
Практика 3

Системы счисления

- **Основание системы** – это число для переноса в старший разряд системы (в десятичной системе – 10).
- Количество цифр равно основанию системы счисления.
- Существуют **10 с/с**, **8 с/с**, **16 с/с**, **2 с/с**.
- Двоичная с/с введена для удобства аппаратной реализации, 8 с/с и 16 с/с – для удобства записи двоичных цифр.

10 c/c	8 c/c	16 c/c	2 c/c
0	0	0	0
1	1	1	1
2	2	2	10
3	3	3	11
4	4	4	100
5	5	5	101
6	6	6	110
7	7	7	111
8	10	8	1000
9	11	9	1001
10	12	A	1010
11	13	B	1011
12	14	C	1100
13	15	D	1101
14	16	E	1110
15	17	F	1111
16	20	10	10000
17	21	11	10001
18	22	12	10010
19	23	13	10011
20	24	14	10100

Перевод чисел из одной системы счисления в другую

- Число 777_{10} можно записать:

$$777 = 7 * 10^2 + 7 * 10^1 + 7 * 10^0,$$

- В любой системе целое число представляется суммой степеней основания (причем степень - натуральное число), т.е. весовых коэффициентов, умноженных на цифры числа.

$$N = K_n q^n + K_{n-1} q^{n-1} + \dots + K_0 q^0,$$

- где N - представляемое число, K - коэффициенты (цифры числа), q - основание системы, $q^n - \dots - q^0$ - весовые коэффициенты

- $1000101_{(2)} = 1 * 2^6 + 0 * 2^5 + 0 * 2^4 + 0 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$

- В восьмеричной системе счисления:

$$276_{(8)} = 2 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0$$

- В шестнадцатеричной системе:

$$A8F_{(16)} = 10 \cdot 16^2 + 8 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0$$

- В двоично-десятичной системе каждый разряд десятичного числа представляется отдельным двоичным числом.

- **Упражнения**

Представьте в развернутой форме числа:

$$12345_{(10)}, 11010_{(2)}, 12345_{(8)}, 2AB7_{(16)}$$

- Перевод целых двоичных чисел из двоичной системы счисления в десятичную:

$$1010_{(2)} = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 10_{(10)}$$

- Необходимо запомнить ряд весовых коэффициентов ...8 4 2 1 двоичного кода (... 2^3 2^2 2^1 2^0) и суммировать те из них, в разрядах которых содержатся единицы, т.е.

8 4 2 1

$$1 0 1 0_{(2)} = 10_{(10)}, \text{ т.к. } 8+2=10,$$

$$0 1 1 0_{(2)} = 6_{(10)}, \text{ т.к. } 4+2=6.$$

- Для *перевода целых десятичных чисел в двоичные* необходимо единицы проставить в тех разрядах, сумма весовых коэффициентов которых равна преобразуемому десятичному числу, например:

16 8 4 2 1

$$5_{10} = 0 1 0 1, \text{ т.к. } 4+1=5$$

$$7_{10} = 0 1 1 1, \text{ т.к. } 4+2+1=7$$

$$8_{10} = 1 0 0 0,$$

$$22_{10} = 1 0 1 1 0$$

- При переводе больших чисел необходимо десятичное число последовательно делить на число, равное основанию системы (т.е. на 2) до тех пор, пока не получится частное, меньшее основания. При этом, число в новой системе запишется в виде остатков деления, начиная с последнего.

Например:

$$\begin{array}{r}
 327 \underline{\underline{2}} \\
 1 \ 163 \underline{\underline{2}} \\
 \quad 1 \ 81 \underline{\underline{2}} \\
 \quad \quad 1 \ 40 \underline{\underline{2}} \\
 \quad \quad \quad 0 \ 20 \underline{\underline{2}} \\
 \quad \quad \quad \quad 0 \ 10 \underline{\underline{2}} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 0 \ 5 \underline{\underline{2}} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \ 2 \underline{\underline{2}} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \ 1
 \end{array}$$

Искомое двоичное число записывается справа налево

$$327_{10} = 101000111_2$$

- Перевод десятичных чисел в восьмеричную и шестнадцатеричную системы производится по такому же алгоритму, например:

$$\begin{array}{r|l}
 3215 & \underline{8} \\
 \hline
 7 & 401 \\
 & \underline{8} \\
 & 1 \ 50 \\
 & \underline{8} \\
 & 2 \ 6
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 3215 & \underline{16} \\
 \hline
 15 & 200 \\
 & \underline{16} \\
 & 8 \ 12 \\
 & \underline{16} \\
 & (F) \ 8 \ 12 \\
 & (C)
 \end{array}$$

$$3215_{10} = 6217_8 = C8F_{16}$$

- Перевод шестнадцатеричных чисел в двоичную систему достигается представлением цифр шестнадцатеричного числа четырехразрядными двоичными числами, например:

$$A7B_{16} = 1010\ 0111\ 1011_2$$

- При обратном переводе чисел из двоичной системы в восьмеричную или шестнадцатеричную системы счисления необходимо разряды двоичного числа разбить справа налево на группы по три разряда в случае перевода в восьмеричную систему или на группы по четыре разряда в случае перевода в шестнадцатеричную систему счисления. Неполные крайние левые группы при необходимости дополняются нулями. Затем каждая двоичная группа представляется цифрой той системы счисления, в которую переводится число, например:

$$001\ 111_2 = 17_8; 0101\ 1100_2 = 5C_{16}$$

- В двоично - десятичной системе счисления каждый разряд десятичного числа заменяется четырехразрядным двоичным эквивалентом, например:

$$1998_{10} = 0001\ 1001\ 1001\ 1000_{2/10}$$

Упражнения

- 3.2. Представьте в двоичной системе числа: $3_{(10)}$, $13_{(10)}$, $26_{(10)}$, $731_{(10)}$.
- 3.3. Представьте в десятичной системе числа: $1_{(2)}$, $10_{(2)}$, $101_{(2)}$, $1110_{(2)}$, $101101_{(2)}$.
- 3.4. Представьте в восьмеричной и шестнадцатеричной системах число $93567_{(10)}$.
- 4.5. Представьте в восьмеричной системе число $111\ 101\ 000_{(2)}$.
- 3.6. Представьте в шестнадцатеричной системе число $1011\ 1111\ 0000\ 0011_{(2)}$.
- 3.7. Представьте в двоично-десятичной системе число $3257_{(10)}$.
- 3.8. Представьте в десятичной системе число $1001\ 0111\ 1000\ 0001_{(2/10)}$.