

011001110₂

AV.19₁₆

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ



Методическое пособие



175₈

Понятие системы счисления

Система счисления — это способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков.





Цифра



Цифра — это условный знак для записи чисел.

Пример: в десятичной системе счисления 10 цифр

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

С помощью этих цифр записываются десятичные числа.

Два вида систем счисления

Существуют
ПОЗИЦИОННЫЕ
И
НЕПОЗИЦИОННЫЕ
СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ.

Непозиционные системы счисления

В непозиционных системах вес цифры (т.е. тот вклад, который она вносит в значение числа) **не зависит от ее позиции** в записи числа.

Пример: В римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти.

Позиционные системы счисления

В позиционных системах счисления вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число.

Пример: В десятичном числе 757,7 первая семерка означает 7 сотен, вторая – 7 единиц, а третья – 7 десятых долей единицы.

Запись числа как суммы произведений

Запись числа $757,7_{10}$ означает сокращенную запись выражения

$$\begin{aligned} &700 + 50 + 7 + 0,7 = \\ &= 7 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^{-1} = \\ &= 757,7_{10} \end{aligned}$$

Расстановка позиций цифр в числе

2 1 0 -1 -2

757,72₁₀

**Любая позиционная система
счисления характеризуется своим**

основанием

Основание определяет

- **Название системы счисления**
- **Количество цифр в этой системе счисления**

Двоичная система счисления

0

1



1 0 1 0 0 0 1



Двоичная система счисления

Электрический сигнал, передающий информацию в ПК, может иметь один из двух уровней напряжения: **низкий** (кодируется **нулем**) и **высокий** (кодируется **единицей**). Обработка двоичного кода происходит по законам двоичной системы счисления.



Правило перевода чисел из любой позиционной системы счисления в десятичную

Переводимое число необходимо записать в виде суммы произведений цифр числа на основание системы счисления в степени, соответствующей позиции цифры в числе.

Пример перевода из двоичной системы счисления в десятичную

5 4 3 2 1 0 -1 -2

$$\begin{aligned} 111000.11_2 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = \\ &= 32 + 16 + 8 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \\ &= 56,75_{10} \end{aligned}$$

Восьмеричная система счисления



Пример перевода из восьмеричной системы счисления в десятичную

$$\begin{array}{cccc} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \end{array} \\ 421.5_8 = 4 \cdot 8^2 + 2 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} = \\ = 256 + 16 + 1 + 5/8 = \\ = 273,625_{10}$$

Шестнадцатеричная система счисления



Пример перевода из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную

1 0 -1

$$\begin{aligned}A7.C_{16} &= 10 \cdot 16^1 + 7 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^{-1} = \\ &= 160 + 7 + 12/16 = \\ &= 167,75_{10}\end{aligned}$$

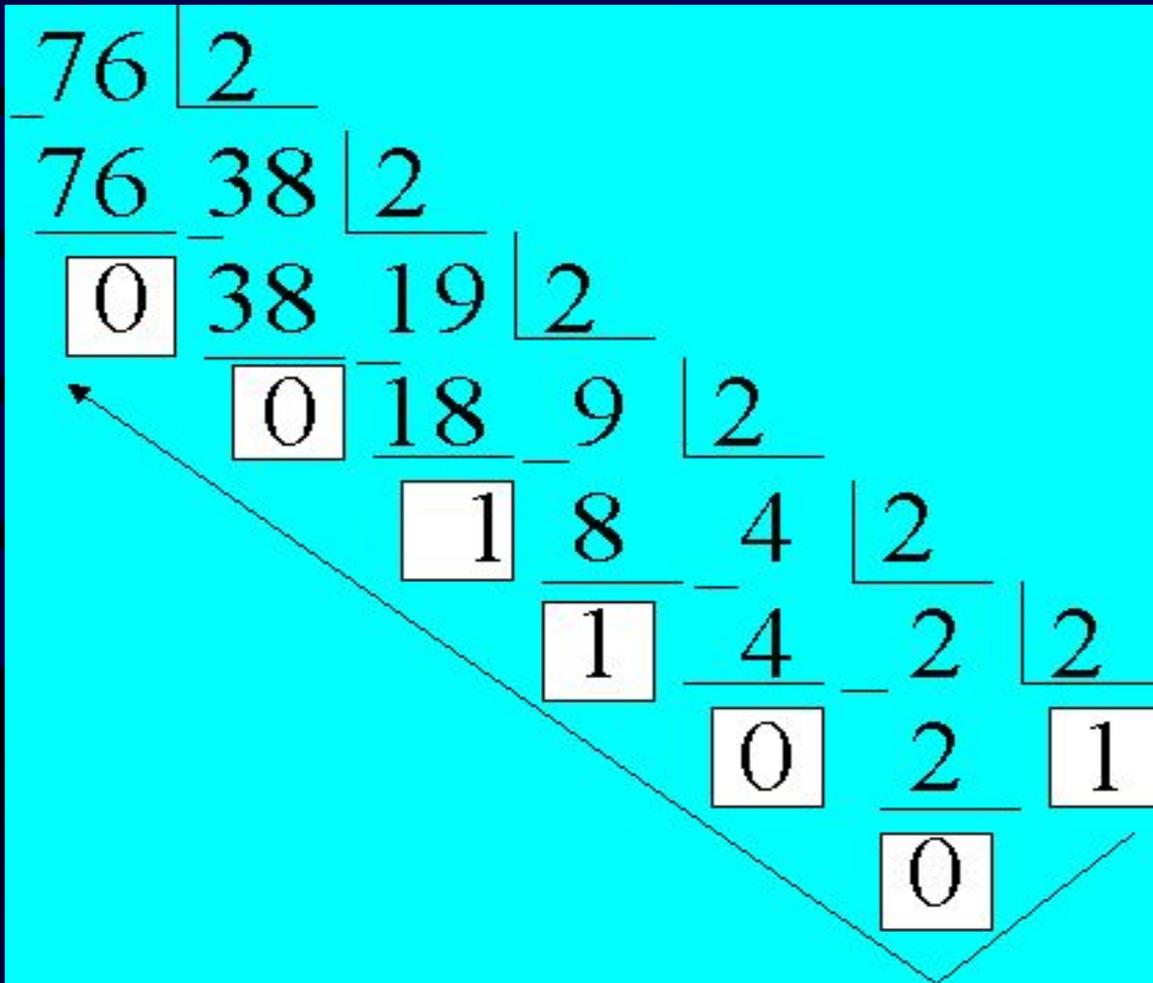
Правило перевода чисел из десятичной системы счисления в двоичную

Перевод целой части

сводится к записи в обратном порядке остатков от деления исходного числа и каждого последующего частного на 2.

Дробная часть получается из целых частей (0 или 1) при ее последовательном умножении на 2 до тех пор, пока дробная часть не обратится в 0 или получится требуемое количество знаков после разделительной точки.

$$76_{10} = 1001100_2$$



$$\begin{array}{r} \times 0,375 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \boxed{0},750 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \boxed{1},500 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times \boxed{1},000 \\ \hline \end{array}$$



$$0,375_{10} = 0,011_2$$

Запись в десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления первых двух десятков целых чисел

10 - я	2 - я	8 - я	16 - я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9

10 - я	2 - я	8 - я	16 - я
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13

Родственные системы

Двоичная,
основание $2 = 2^1$



Восьмеричная,
основание $8 = 2^3$

Шестнадцатеричная,
основание $16 = 2^4$

Родственные системы

Запись двоичных чисел вне ЭВМ очень громоздкая. Для сокращенной записи двоичных чисел используют 8-ричную и 16-ричную системы счисления.

При переводе из **двоичной** в **восьмеричную** систему каждые **три** двоичные цифры заменяются соответствующей восьмеричной цифрой.

При переводе из **двоичной** в **шестнадцатеричную** каждые **четыре** двоичные цифры заменяются одной шестнадцатеричной цифрой.

Примеры перевода из двоичной системы счисления в восьмеричную

$$100110111.001_2 = 100\ 110\ 111.001_2$$

$$100110111.001_2 = 4\ 6\ 7.1_8$$

$$10100101110.11_2 = 010\ 100\ 101\ 110.110_2$$

$$10100101110.11_2 = 2\ 4\ 5\ 6.6_8$$

Перевод из восьмеричной системы счисления в двоичную

Такой перевод осуществляется путем подстановки: каждая 8-ричная цифра заменяется на соответствующие ей три двоичных.

$$74.6_8 = 111\ 100.110_2$$

$$310.5_8 = 011\ 001\ 000.101_2$$

Примеры перевода из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную

$$100110111.001_2 = 0001\ 0011\ 0111.0010_2$$

$$100110111.001_2 = 1\ 3\ 7.2_{16}$$

$$10100101110.11_2 = 0101\ 0010\ 1110.1100_2$$

$$10100101110.11_2 = 5\ 2\ E.C_{16}$$

Перевод из шестнадцатеричной системы в двоичную

Такой перевод осуществляется путем обратной подстановки: каждая 16-ричная цифра заменяется на соответствующие ей четыре двоичных.

$$C1B.3_{16} = 1100 \ 0001 \ 1011. \ 0011_2$$

$$AF0.1_{16} = 1010 \ 1111 \ 0000. \ 0001_2$$