epsilon_0} E_y = \sqrt{\mu\mu_0} H_z$$

Колебания векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  происходят с одинаковой фазой, векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  связаны количественным соотношением.



"Моментальная фотография" плоской волны.

Волна - поляризованная.

## СКОРОСТЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

$V$  – скорость распространения фазы колебаний (фазовая скорость)

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}$$

, где  $c$  – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме,

$\varepsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

$$\frac{c}{V} = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} = n$$

- абсолютный показатель преломления

среды.

В

вакууме:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

где  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/\text{Н} \cdot \text{м}^2$  и  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  – электрическая и магнитная постоянные.

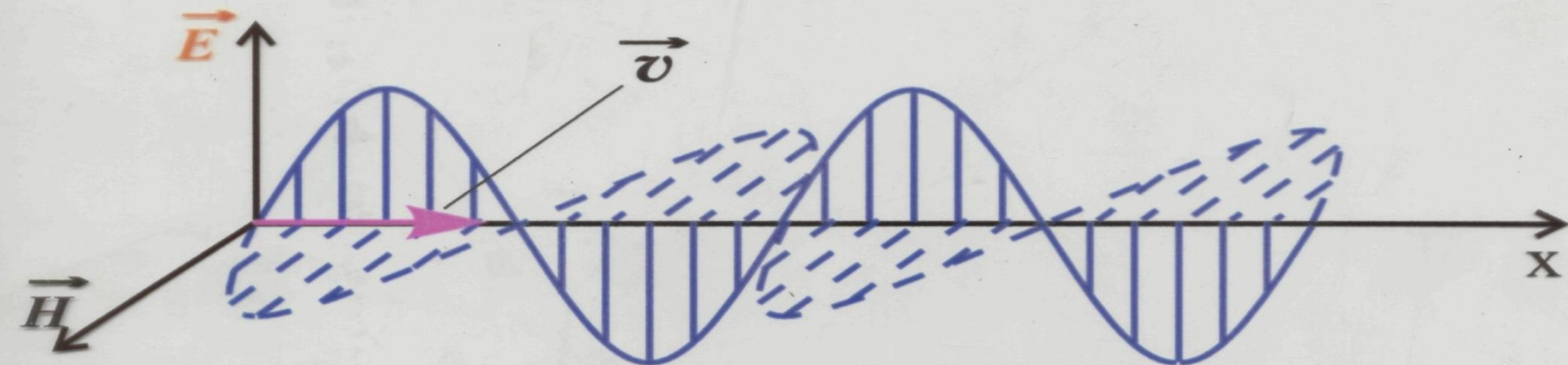
Таким образом,

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon \cdot \mu}}$$

или

$$V = c \cdot n$$

**Энергия  
электромагнитного поля.  
Вектор Пойнтинга.**



## Электромагнитная волна

1.  $\vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{v}$

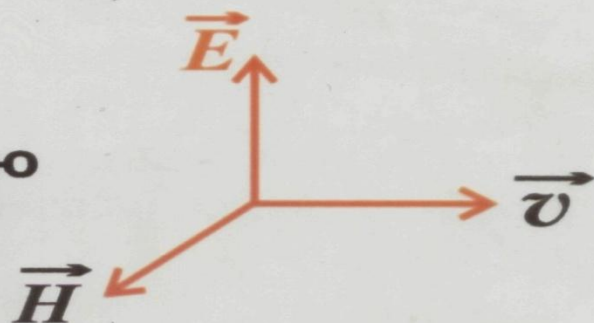
2.  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{v}$  - образуют правую тройку векторов

3.  $\varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2$ ,

откуда следует

$$\omega_{\text{Э}} = \omega_{\text{М}}$$

4.  $\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$ , где



$\omega_{\text{Э}}$ ,  $\omega_{\text{М}}$  и  $\omega$  - объемная плотность энергии электрического, магнитного и электромагнитного поля.



$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 \mathbf{H}^2}{2}$$

Т.к.  $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} \mathbf{E} = \sqrt{\mu\mu_0} \mathbf{H}$ , то

$$\omega = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0} \mathbf{E} \mathbf{H} = \frac{\mathbf{E} \mathbf{H}}{v}$$

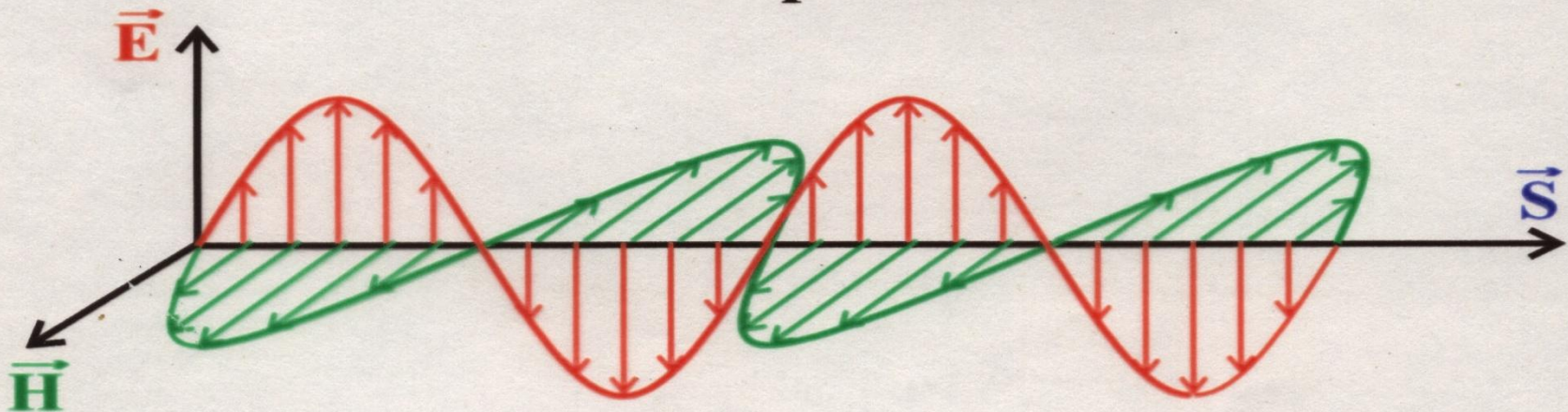
По определению плотность потока энергии

$$\mathbf{S} = v \omega = \mathbf{E} \mathbf{H}$$

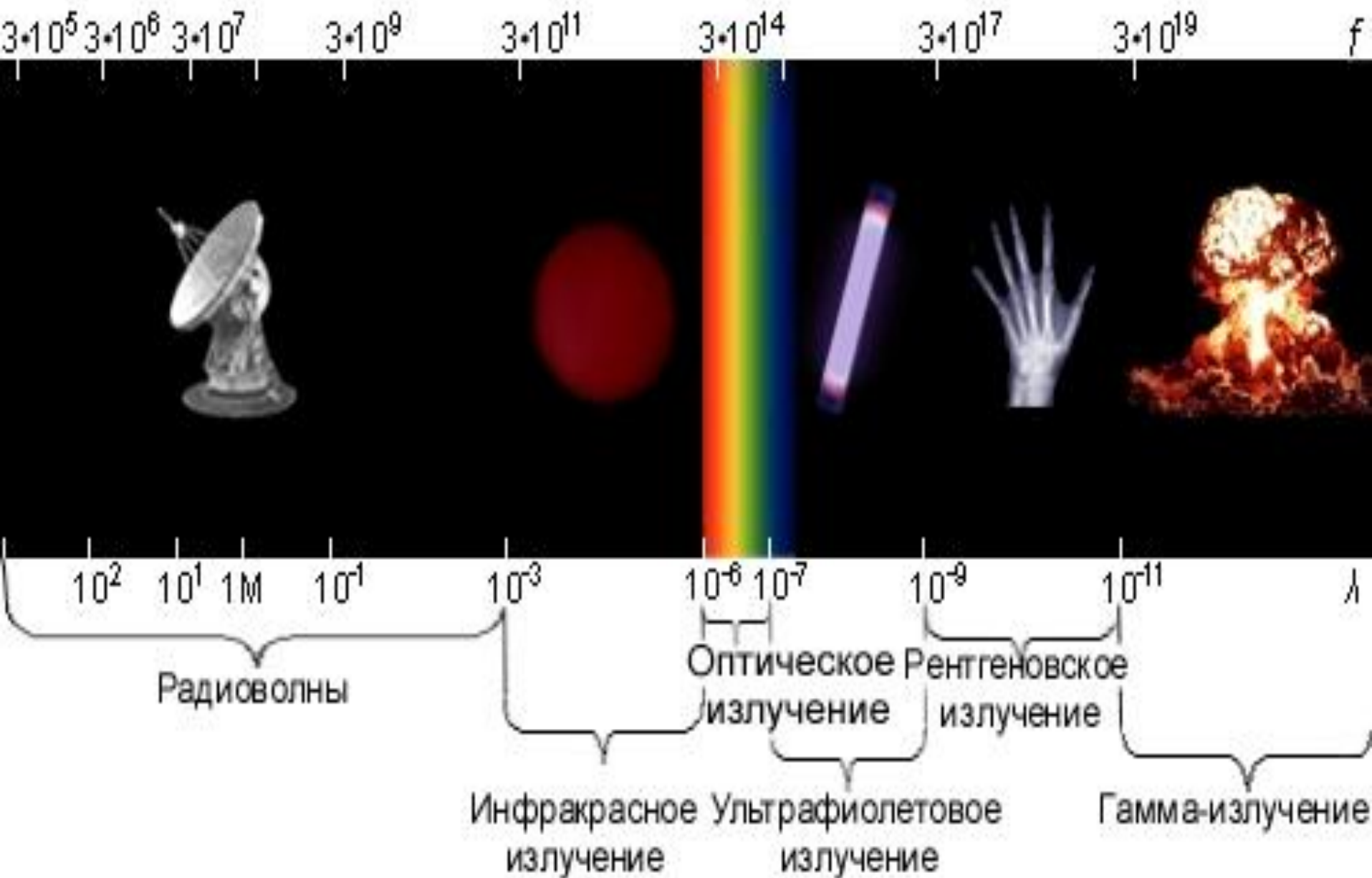
Учитывая ориентацию векторов  $\vec{\mathbf{E}}$  и  $\vec{\mathbf{H}}$  и направление распространения волны, имеем:

$$\vec{\mathbf{S}} = [\vec{\mathbf{E}} \vec{\mathbf{H}}]$$

$\vec{\mathbf{S}}$  - вектор Пойнтинга



# ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН



# ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

<i>Длина, м</i>	<i>Частота, Гц</i>	<i>Наименование</i>
$10^6 - 10^4$	$3 \cdot 10^2 - 3 \cdot 10^4$	Сверхдлинные
$10^4 - 10^3$	$3 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^5$	Длинные (радиоволны)
$10^3 - 10^2$	$3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^6$	Средние (радиоволны)
$10^2 - 10^1$	$3 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^7$	Короткие (радиоволны)
$10^1 - 10^{-1}$	$3 \cdot 10^7 - 3 \cdot 10^9$	Ультракороткие
$10^{-1} - 10^{-2}$	$3 \cdot 10^9 - 3 \cdot 10^{10}$	Телевидение (СВЧ)
$10^{-2} - 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{10} - 3 \cdot 10^{11}$	Радиолокация (СВЧ)
$10^{-3} - 10^{-6}$	$3 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{14}$	Инфракрасное излучение
$10^{-6} - 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{15}$	Видимый свет
$10^{-7} - 10^{-9}$	$3 \cdot 10^{15} - 3 \cdot 10^{17}$	Ультрафиолетовое излучение
$10^{-9} - 10^{-12}$	$3 \cdot 10^{17} - 3 \cdot 10^{20}$	Рентгеновское излучение (мягкое)
$10^{-12} - 10^{-14}$	$3 \cdot 10^{20} - 3 \cdot 10^{22}$	Гамма-излучение (жесткое)
$\leq 10^{-14}$	$\geq 3 \cdot 10^{22}$	Космические лучи

## ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Спектр электромагнитного излучения с увеличением частоты:

- 1) Радиоволны;
- 2) Инфракрасное излучение;
- 3) Световое излучение;
- 4) Ультрафиолетовое излучение
- 5) Рентгеновское излучение;
- 6) Гамма излучение.

Радиоволны , длины более 0.1мм( частота менее  $3 \cdot 10^{12}$  Гц).

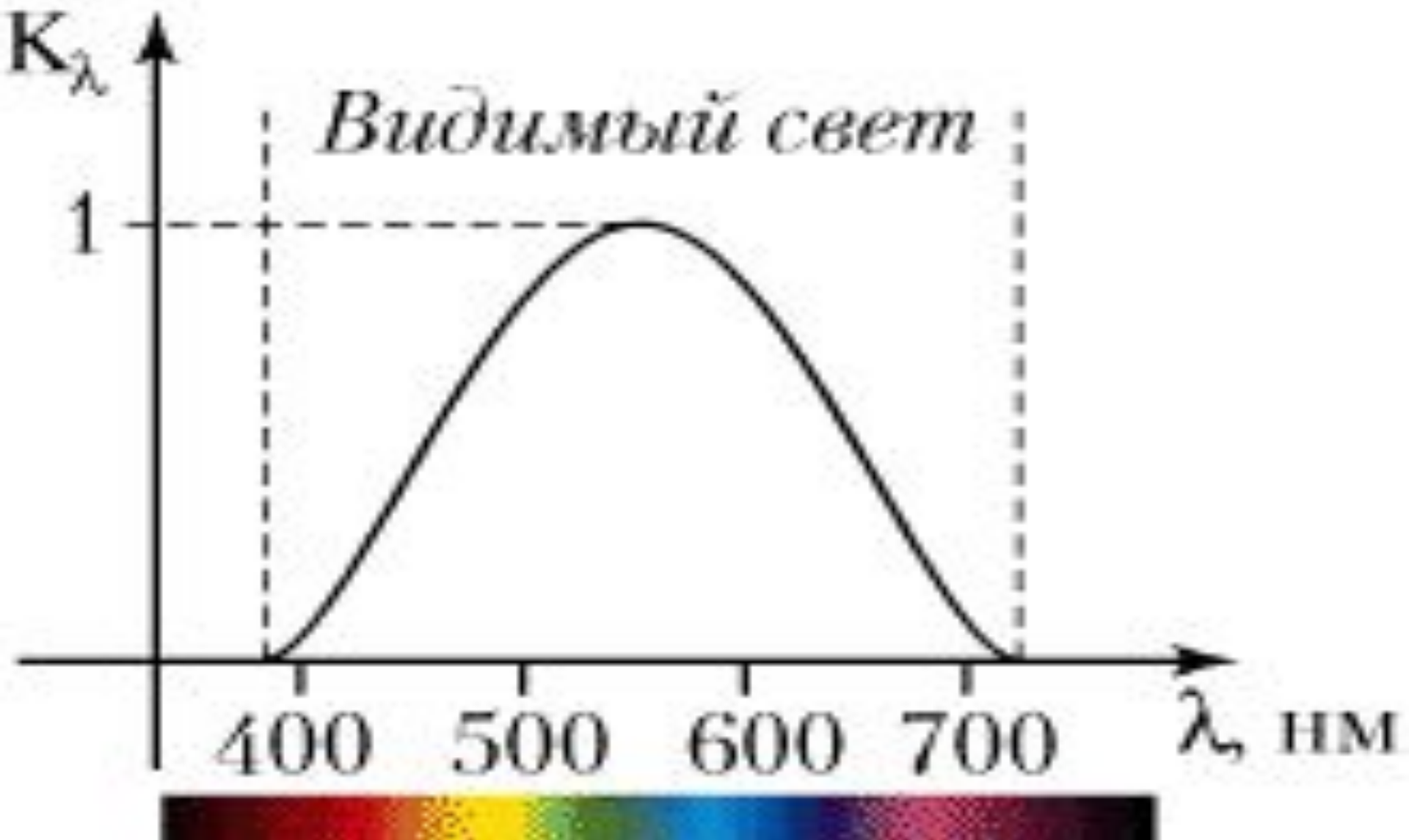
Рентгеновское излучение - торможение быстрых заряженных частиц (электронов, протонов и пр.) и процессы, происходящие внутри атомов.

Гамма излучение - процессы, внутри атомных ядер, ядерных реакции.

Граница между рентгеновским и гамма излучением условна (по величине кванта энергии, соответствующего данной частоте излучения).

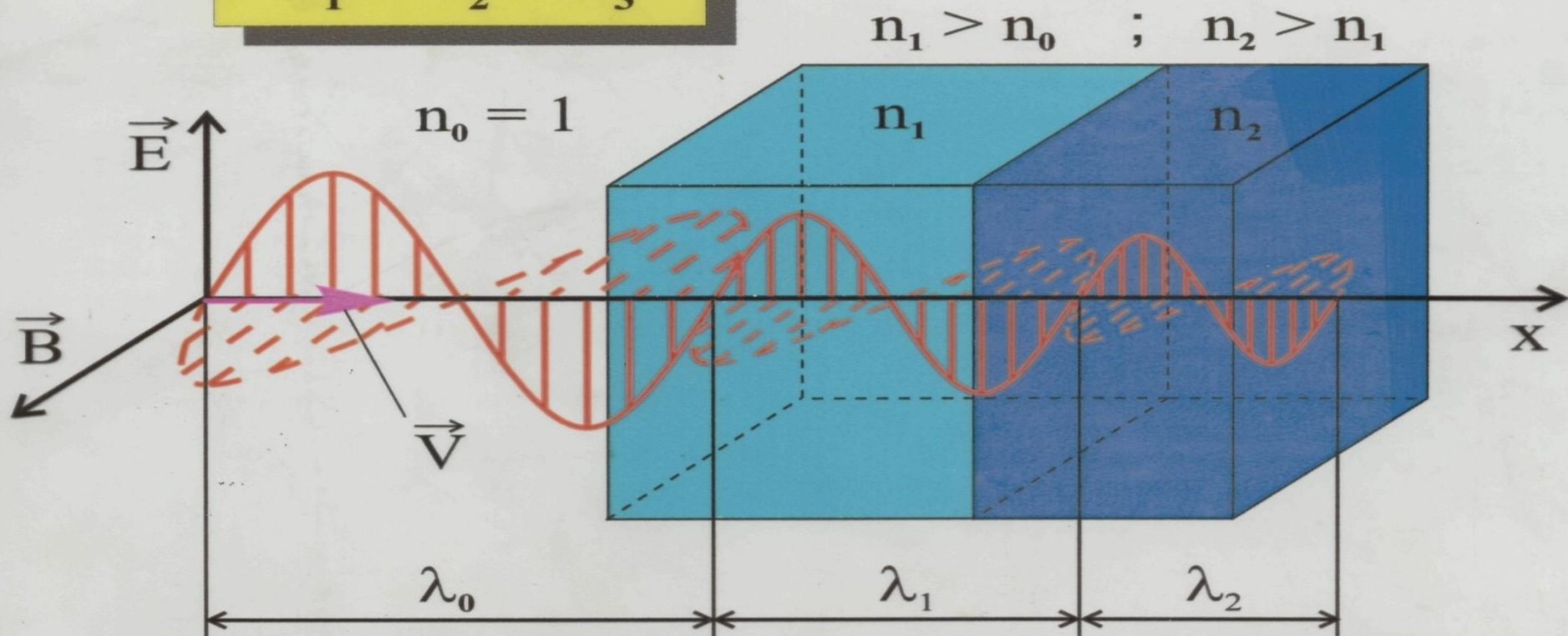
Рентгеновское излучение - волны длиной от 50 нм до  $10^{-3}$  нм, энергия квантов от 20эв до 1Мэв. Гамма излучение - волны длиной менее  $10^{-2}$  нм, энергия квантов больше 0.1Мэв.

СПЕКТРАЛЬНАЯ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ  
ГЛАЗА ЧЕЛОВЕКА



**Частота электромагнитной волны при переходе из одной среды в другую не меняется :**

$$v_1 = v_2 = v_3$$

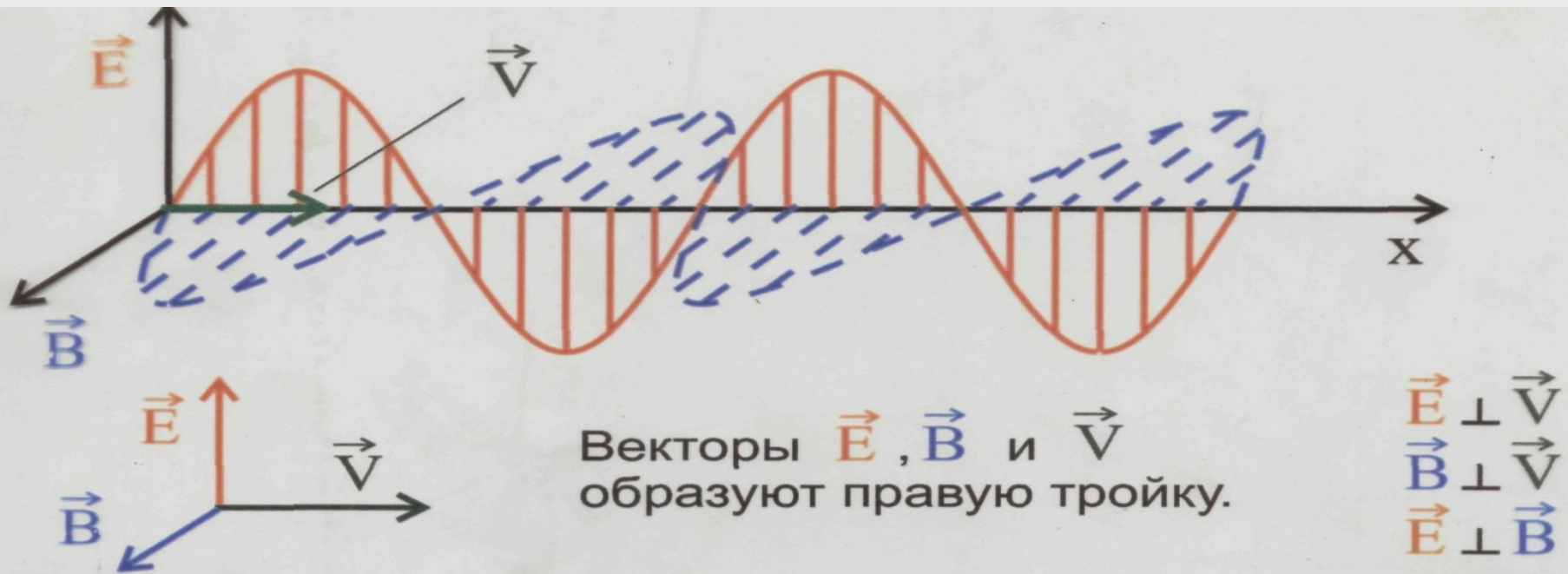


**Длина волны изменяется:**

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_1}$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{n_2}$$

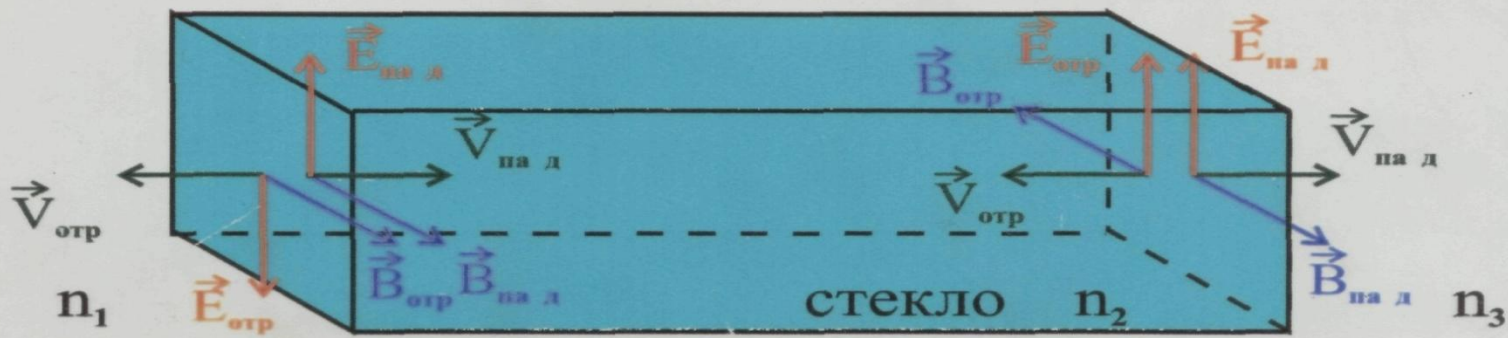
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$$



Поэтому при отражении электромагнитные волны должны менять фазу на  $\pi$  ( что эквивалентно изменению хода лучей на  $\lambda/2$  ).

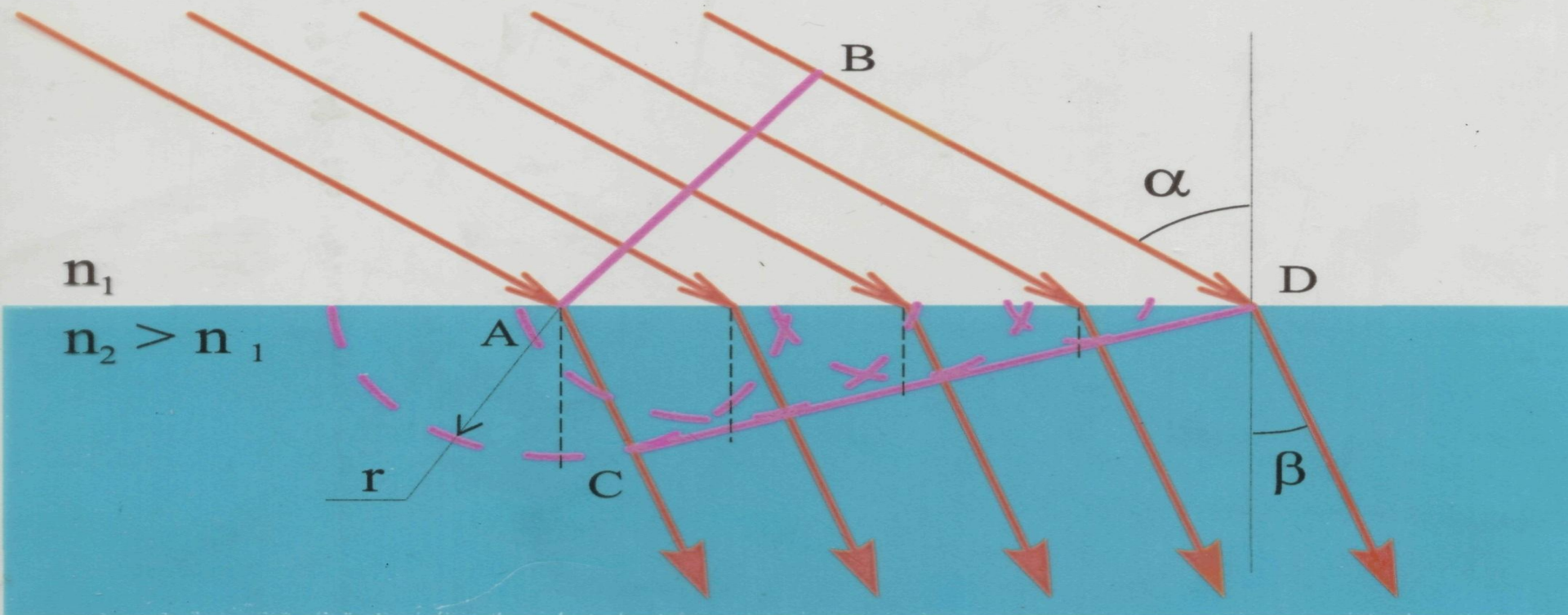
При отражении от оптически более плотной среды ( $n_1 < n_2$ ) меняет направление вектор  $\vec{E}$

При отражении от оптически менее плотной среды ( $n_3 < n_2$ ) меняет направление вектор  $\vec{B}$



для  $\vec{E}$   $\Delta\varphi = \pi$   
 для  $\vec{B}$   $\Delta\varphi = 0$

для  $\vec{E}$   $\Delta\varphi = 0$   
 для  $\vec{B}$   $\Delta\varphi = \pi$



$n_1 = c/V_1$ ,  $n_2 = c/V_2$  - абсолютные показатели преломления сред,  
 АВ - фронт падающей волны в момент времени  $t$ ,  
 CD - фронт преломленной волны в момент времени  $t + \Delta t$ ,  
 $r$  - радиус фронта вторичной волны (исходящей из точки А) в момент времени  $t + \Delta t$

**Закон Снеллиуса как следствие принципа Гюйгенса:**

$$\left. \begin{aligned}
 AD &= \frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \beta} \\
 BD &= V_1 \Delta t, \quad AC = V_2 \Delta t
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}}$$

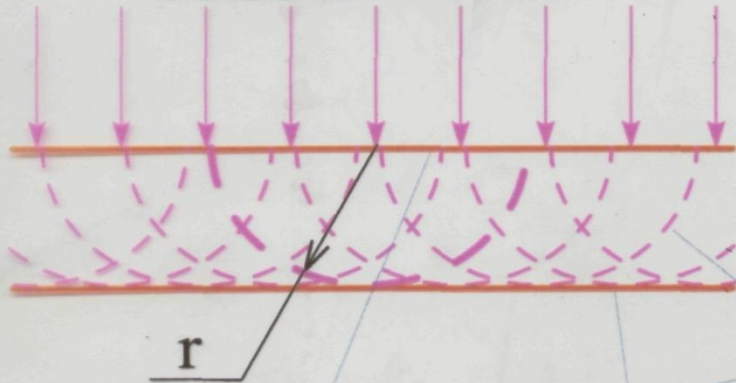
$n_{21}$  - относительный показатель преломления (второй среды относительно первой)



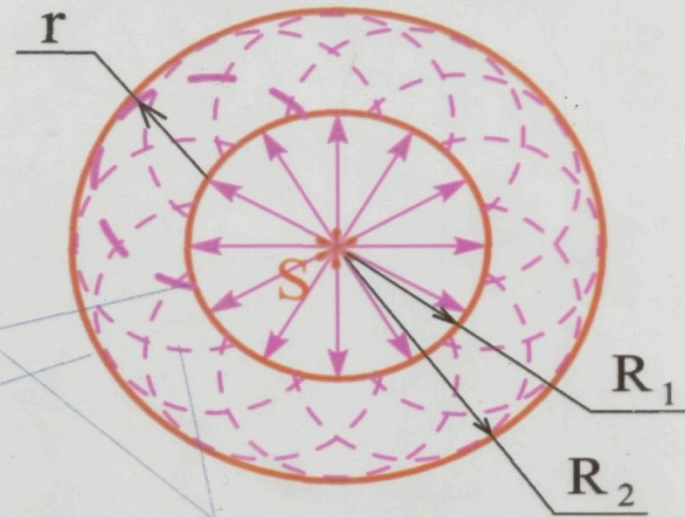
# ОПТИКА

## Принцип Гюйгенса. Отражение света

Плоская волна



Сферическая волна

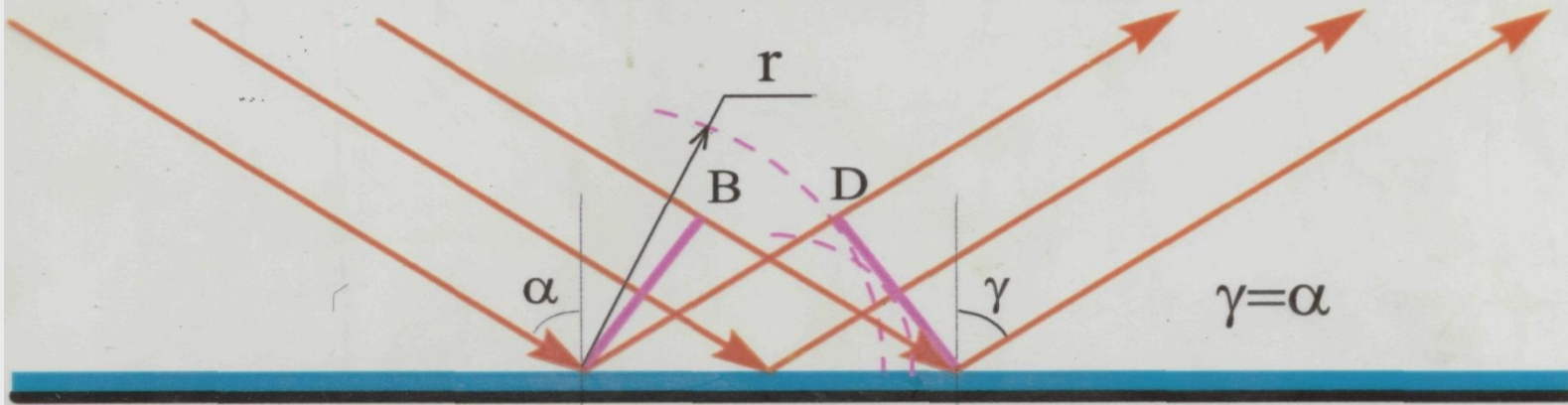


Фронт волны  
в момент  
времени  $t$

Фронт волны  
в момент  
времени  $t + \Delta t$

Фронт  
вторичной волны

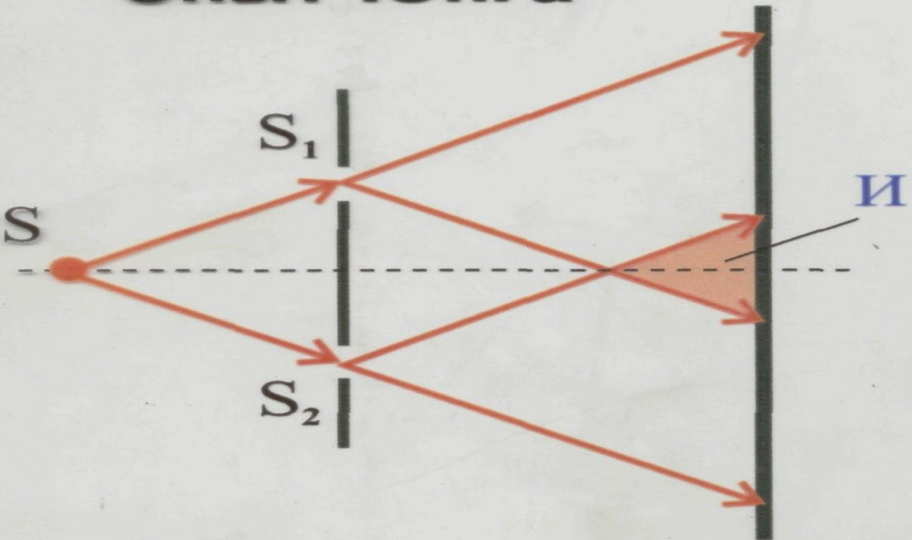
$$R_1 = Vt, \quad R_2 = V(t + \Delta t), \quad r = V\Delta t$$



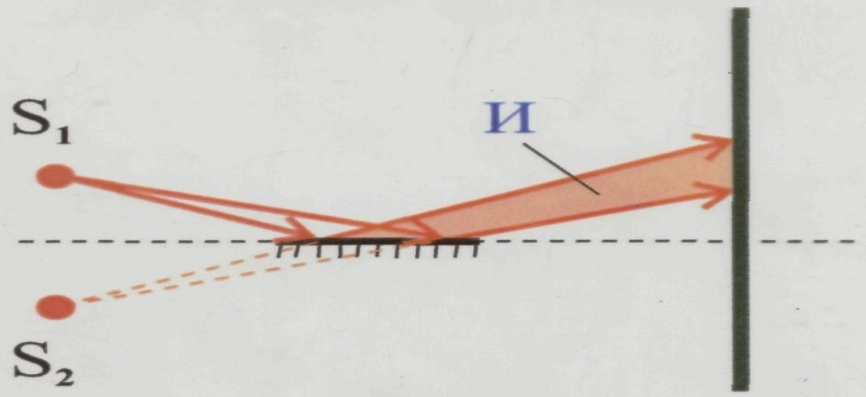
# ОПТИКА

## Способы получения когерентных лучей.

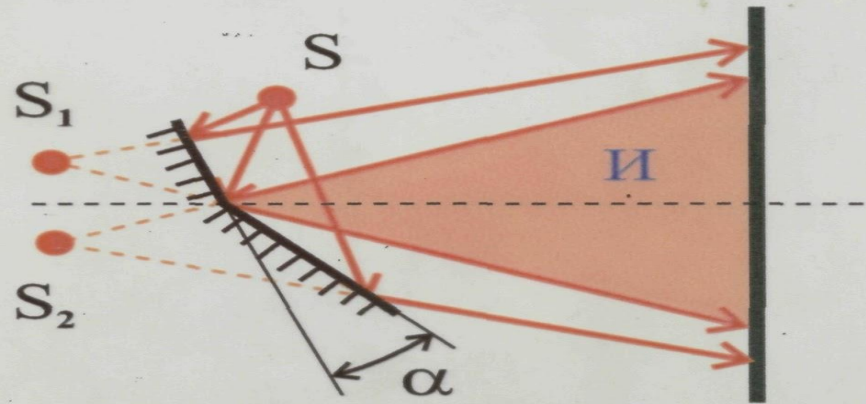
### Опыт Юнга



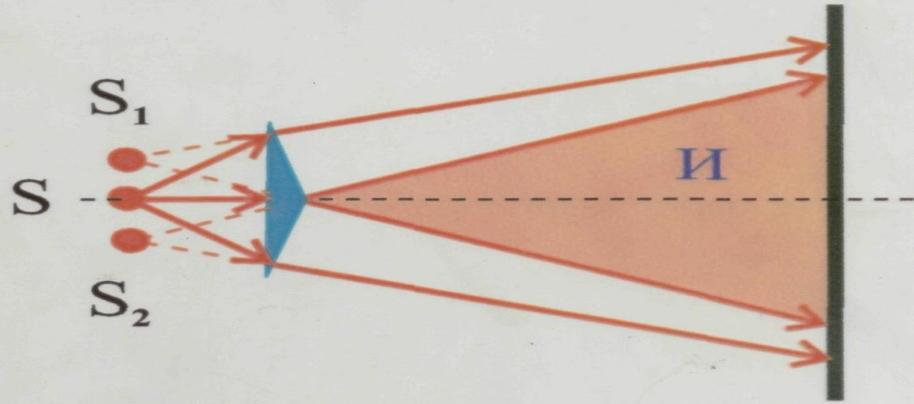
### Зеркало Ллойда



### Зеркала Френеля



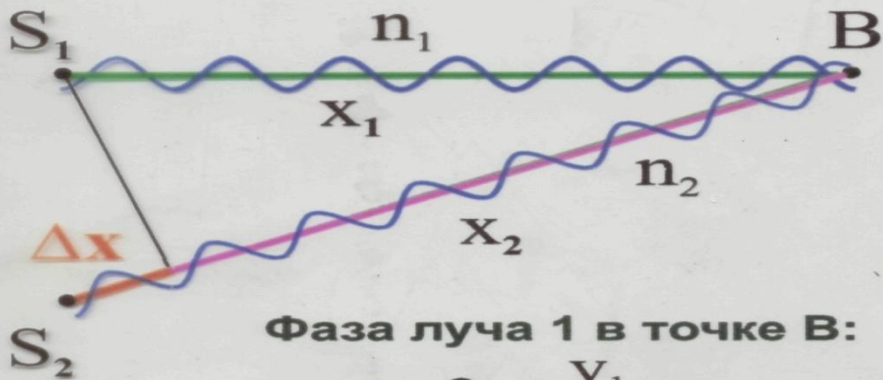
### Бипризма Френеля



На всех рисунках:  $S$  - источник света,  $\text{И}$  - область наблюдения интерференционной картины

# ОПТИКА

## Условия max и min при интерференции волн



$S_1$  и  $S_2$  - источники волн с одинаковой начальной фазой  $\varphi_0$ .

$x_1$  и  $x_2$  - геометрический ход лучей 1 и 2.

$y_1 = x_1 n_1$ ,  $y_2 = x_2 n_2$  - оптический ход лучей 1 и 2.

Фаза луча 1 в точке В:

$$\varphi_1 = 2\pi \frac{y_1}{\lambda} + \varphi_0$$

Фаза луча 2 в точке В:

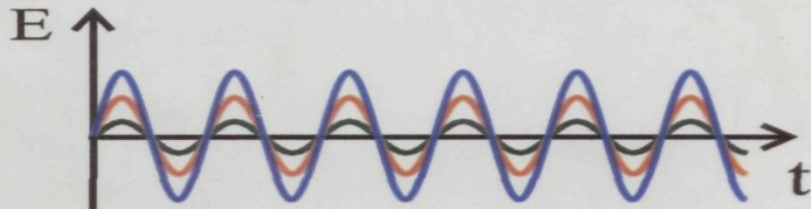
$$\varphi_2 = 2\pi \frac{y_2}{\lambda} + \varphi_0$$

Разность фаз лучей, интерферирующих в точке В

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (y_1 - y_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta y$$

**Условие максимума:**

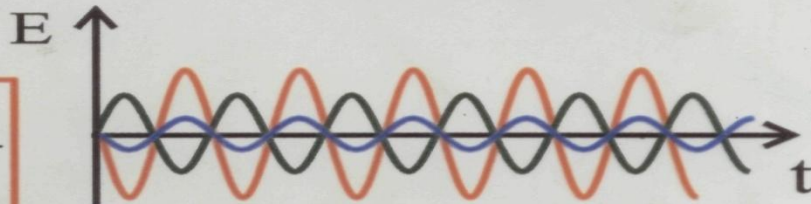
$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2k\pi \implies \Delta y = 2k \frac{\lambda}{2}$$



Амплитуда колебания в точке В равна сумме амплитуд.

**Условие минимума:**

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (2k+1)\pi \implies \Delta y = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

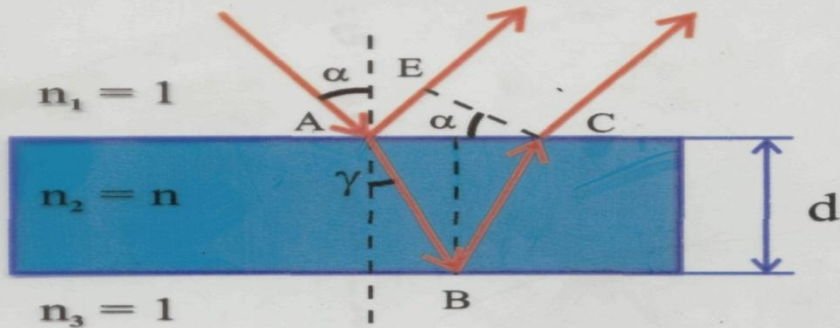


Амплитуда колебания в точке В равна разности амплитуд.

# ОПТИКА

## Интерференция света при отражении от плоскопараллельной пластины

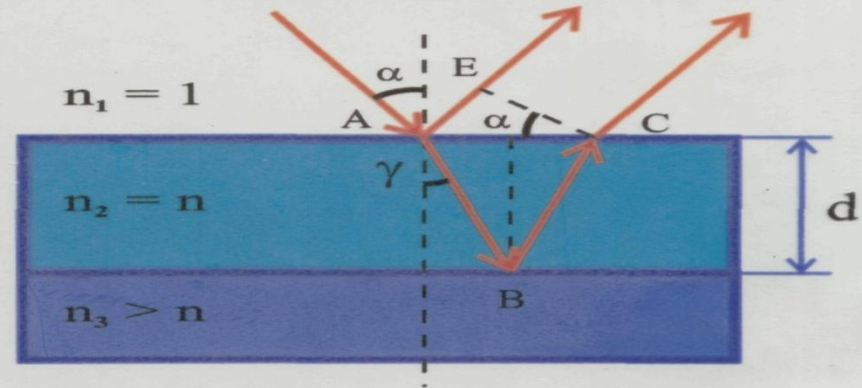
$$n_1 < n_2 > n_3$$



$$\Delta y = (AB + BC) \cdot n - \left( AE + \frac{\lambda}{2} \right)$$

$$\Delta y = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos \gamma - \frac{\lambda}{2}$$

$$n_1 < n_2 < n_3$$



$$\Delta y = (AB + BC) \cdot n - AE$$

$$\Delta y = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos \gamma$$

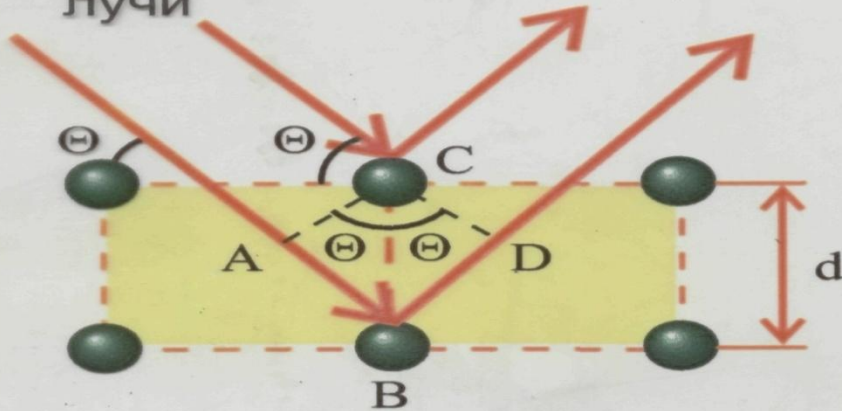
$$\Delta y = k \cdot \lambda \quad - \text{условие максимумов}$$

$$\Delta y = \left( k + \frac{1}{2} \right) \cdot \lambda \quad - \text{условие минимумов}$$

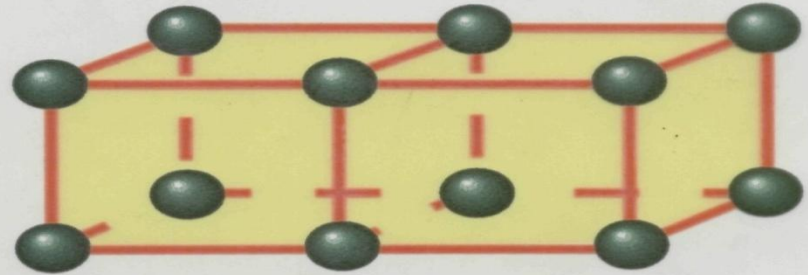
# ОПТИКА

## Дифракция от кристаллической решетки

Рентгеновские лучи



$$\left. \begin{aligned} \Delta y &= AB + BD \\ \Delta y &= 2 \cdot d \cdot \sin \theta \\ \Delta y &= k \cdot \lambda \end{aligned} \right\} \rightarrow$$



$d$  - период решетки  
 $\theta$  - угол скольжения

$$2 \cdot d \cdot \sin \theta = k \cdot \lambda$$

Уравнение  
Вульфа - Брэгга

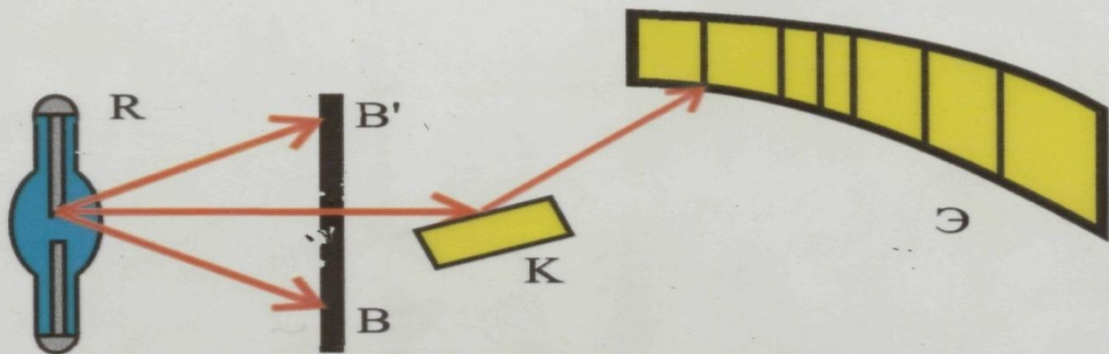
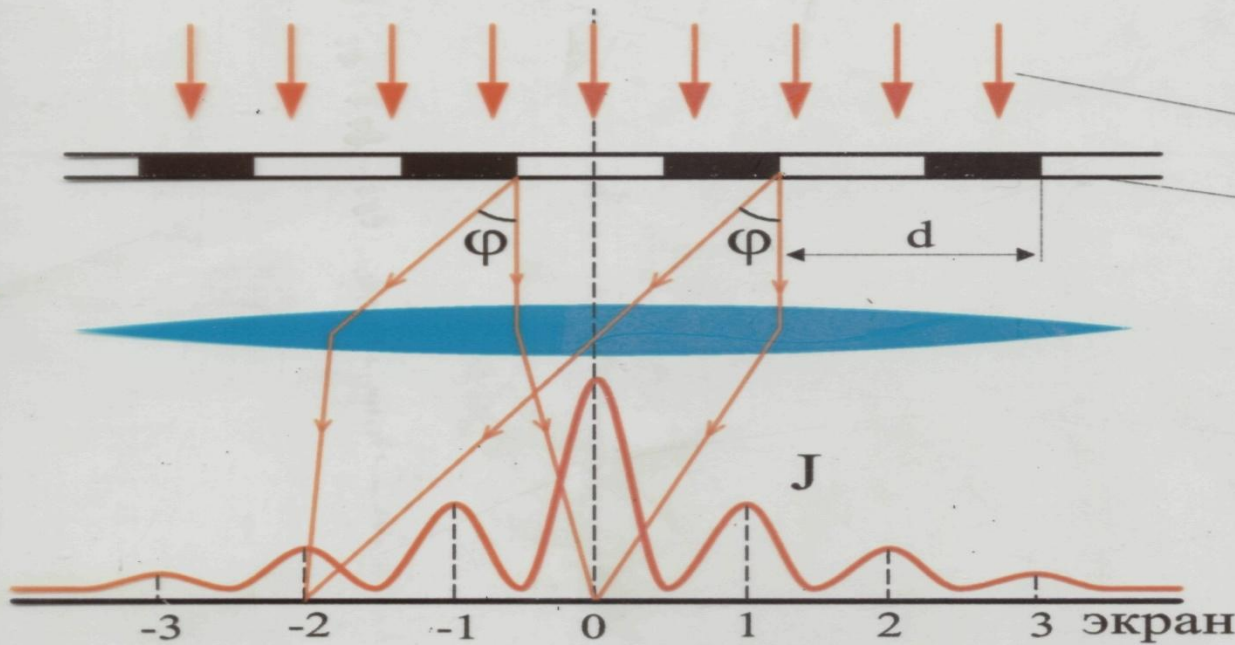


Схема рентгеновского спектрографа с вращающимся кристаллом

- R - рентгеновская трубка
- BB' - диафрагма
- K - исследуемый кристалл
- Э - экран



Оптическая схема  
дифракции

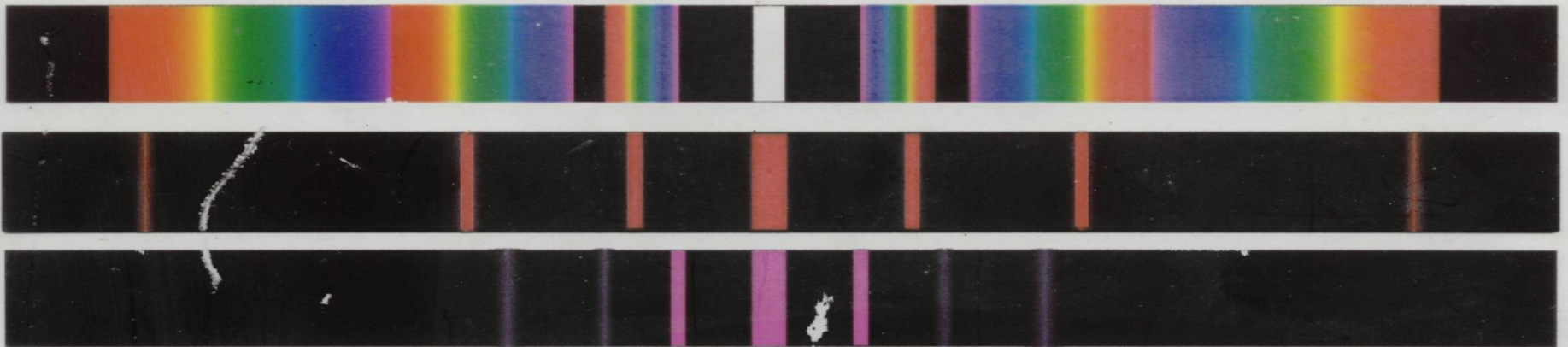
поток  
параллельных  
лучей

дифракционная  
решетка

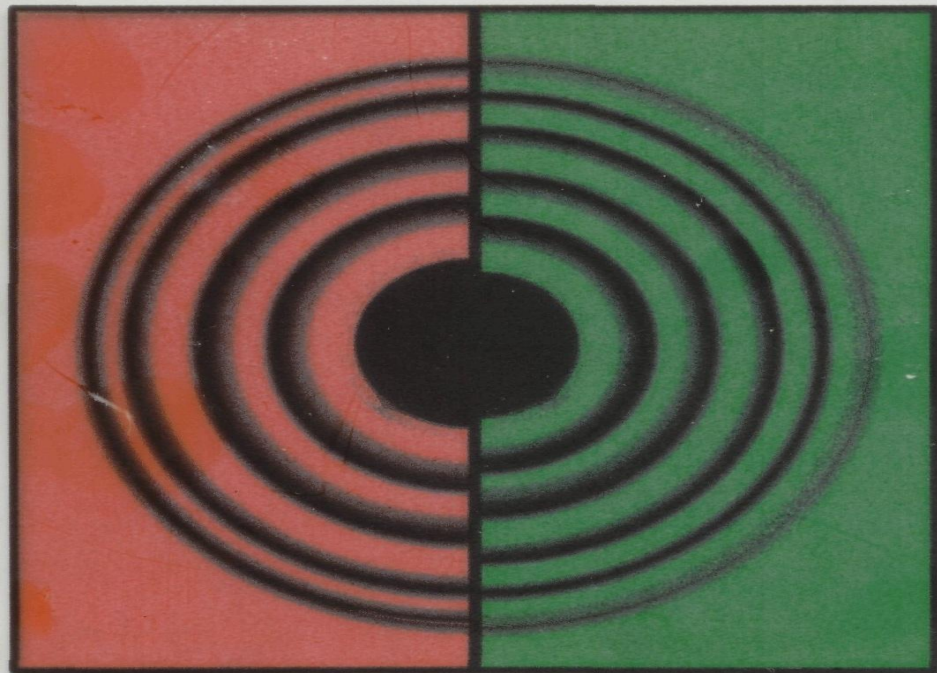
$$d \sin \phi = m \lambda$$

$d$  - период решетки,  
 $\phi$  - угол дифракции,  
 $m$  - номер максимума.

$J$  - распределение  
интенсивности  
на экране



Дифракционные спектры белого,  
красного ( $\lambda = 7,6 \cdot 10^{-7}$  н м) и фиолетового ( $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$  н м) света



**Радиусы темных  
колец Ньютона**  
(в отраженном свете)

$$r = \sqrt{m\lambda R}$$

$m$  - номер кольца,  
 $\lambda$  - длина волны света,  
 $R$  - радиус линзы

**Длины волн  
монохроматического  
света:**

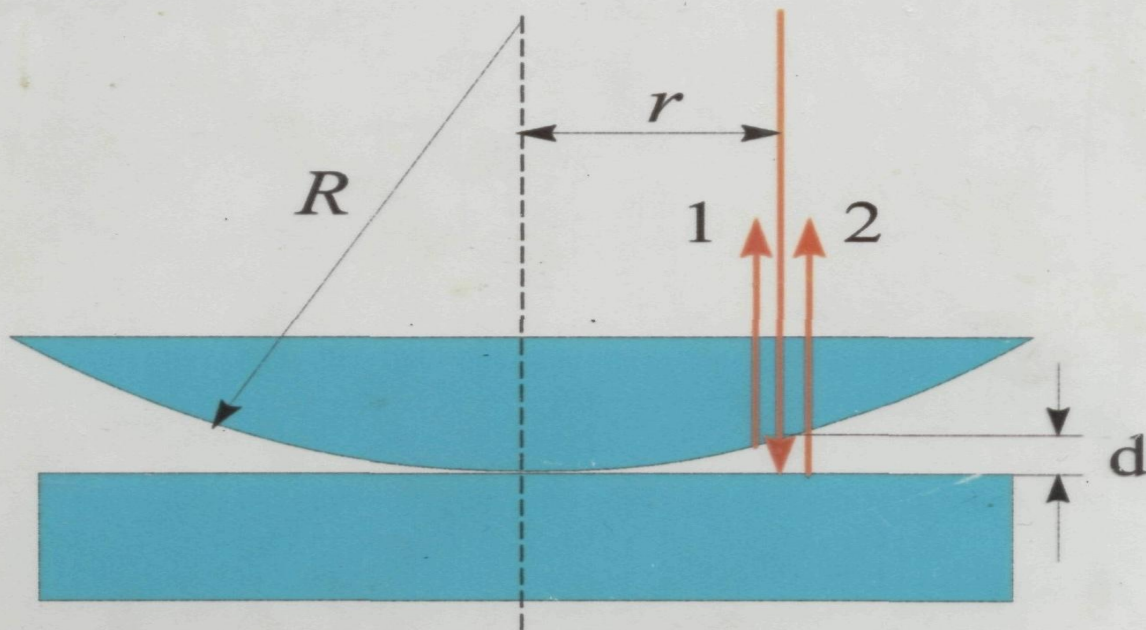
$$\lambda_1 \approx 7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

(для красного)

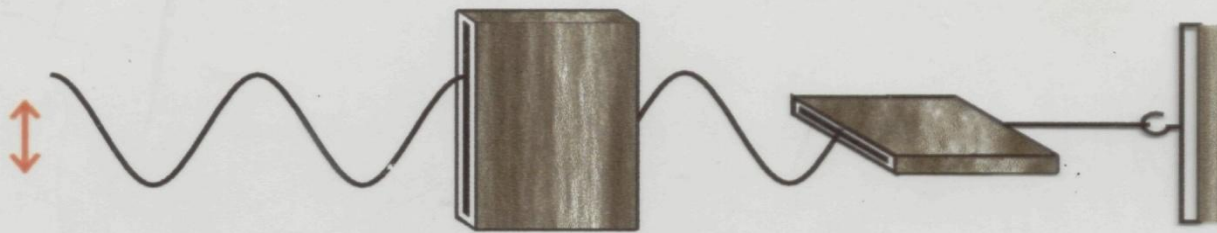
$$\lambda_2 \approx 5,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

(для зеленого)

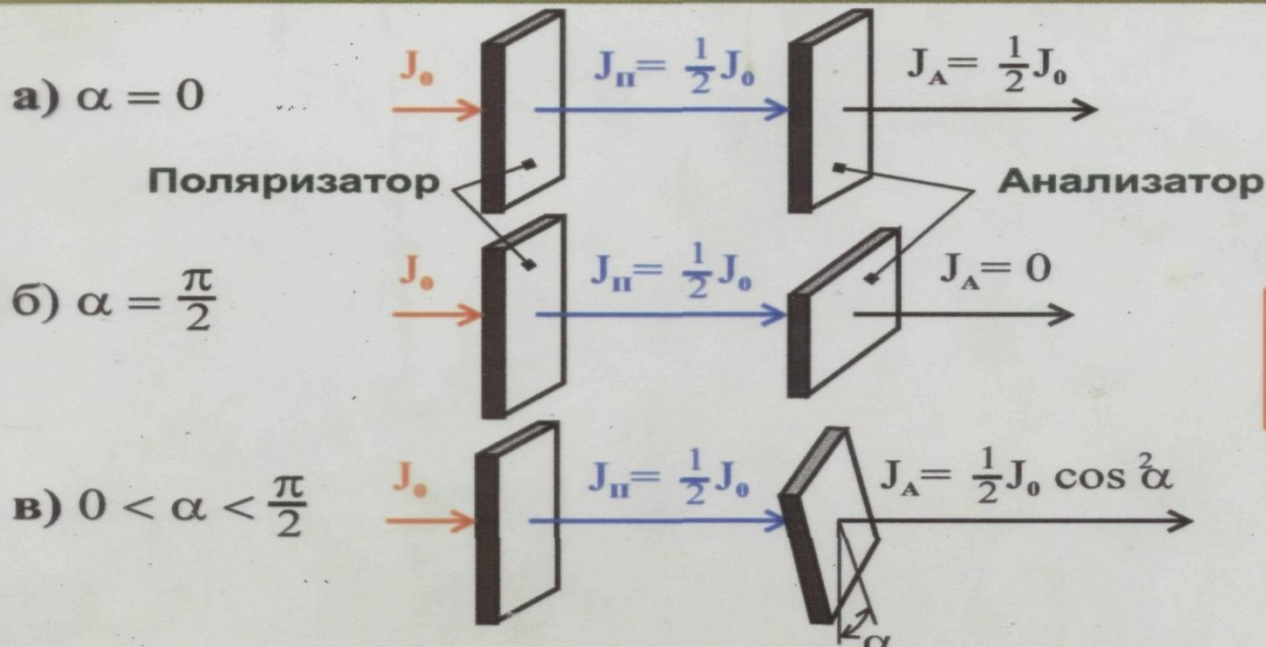
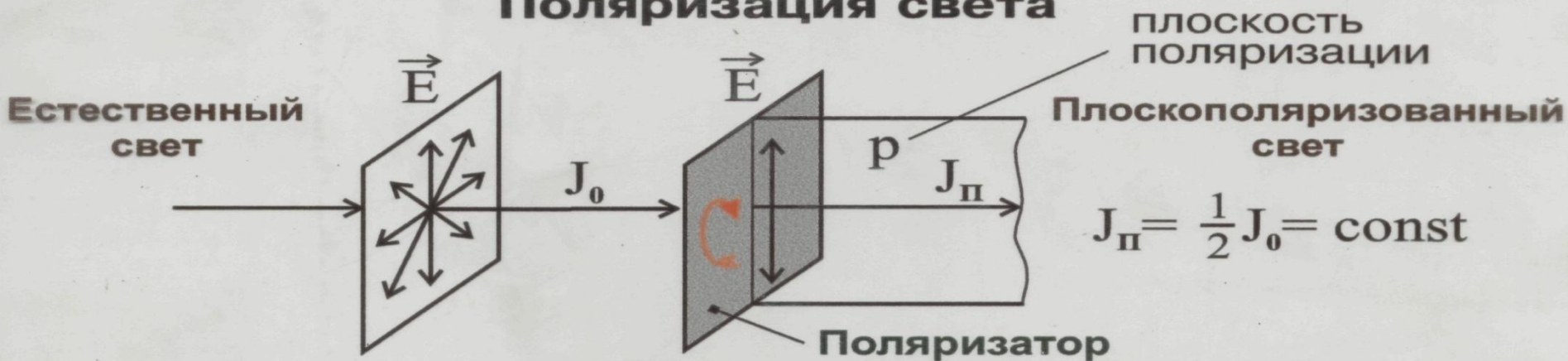
$$r_1 > r_2$$



## Поляризация механических волн



## Поляризация света

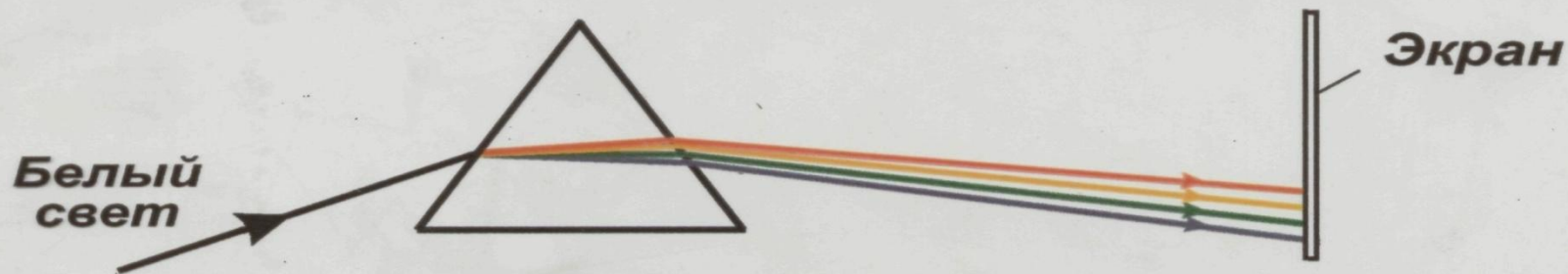


## Закон Малюса

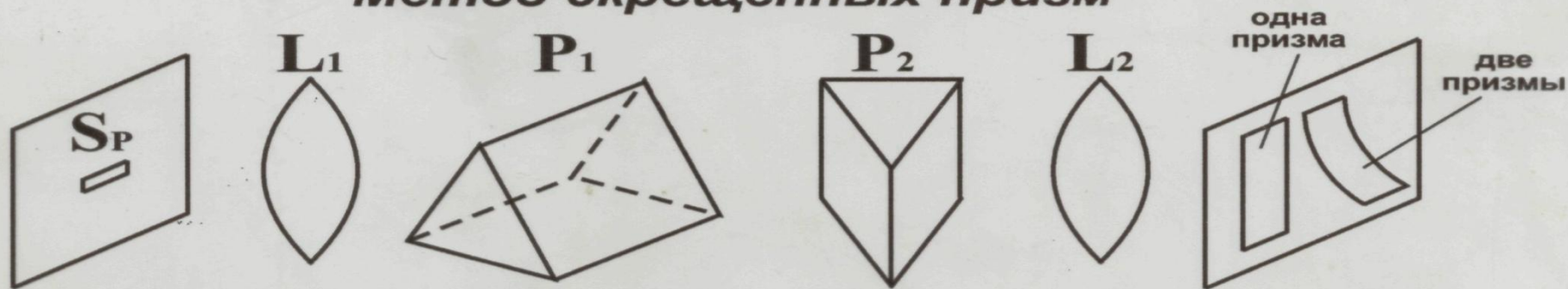
$$J_A = \frac{1}{2} J_0 \cos^2 \alpha$$



**Дисперсия** - зависимость фазовой скорости от длины волны (частоты). Для света  $v = c/n$ , поэтому дисперсия обусловлена зависимостью показателя преломления среды от частоты, т.е.  $n(\nu)$ .



**Метод скрещенных призм**



**Дисперсия**

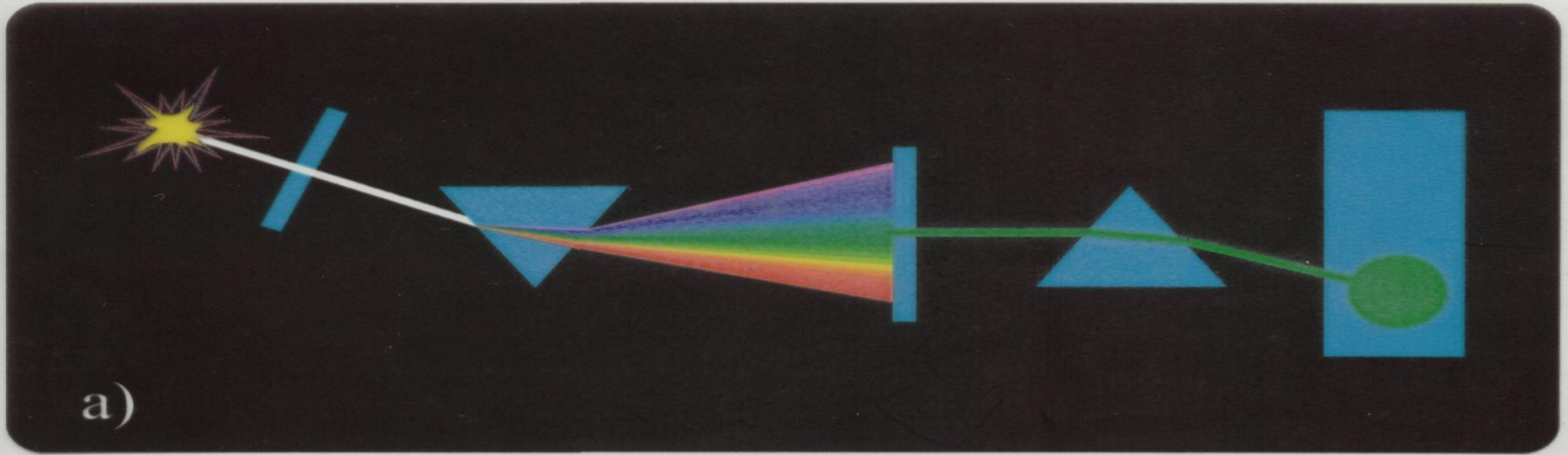


$$\frac{dn}{d\nu} > 0$$

нормальная дисперсия

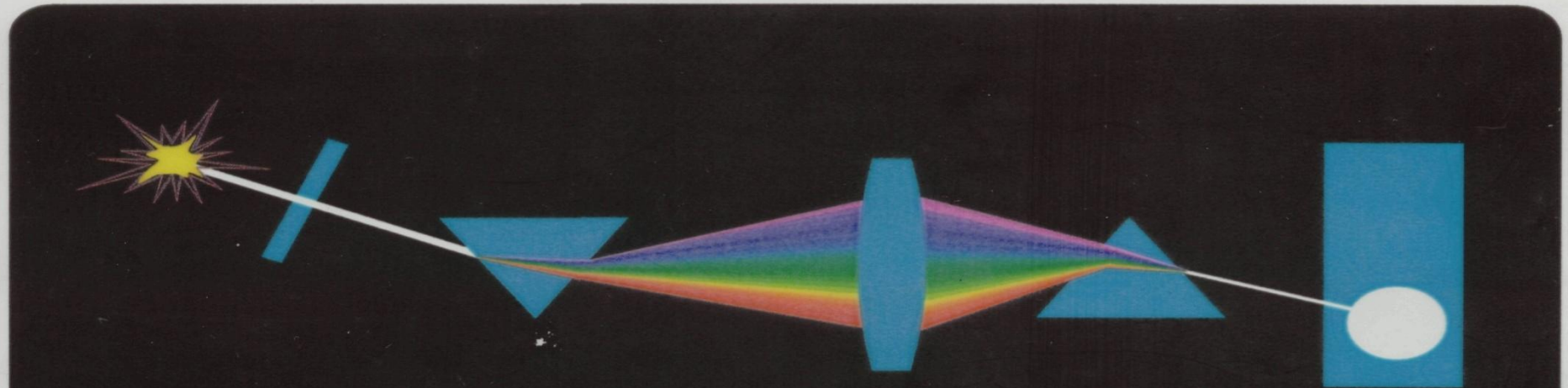
$$\frac{dn}{d\nu} < 0$$

аномальная дисперсия  
(в области сильного поглощения)



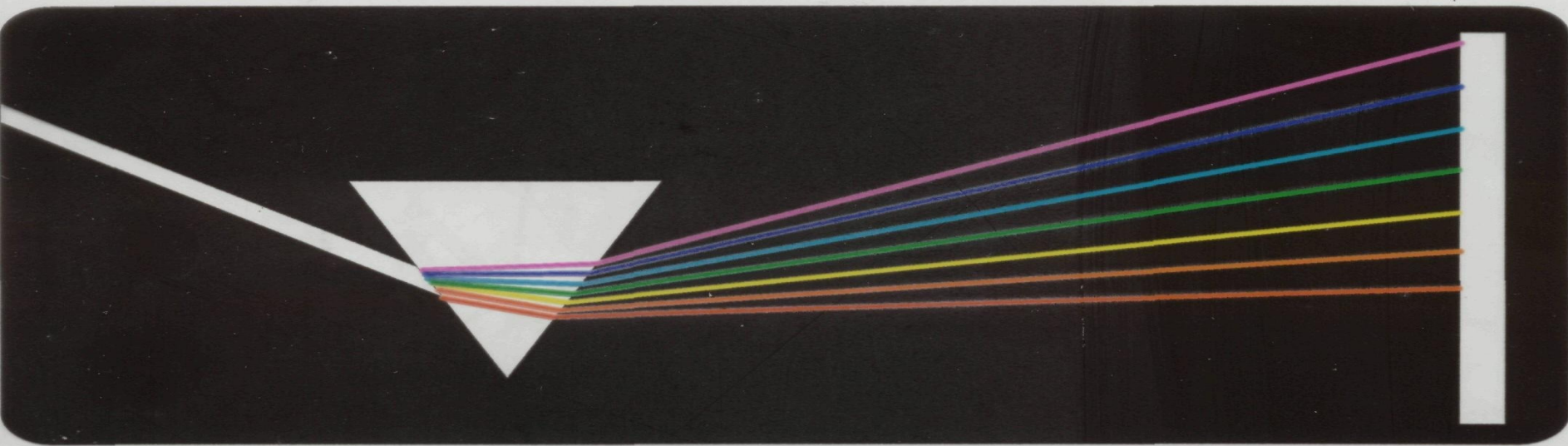
а)

Первая призма разлагает белый свет в спектр,  
вторая - преломляет выделенный диафрагмой  
монохроматический (зеленый) свет

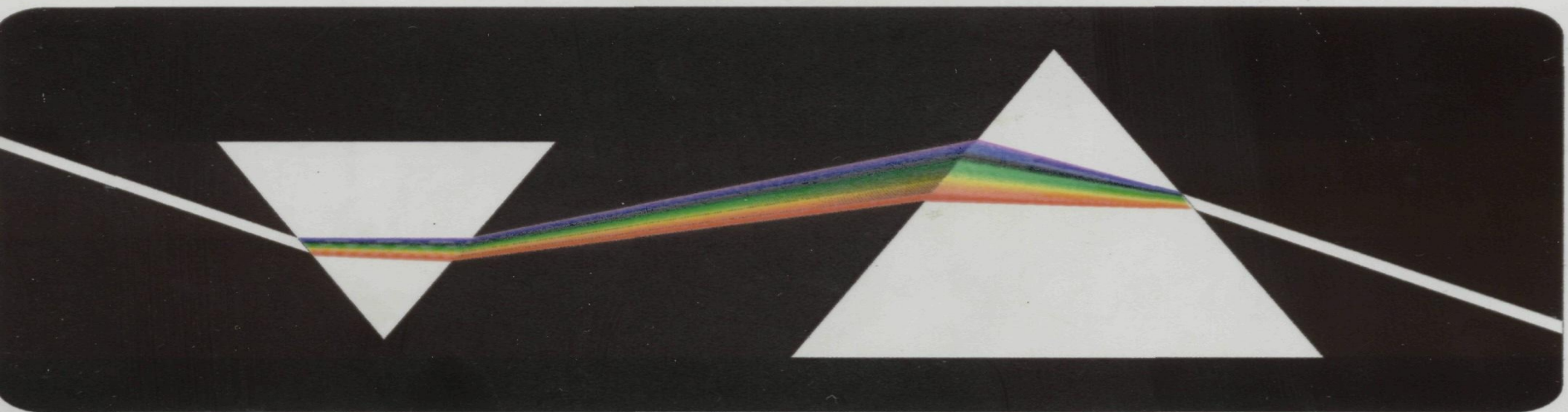


б)

# Схема разложения белого света в спектр с помощью призмы

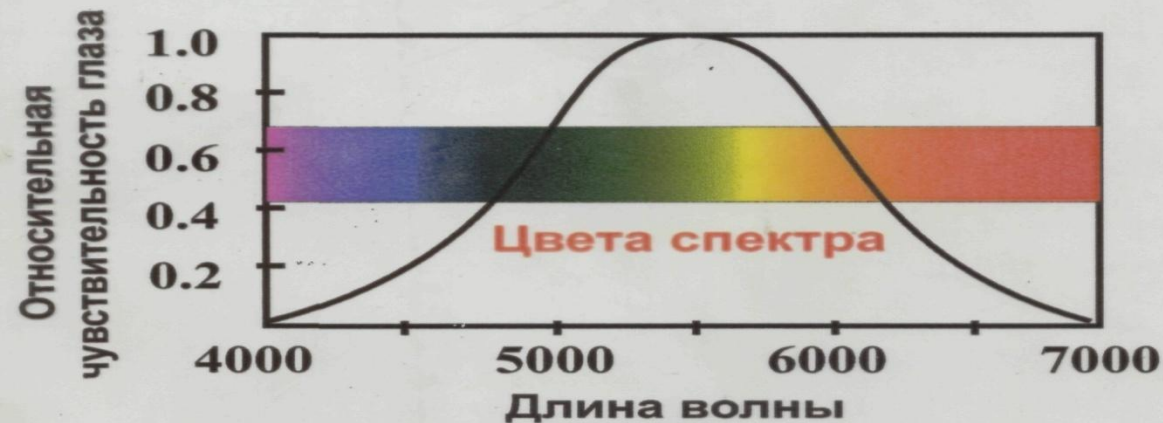
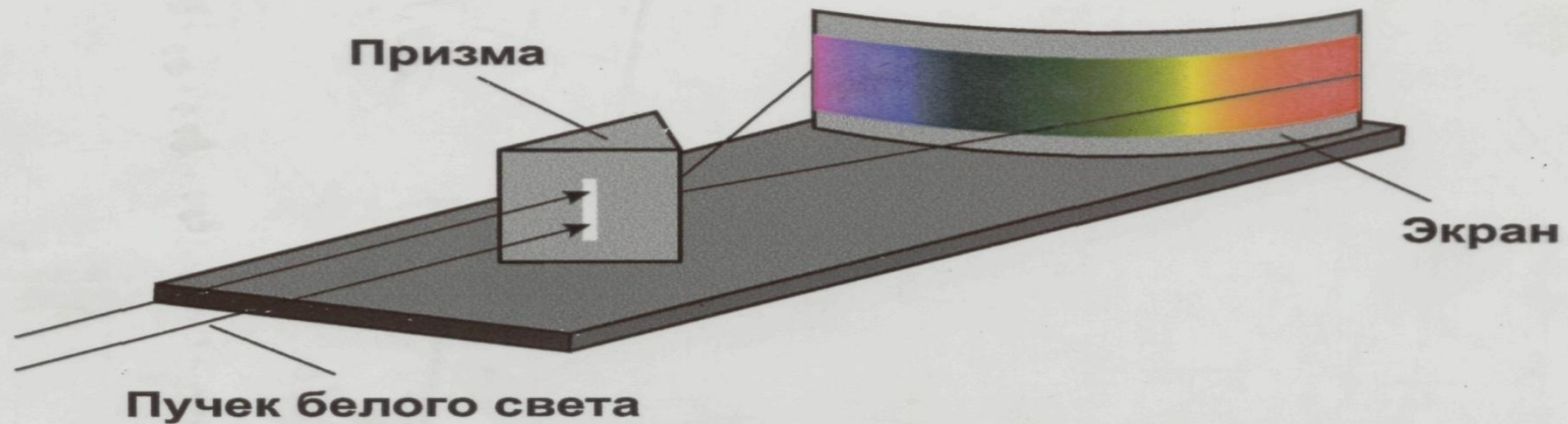


# Разложение и синтез белого света с помощью призм



# ОПТИКА

## Дисперсия света



Часть спектра, заключенная в пределах кривой, кажется наблюдателю наиболее яркой.



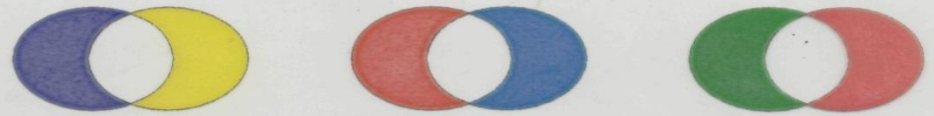
Непрерывный спектр белого света. Длины волн указаны в ангстремах.

# ОПТИКА

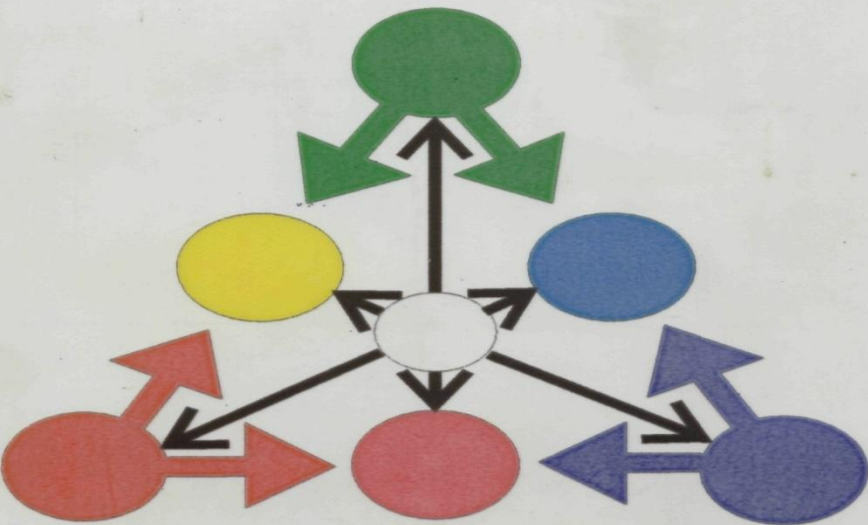
## Основные и дополнительные цвета



**Смешение основных цветов**

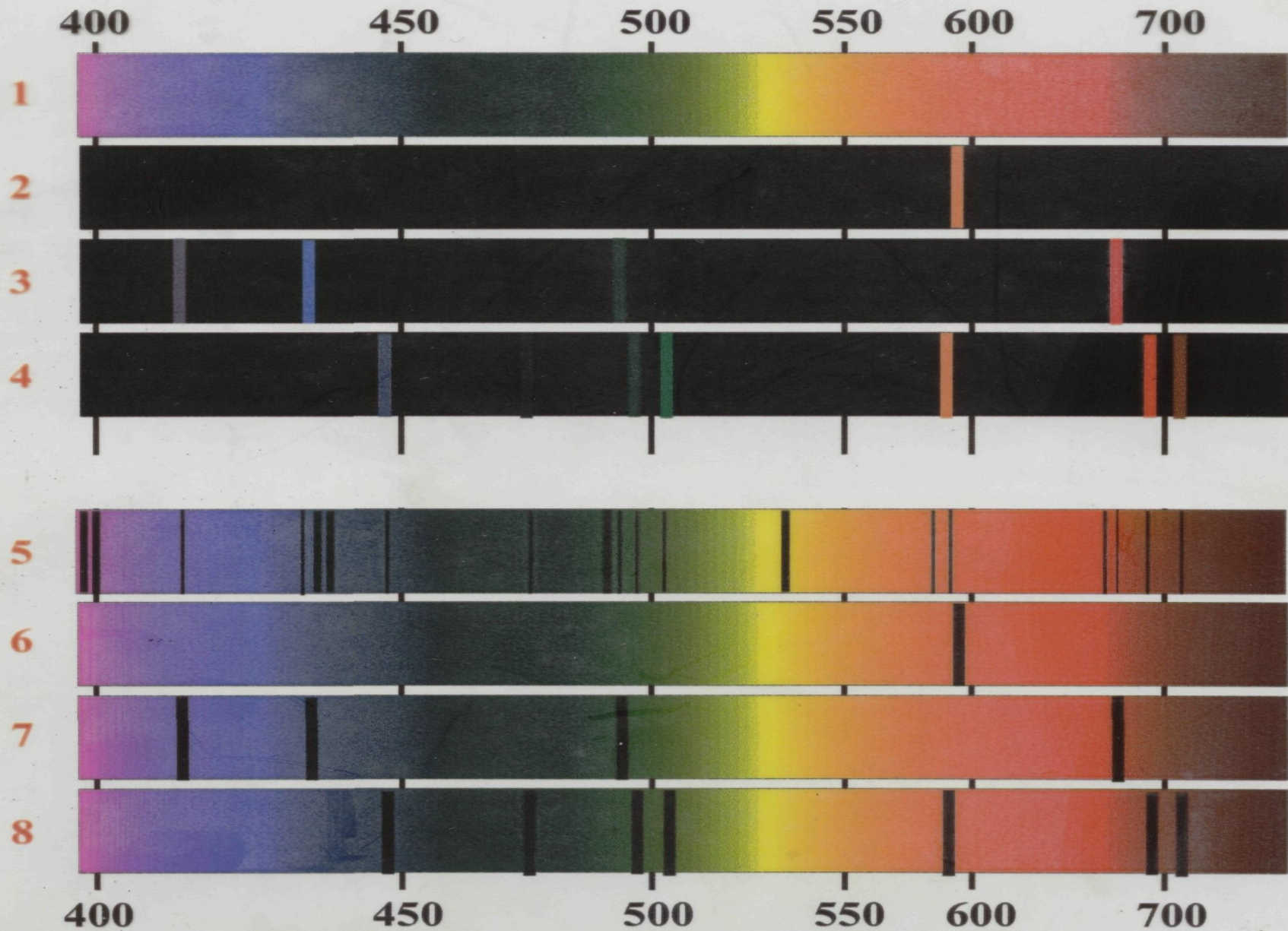


**Смешение дополнительных цветов для получения белого цвета**



**Цветовой треугольник**

1. Сложение двух цветов, находящихся в углах треугольника дает цвет, указанный в промежутке.
2. Цвета, расположенные в треугольнике противоположно друг другу, являются дополнительными и при сложении дают белый цвет.

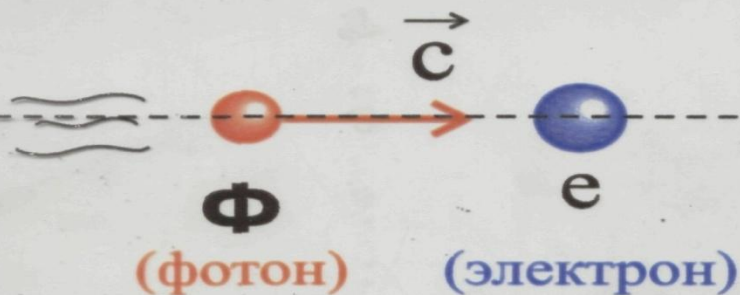


Спектры испускания: 1-сплошной; 2-натрия; 3-водорода; 4-гелия.  
Спектры поглощения: 5-солнечный; 6-натрия; 7-водорода; 8-гелия

# Искривление траектории света под действием гравитации.



До соударения  
(абсолютно упругого)



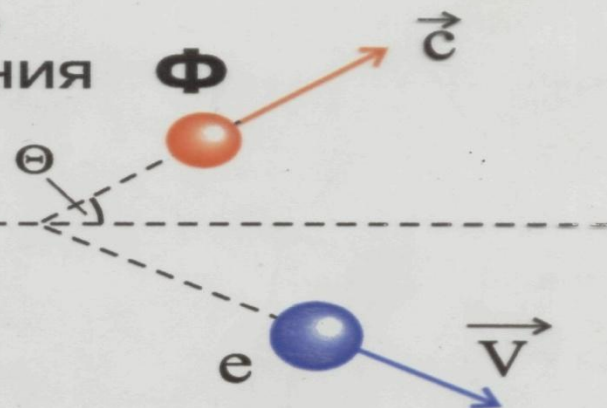
Энергия и импульс фотона

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega, p_{\Phi} = h/\lambda = \hbar k,$$

Энергия и импульс электрона

$$E = m_0 c^2, p = 0$$

После соударения



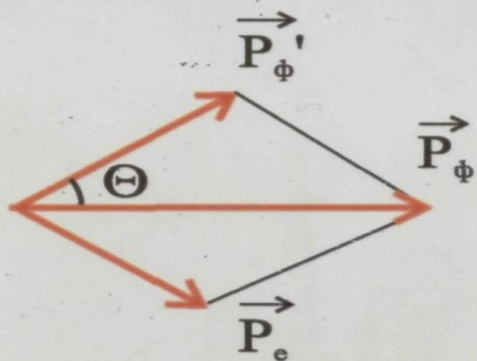
Энергия и импульс фотона

$$\varepsilon = h\nu' = \hbar\omega', p'_{\Phi} = h/\lambda' = \hbar k'$$

Энергия и импульс электрона

$$E = mc^2, p_e = mV$$

**Из законов сохранения энергии и импульса**



$$\begin{cases} h\nu + m_0 c^2 = h\nu' + mc^2 \\ \vec{p}_{\Phi} = \vec{p}'_{\Phi} + \vec{p}_e \end{cases}$$

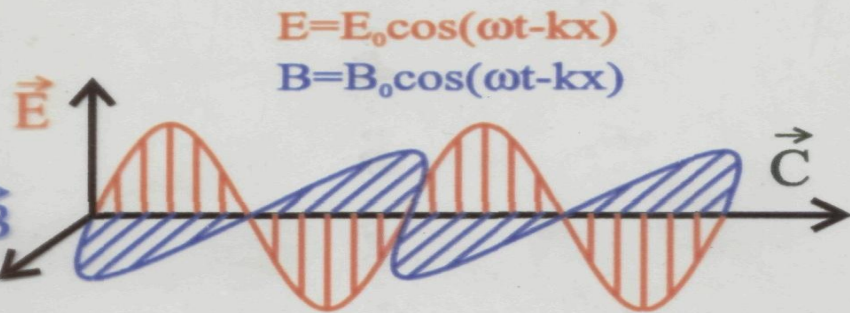
длина волны фотона после соударения изменится на величину

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2\lambda_K \sin^2 \frac{\Theta}{2},$$

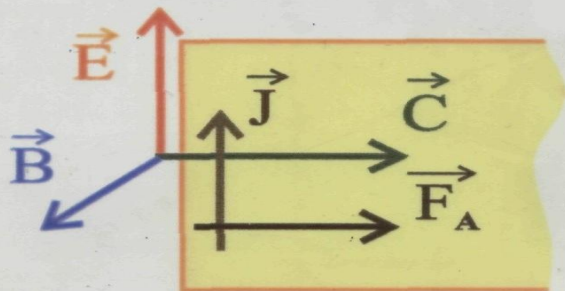
где  $\lambda_K = \frac{h}{m_0 c} = 2,4 \cdot 10^{-10} \text{ м}$



Свет - электромагнитная волна



**Если световой поток падает на поверхность:**



возникает ток :

$$J \sim E$$

на ток действует сила Ампера.  
её направление определяется по  
правилу левой руки :

$$F_A \sim J \cdot B$$

Давление света :

$$P \cong \frac{F_A}{S}$$

Свет - поток частиц, фотонов



Импульс фотона	$P_\Phi = \frac{h}{\lambda}$
Энергия фотона	$W_\Phi = h\nu$
Масса фотона	$m_\Phi = \frac{h\nu}{c^2}$



Импульс фотона изменяется :

$$\Delta P_\Phi = \begin{cases} m_\Phi c & \text{полное поглощение} \\ 2m_\Phi c & \text{полное отражение} \end{cases}$$

Изменение импульса приводит к  
появлению силы, действующей на  
фотон (Закон Ньютона) :

$$\vec{F}_\Phi = \frac{\Delta \vec{P}_\Phi}{\Delta t}$$

Сила, действующая на поверхность  
(по 3-му закону Ньютона) :

$$-F_\Phi = F_\Pi$$

Давление света :  $P = \frac{F_\Pi}{S}$

### Скорость фотона:

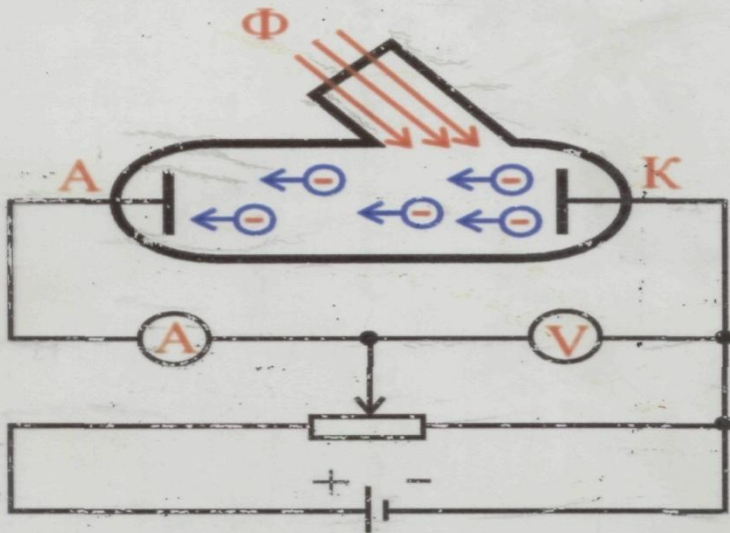
в вакууме  $c = 299\,924,458$  км/с

в среде -  $V = c/n$

### Масса фотона:

$$mc^2 = h\nu \Rightarrow m = \frac{h\nu}{c^2},$$

$$m_0 (V = 0) = 0$$



### Формула Эйнштейна

$$h\nu = A + \frac{m \cdot V_{\max}^2}{2}$$

$$h\nu \geq A, \quad \nu_{\min} = A/h$$

### Энергия фотона:

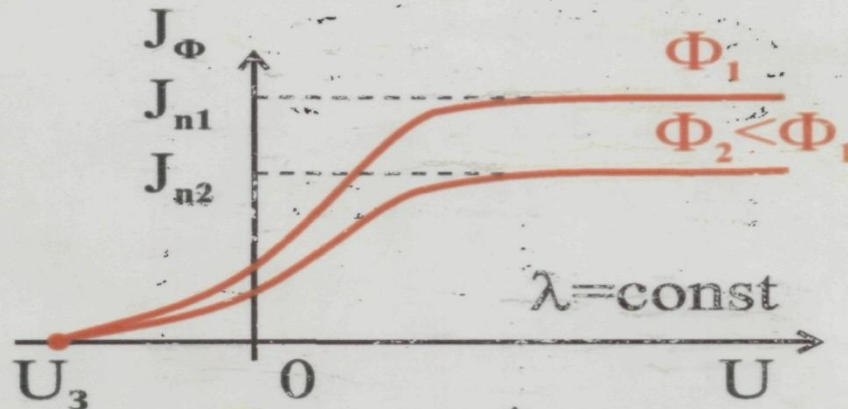
$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega,$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,0545887 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$$

### Импульс фотона:

$$p = mc = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$J_p \sim \Phi$$



$$\frac{mV_{\max}^2}{2} = eU_3$$

$$h\nu = A + eU_3$$

$$U_3 = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}$$

