

МЕХАНИКА ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

Основные понятия МЖГ

Изучает условия равновесия и закономерности движения текучих сред – жидкостей и газов.

Допущения:

1. Текучие среды представляем как сплошную (дискретным, молекулярным строением пренебрегаем). Следствием полагаем рассмотрение свойств в элементарном объеме dV как в макроскопическом объеме.

Основные понятия МЖГ

2. Плотность жидкости (газа)

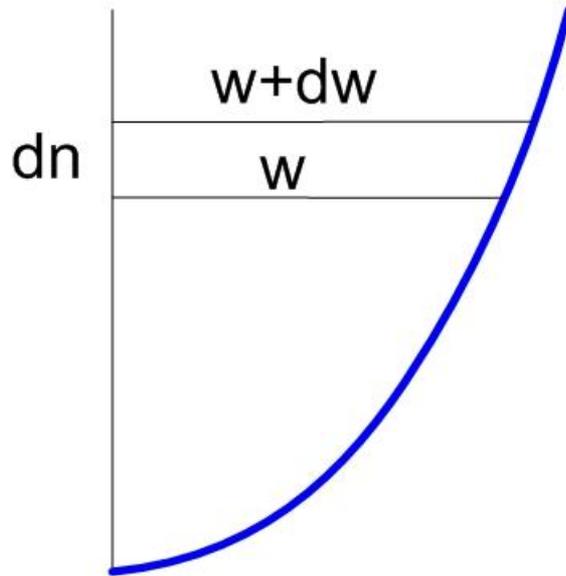
$$\rho = \frac{dM}{dV}$$

Если плотность постоянна, среда называется **несжимаемой**.

Если плотность переменна, то и среда сжимаема.

3. **Идеальная** среда лишена свойства вязкости (внутреннего трения). **Реальная** среда обладает свойствами вязкости (внутреннего трения).

Касательные
напряжения (силы
трения на единицу
площади)



$$\tau = \mu \frac{dw}{dn} [\text{Па}]$$

$$T = \mu \frac{dw}{dn} F [H]$$

Коэффициент динамической вязкости μ , $\text{Па}\cdot\text{с}$

Коэффициент кинематической вязкости
 $\nu = \mu/\rho$, $\text{м}^2/\text{с}$

Кинематика газов и жидкостей

\vec{w} вектор скорости;

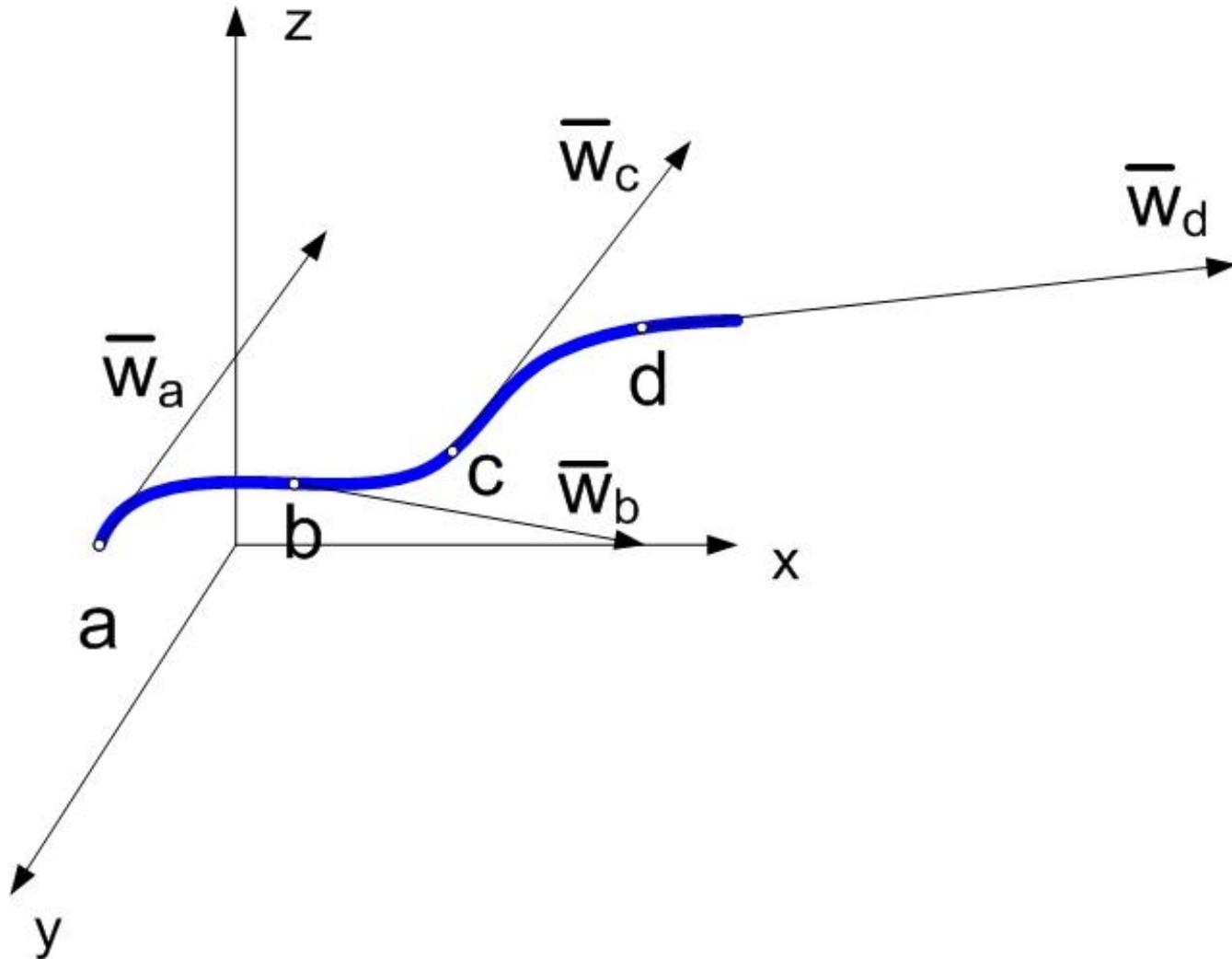
Способ Лагранжа – указывается поведение с течением времени каждой частицы, составляющей поток.

Способ Эйлера – устанавливается, что происходит в каждой точке потока в каждый момент времени.

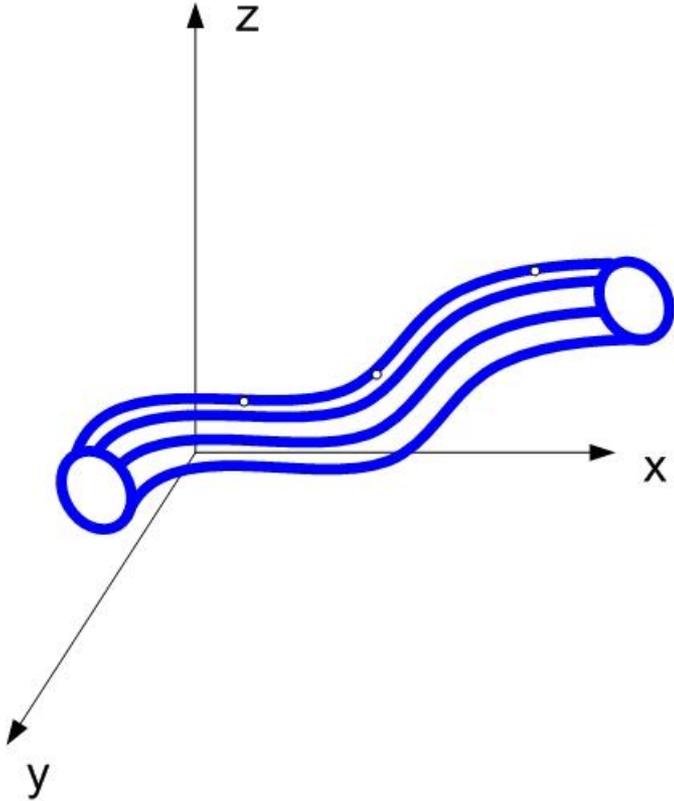
Стационарный поток (установившееся движение)

$$\frac{\partial w_x}{\partial \tau} = \frac{\partial w_y}{\partial \tau} = \frac{\partial w_z}{\partial \tau} = 0$$

Линия тока и трубка тока



Линия тока и трубка тока



В условиях стационарного движения:

- форма остается неизменной;
- поверхность непроницаема;
- скорость по сечению контура неизменна.

Важнейшая кинематическая характеристика – вектор скорости. Это и перемещения материальной точки

$$\boxed{\begin{matrix} \boxtimes \\ w = \frac{dl}{d\tau} \end{matrix}}$$

и объем, проходящий через единицу поверхности в единицу времени

$$\boxed{\begin{matrix} \boxtimes & & \boxtimes \\ w = \frac{d^2V}{d\tau dF} n \end{matrix}}$$

Вектор плотности потока массы

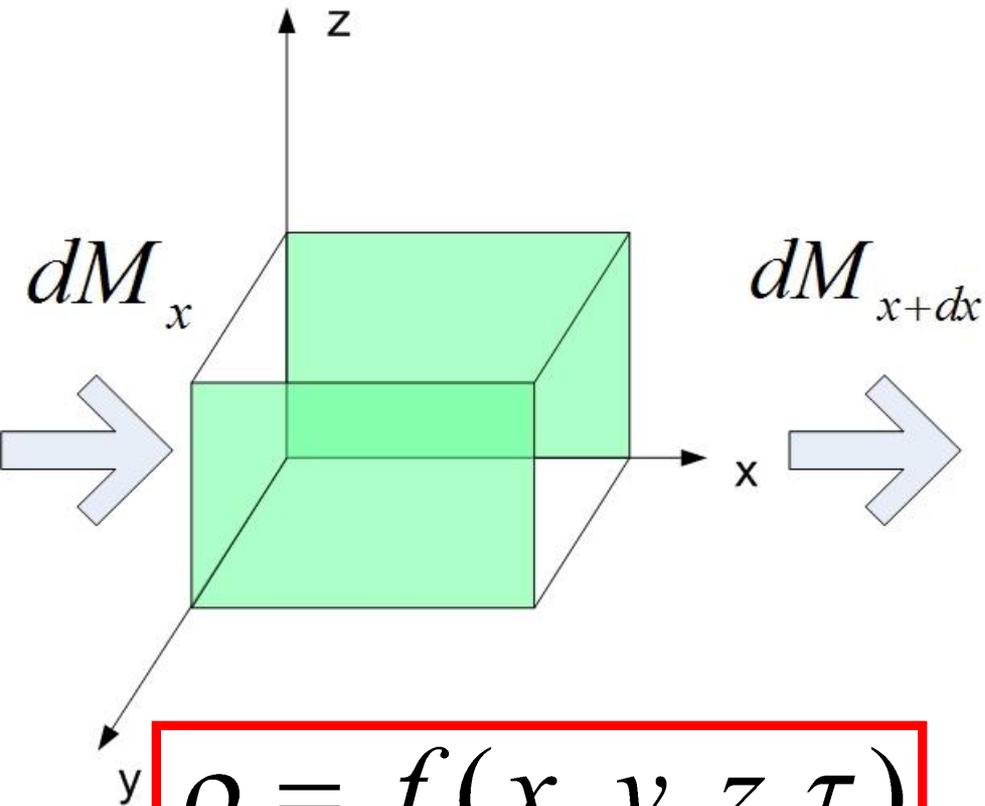


A small diagram showing a rectangular control volume element with a hatched pattern, representing a surface through which mass flows.

$$\rho w = \left[\frac{kg}{m^2 s} \right]$$

Представляет массу среды, проходящей через единицу поверхности, расположенную по нормали по отношению к данному вектору.

Уравнение неразрывности потока



Частный случай
сохранения массы.
Рассмотрим
произвольный поток
сжимаемой среды с
произвольным
распределением
плотности и
скорости по времени
и координатам.

$$\rho = f(x, y, z, \tau)$$

$$w = f(x, y, z, \tau)$$

Уравнение неразрывности потока

Найдем разность между массой вещества, поступающей в элементарный кубик за время $d\tau$, и массой, покинувшей его за это же время.

$$dM_x = \rho w_x dydzd\tau$$

$$dM_{x+dx} = \left(\rho w_x + \frac{\partial \rho w_x}{\partial x} dx \right) dydzd\tau$$

$$d^2 M_x = dM_x - dM_{x+dx} = -\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} dVd\tau$$

Уравнение неразрывности потока

Для всех осей элементарного кубика:

$$d^2 M = - \left[\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} \right] dV d\tau$$

$$d^2 M = \left[\frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right] dV d\tau$$

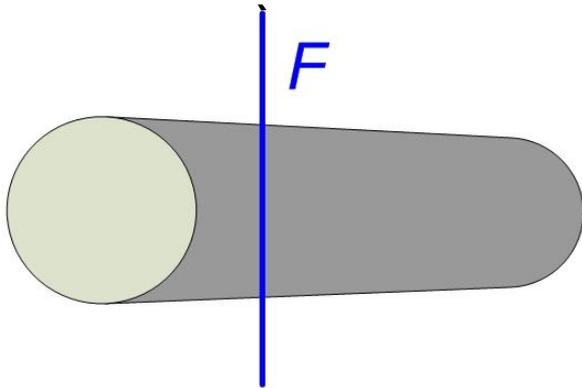
Уравнение неразрывности потока

В итоге получаем:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = - \left[\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} \right]$$

Уравнение неразрывности потока

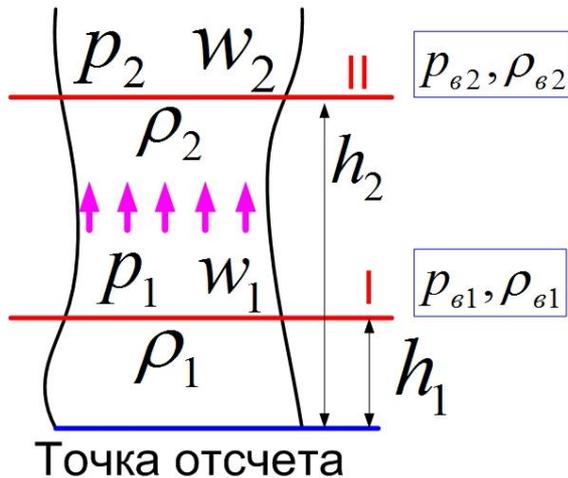
После упрощения и интегрирования для режима стационарного течения (плоская



$$\rho w = \frac{1}{F} \int \rho w dF$$

$$\rho w F = G = const$$
$$w_1 F_1 = w_2 F_2 = \dots = const$$

Уравнение изменения давления в движущемся потоке (уравнение Бернулли)



Для сечения I:

$$(p_1 - p_{\epsilon 1}) + \frac{w_1^2 \rho_1}{2} + gh_1(\rho_1 - \rho_{\epsilon 1})$$

Для сечения II:

$$(p_2 - p_{\epsilon 2}) + \frac{w_2^2 \rho_2}{2} + gh_2(\rho_2 - \rho_{\epsilon 2})$$

- произвольно выбираем точку отсчета;
- произвольно выбираем сечения;
- определяем изменение энергии потока в произвольно выбранных сечениях.

Уравнение изменения давления в движущемся потоке (уравнение Бернулли)

В результате для **идеальной** среды получаем:

$$P_{ст} + P_{дин} + P_{геом} = const$$

В результате для **реальной** среды получаем:

$$P_{ст} + P_{дин} + P_{геом} + P_{ном} = const$$

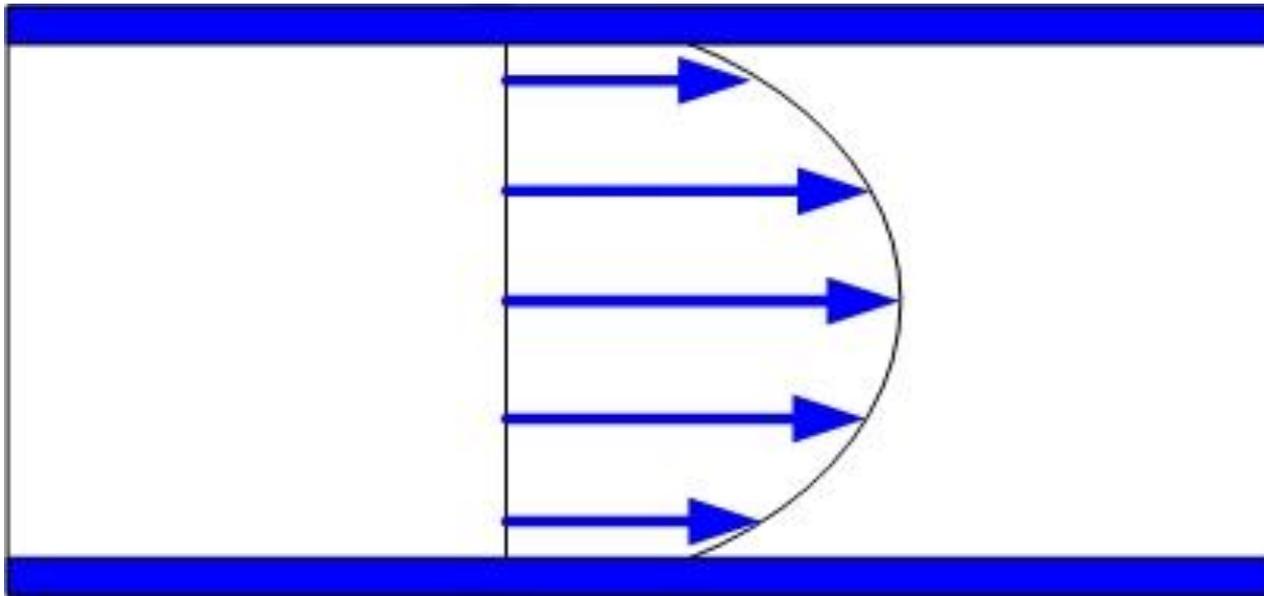
Динамика реальной среды. Режимы движения реальной среды

Движение реальной среды (жидкости и газа) характеризуется наличием сил трения, а сама среда – вязкостью.

Выделяют **ламинарный**, **переходный** и **турбулентный** режимы движения среды.

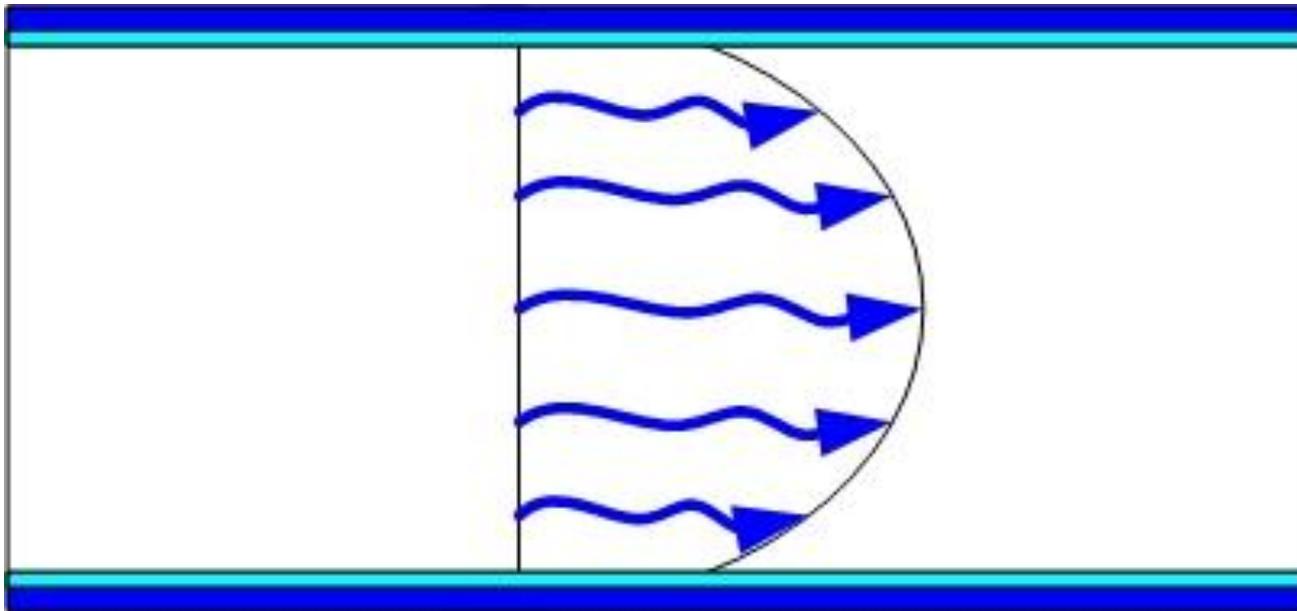
Динамика реальной среды. Режимы движения реальной среды

Ламинарный режим движения среды



Динамика реальной среды. Режимы движения реальной среды

Переходный режим движения среды



Динамика реальной среды. Режимы движения реальной среды

Турбулентный режим движения среды

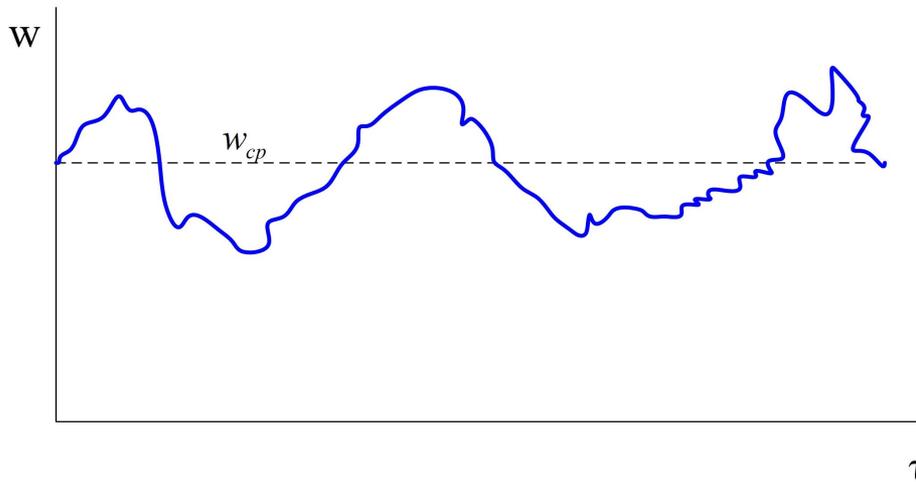


Динамика реальной среды. Режимы движения реальной среды

Скорость при турбулентном режиме движения среды:

$$W = W_{cp} + W_{пульс};$$

$$W_{пульс} = \frac{1}{\tau} \int_{\tau} w d\tau.$$



Динамика реальной среды. Режимы движения реальной среды

Число Рейнольдса

$$Re = \frac{wd}{\nu}$$

Ламинарный $Re < 2300$

Переходный $Re = 2300 \dots 10000$

Развитый турбулентный $Re > 10000$

Потери давления на трение и на местных сопротивлениях

Основной расчетной формулой для потерь напора при турбулентном течении среды является уже приводившаяся эмпирическая формула, называемая формулой Вейсбаха-Дарси и имеющая следующий вид:

$$\Delta P_{тр} = \lambda \frac{L}{d} \frac{w^2}{2} \rho$$

Потери давления на трение и на местных сопротивлениях

Коэффициент трения

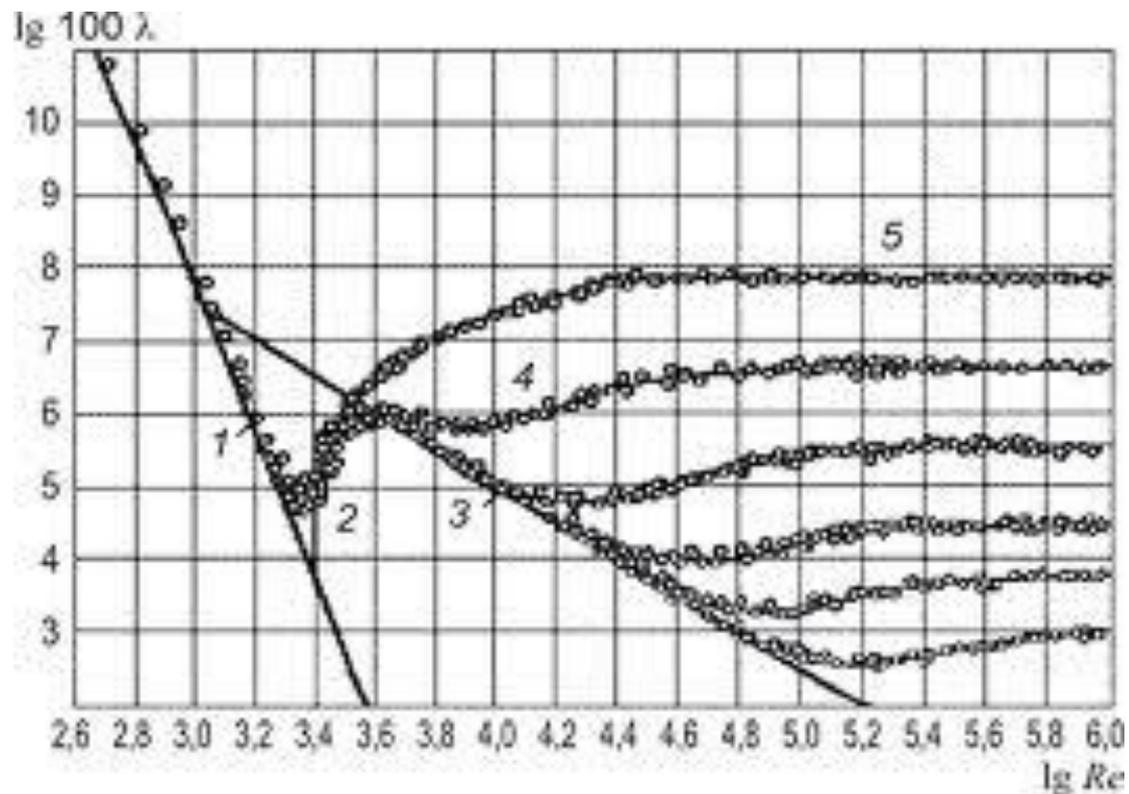
$$\lambda = f(\text{Re}, \varepsilon)$$

Относительная шероховатость

$$\varepsilon = \Delta / d$$

Потери давления на трение и на местных сопротивлениях

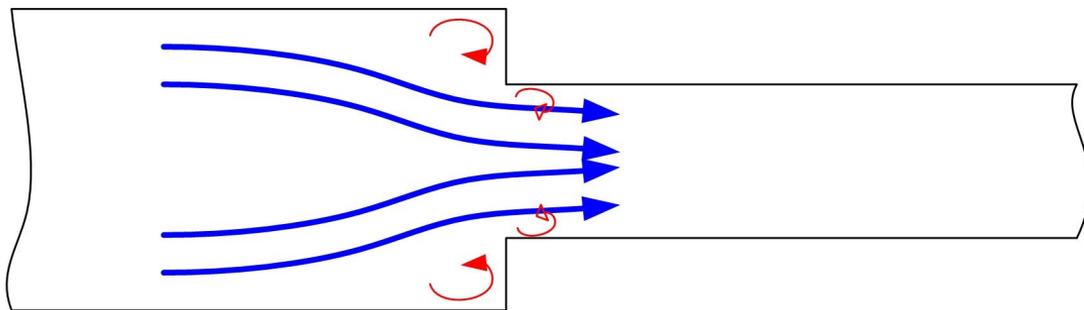
График Никурадзе



Потери давления на трение и на местных сопротивлениях

Потери давления на местных сопротивлениях

$$\Delta P_{мс} = \zeta \frac{w^2}{2} \rho$$



эскиз	ξ	эскиз	ξ
	1,0		1,0
	0,5		0,2
	1,1		0,2
	4,4		0,5
	2,0		0,55
	S_1/S_2 ξ		S_1/S_2 ξ
V	0 0,50	V	0 1,0
	0,1 0,45		0,1 0,81
	0,3 0,35		0,3 0,49
	0,5 0,25		0,5 0,25
S_2 - площадь	0,7 0,15		0,7 0,09
	1,0 0,0		1,0 0,0