Устойчивость автоматических систем регулирования

Основные положения теории устойчивости АСР

Устойчивость – свойство АСР ***возвращаться в установившееся состояние*** после выхода из него в результате какого-либо воздействия (возмущающего или задающего).

Требование устойчивости является главным требованием к АСР

Устойчивость автоматических систем регулирования

Основные положения теории устойчивости АСР

В основе теории устойчивости лежит концепция ***опорно-возмущенного движения*** А.М.Ляпунова:

Состояние выходной величины ***y (т)*** определяется

- 1) состоянием входной величины (вынужденное или возмущенное движение)
- 2) собственными свойствами системы

Устойчивость автоматических систем регулирования

Основные положения теории устойчивости АСР

Если система устойчива, то ***после снятия входного воздействия*** (все слагаемые в правой части дифференциального уравнения системы стали ***0*** - см. раздел 1.6), все ***изменения выходной величины*** через некоторое время также ***прекратятся*** .

Следовательно, свойство устойчивости зависит <u>только от левой части уравнения</u>. <u>Она (левая часть)</u>

Устойчивость автоматических систем регулирования

Основные положения теории устойчивости АСР

Для определения устойчивости нужно решить **однородное** дифференциальное уравнение

$$a_n \frac{d_n y(\tau)}{d\tau^n} + a_{n-1} \frac{d_{n-1} y(\tau)}{d\tau^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{d\,y(\tau)}{d\tau} + a_0\, y(\tau) = 0$$

т.е. найти функцию ***y(τ)*** и проанализировать ее поведение при ***τ*** → ∞.

Если при ***τ*** → ∞ ***y(τ)*** → ***0***, то система устойчива.

Устойчивость автоматических систем регулирования

Основные положения теории устойчивости АСР

Вывод о устойчивости АСР можно сделать по ее ***характеристическому уравнению,*** которое получается приравниванием к ***0*** знаменателя передаточной функции АСР:

$$Y(p) = \underbrace{\frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0}}_{\text{Передаточная функция } W(p)} \cdot X(p)$$

Характеристическое уравнение:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0 = 0$$

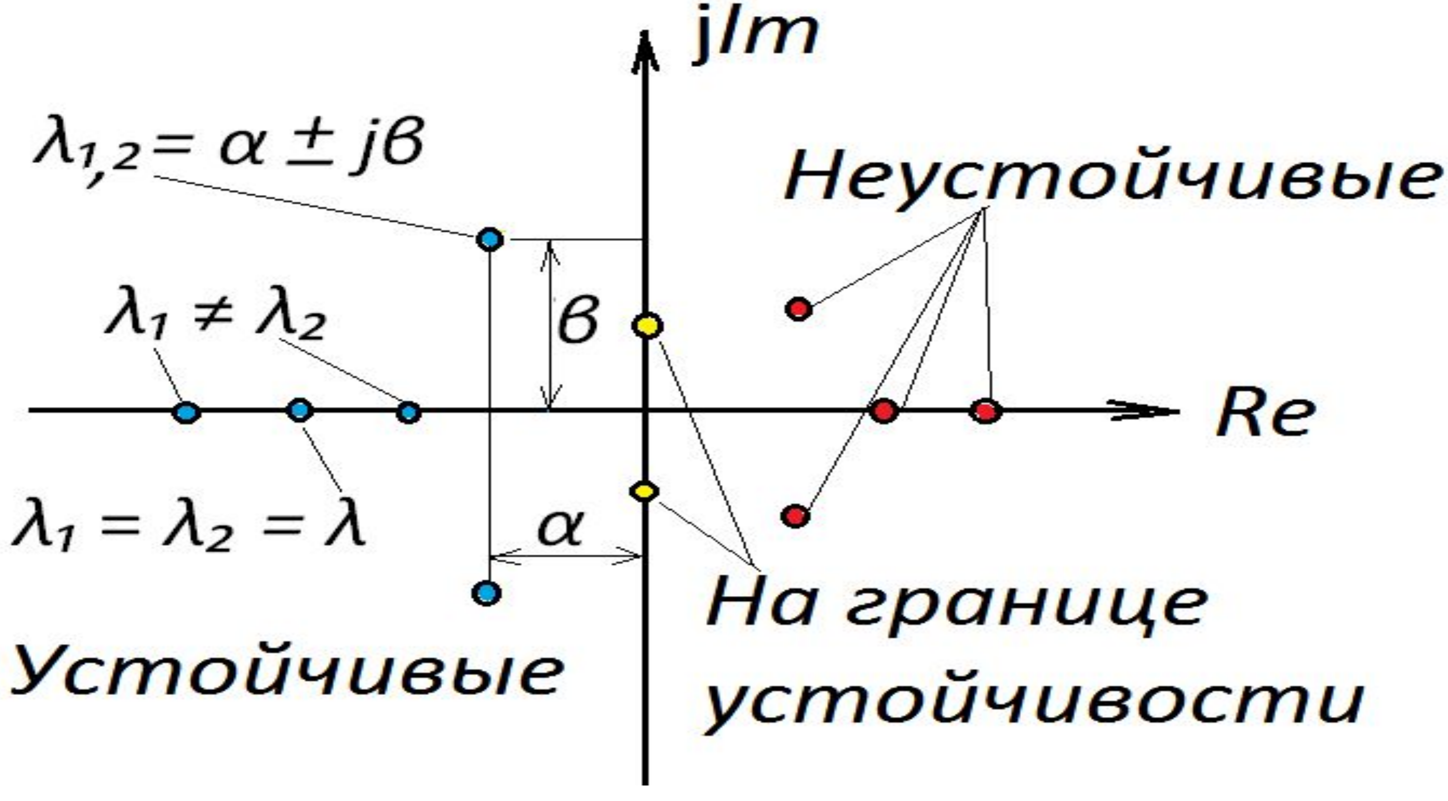
Устойчивость автоматических систем регулирования

Основные положения теории устойчивости АСР

Для устойчивости АСР ***необходимо и достаточно***, чтобы все корни характеристического уравнения имели ***отрицательные вещественные части***

Устойчивость автоматических систем регулирования

Основные положения теории устойчивости АСР



Графическая интерпретация условия устойчивости АСР

Устойчивость автоматических систем регулирования

Критерии устойчивости

Критерии устойчивости – это общие признаки математического описания системы, позволяющие ***судить о ее устойчивости, не прибегая к решению характеристического уравнения*** (т.е. без нахождения корней)

В теории и практике АСР используются ***алгебраические*** и ***частотные*** критерии.

Устойчивость автоматических систем регулирования

Критерии устойчивости

- **Алгебраический критерий устойчивости**

  Вышнеградского применяется для систем до 3-го порядка, использует характеристическое уравнение **замкнутой АСР**.

W(p) (замкн.) → **хар-е ур-ние** → **критерий**

Устойчивость автоматических систем регулирования

Критерии устойчивости

Характеристическое уравнение

$$a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$

Для устойчивости АСР по критерию **Вышнеградского** необходимо и достаточно выполнения двух условий:

$$a_3 > 0;$$

$$a_2 \cdot a_1 > a_3 \cdot a_0.$$

Устойчивость автоматических систем регулирования

Критерии устойчивости

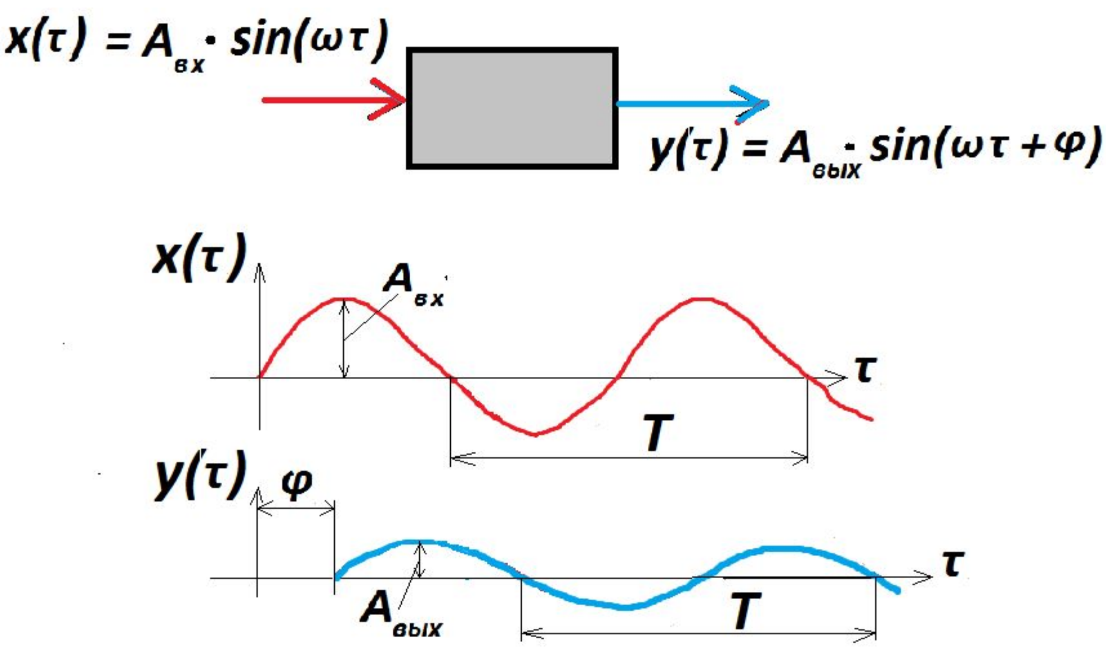
Частотные критерии устойчивости базируются на анализе ***частотных характеристик*** АСР в ***замкнутом*** и ***условно разомкнутом*** состояниях.

Достоинства по сравнению с алгебраическими: наглядность, возможность анализировать влияние параметров объекта и регулятора на качество регулирования, позволяют находить способы улучшения качества регулирования.

Устойчивость автоматических систем регулирования

Критерии устойчивости

Частотные характеристики описывают реакцию звена (совокупности звеньев, системы) на гармонические входные воздейств



Устойчивость автоматических систем регулирования

Критерии устойчивости

Частотные характеристики:

Амплитудно-частотная характеристика $A(\omega)$-АЧХ

- изменение $A_{вых}/A_{вх}$ при $0 < \omega < \infty$

Фазо-частотная характеристика $\phi(\omega)$ –ФЧХ

- изменение ϕ при $0 < \omega < \infty$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика

$W(j\omega)$ - АФЧХ - (АФХ)

- комплексная функция частоты $0 < \omega < \infty$

$$W(j\omega) = U(\omega) + j\,V(\omega)$$

$U(\omega)$ - вещественная частотная характеристика

$V(\omega)$ – мнимая частотная характеристика

Устойчивость автоматических систем регулирования

Критерии устойчивости

Связь АФЧХ с передаточной функцией – путем замены ***p*** на ***jω :***

$$W(p) \longrightarrow W(j\omega)$$

Например, для пропорционального звена

$$W(p) = K$$

$$W(j\omega) = K\ ; \quad A(\omega) = K\ ; \quad \phi(\omega) = 0$$

Устойчивость автоматических систем регулирования

Критерии устойчивости

Для пропорционально-интегрального регулятора

$$W(p) = K_p \cdot (1 + 1/(T_u \cdot p)) \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad W(j\omega) = K_p + K_p/(T_u \cdot j\omega);$$

в окончательном виде

$$\boxed{W(j\omega) = K_p - j\frac{K_p}{T_u\omega}}$$

Устойчивость автоматических систем регулирования

Критерии устойчивости

Частотный критерий устойчивости **Михайлова А.В.** использует АФЧХ замкнутой АСР.

$$W(p)^{АСР\text{-}з} \rightarrow W(j\omega)^{АСР\text{-}з}$$

Автоматическая система регулирования **устойчива**, если ее **амплитудно-фазовая характеристика** (годограф Михайлова), построенная для **замкнутого состояния**, при изменении частоты от **0** до ∞, начинаясь на положительной части вещественной оси, обходит в **направлении против часовой стрелки**, нигде не обращаясь в 0, такое **количество квадрантов**, каков **порядок характеристического** уравнения.

Устойчивость автоматических систем регулирования

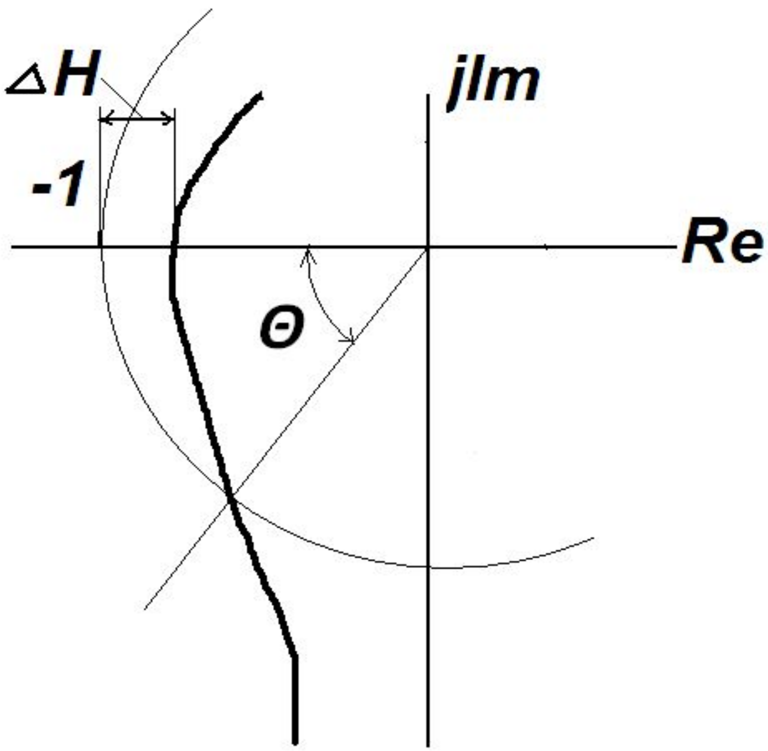
Критерии устойчивости

Частотный критерий устойчивости ***<u>Г.Найквиста</u>*** использует АФЧХ условно разомкнутой АСР.

$$W(p)^{АСР\text{-}раз} \rightarrow W(j\omega)^{АСР\text{-}раз}$$

Автоматическая система регулирования **устойчива**, если ее **амплитудно-фазовая характеристика** (годограф Михайлова), построенная для **замкнутого состояния**, при изменении частоты от **0** до **∞**, начинаясь на положительной части вещественной оси, обходит в **направлении против часовой стрелки**, нигде не обращаясь в 0, такое **количество квадрантов**, каков **порядок характеристического**

Устойчивость автоматических систем регулирования
Критерии устойчивости



ΔH – запас устойчивости по амплитуде
Θ – запас устойчивости по фазе

Критерий Найквиста:
Автоматическая система регулирования **устойчива в замкнутом состоянии**, если ее **амплитудно-фазовая характеристика** (годограф Найквиста), построенная для **разомкнутого состояния**, при изменении частоты от **0** до **∞** **не охватывает** точку в комплексной плоскости с координатами ***{-1, j0***}

Устойчивость автоматических систем регулирования
Критерии устойчивости

- <u>Параметрическая область устойчивости</u>

  Если стема уравнений соответствует точке
  (-1, j0), т.е. состоянию АСР на границе устойчивости, то для нее справедлива сист

$$
\begin{cases}
A(\omega) = A(\underline{\omega}, \underline{K_р}, \underline{T_и}, \underline{T_д}, \underbrace{K_о, T_о, \tau_з}_{const}) = 1 \\
\varphi(\omega) = A(\underline{\omega}, \underline{K_р}, \underline{T_и}, \underline{T_д}, \underbrace{K_о, T_о, \tau_з}_{const}) = -\pi
\end{cases}
$$

Устойчивость автоматических систем регулирования

Параметрическая область устойчивости

Полученное из этой систем уравнение

$$f\,(\omega, K_\rho, T_u) = 0$$

является уравнением пограничного состояния АСР

Параметрическая область устойчивости – это совокупность значений параметров настройки регулятора , при которых АСР будет устойчивой