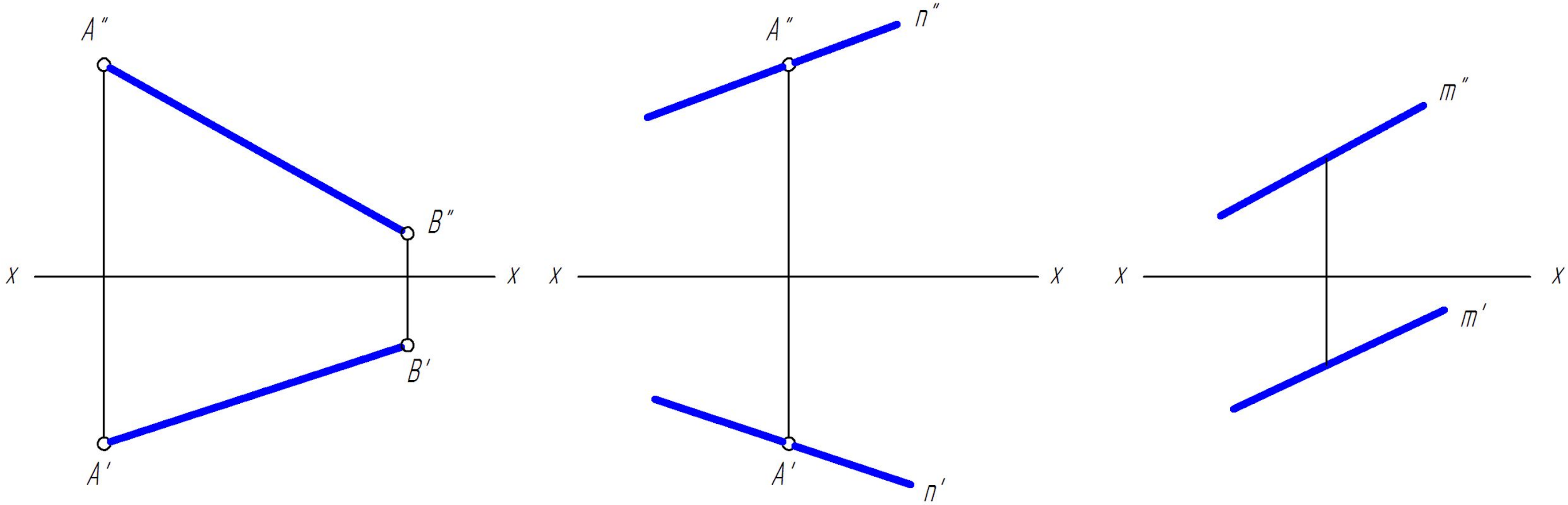
Ортогональные проекции прямой



При ортогональном проецировании на плоскость прямая проецируется в прямую. Поэтому для определения проекции прямой достаточно знать проекции двух точек, принадлежащих прямой.

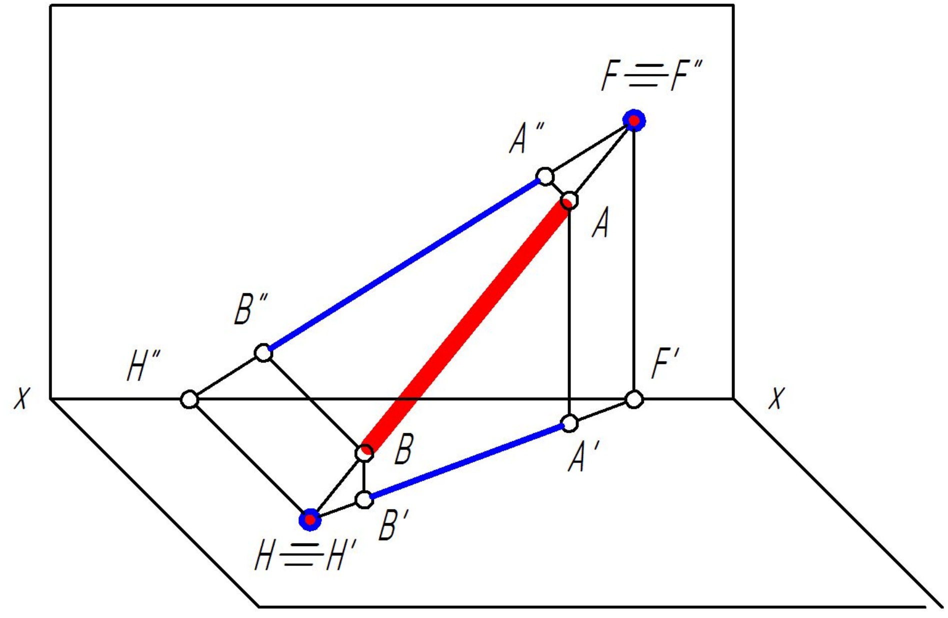
Прямую на эпюре можно задать не только проекциями отрезка, но и проекциями некоторой части прямой, не указывая концевых точек этой части.

Прямая общего положения

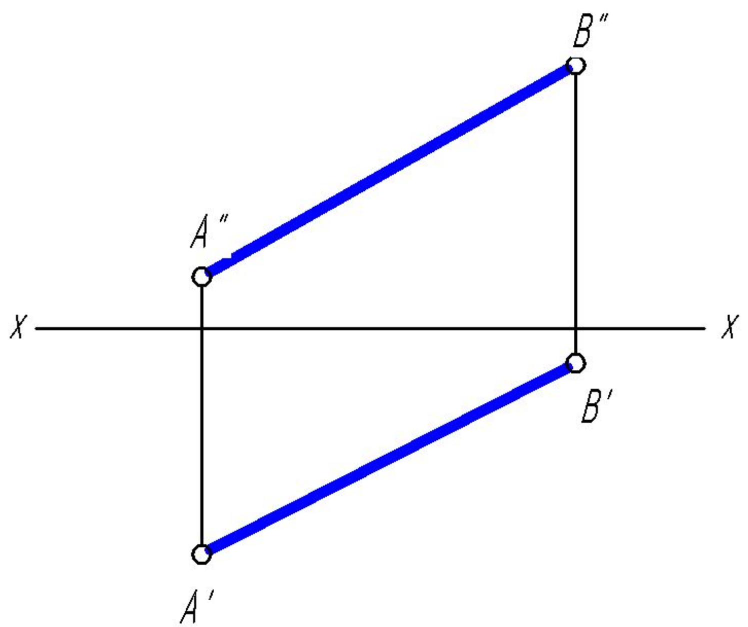
- **Прямая общего положения** – это прямая, занимающая произвольное положение по отношению к плоскостям проекций, при этом углы наклона к плоскостям H, V и W отличны от 0° и 90°.
- На эпюре проекции прямой общего положения составляют с осями координат также произвольные углы.
- Углы между проекциями прямой общего положения и осями **не равны** углам наклона прямой к плоскостям проекций.

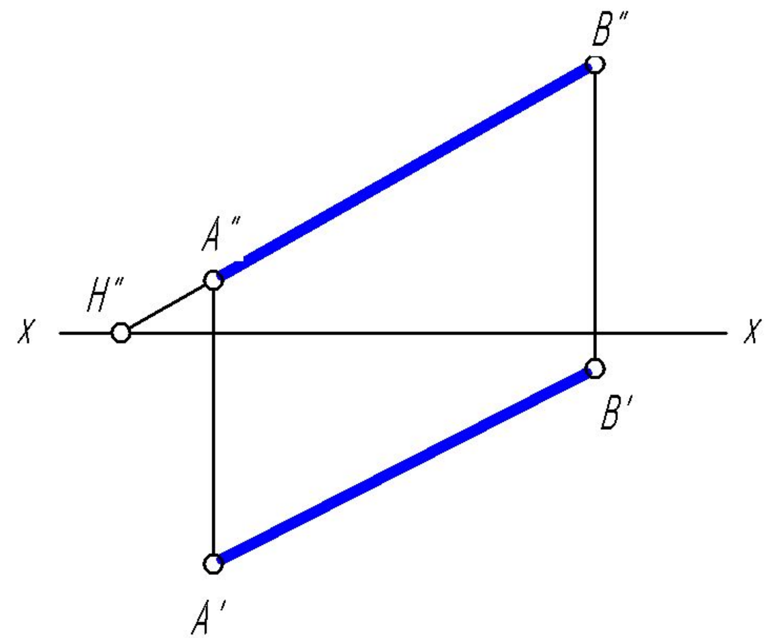
Следы прямой

- Прямая общего положения пересекает все три плоскости проекции. Точку пересечения прямой с плоскостью проекции называют **следом прямой**.
- Следы обозначают и называют:
- H – горизонтальный след;
- F – фронтальный след.



Следы прямой

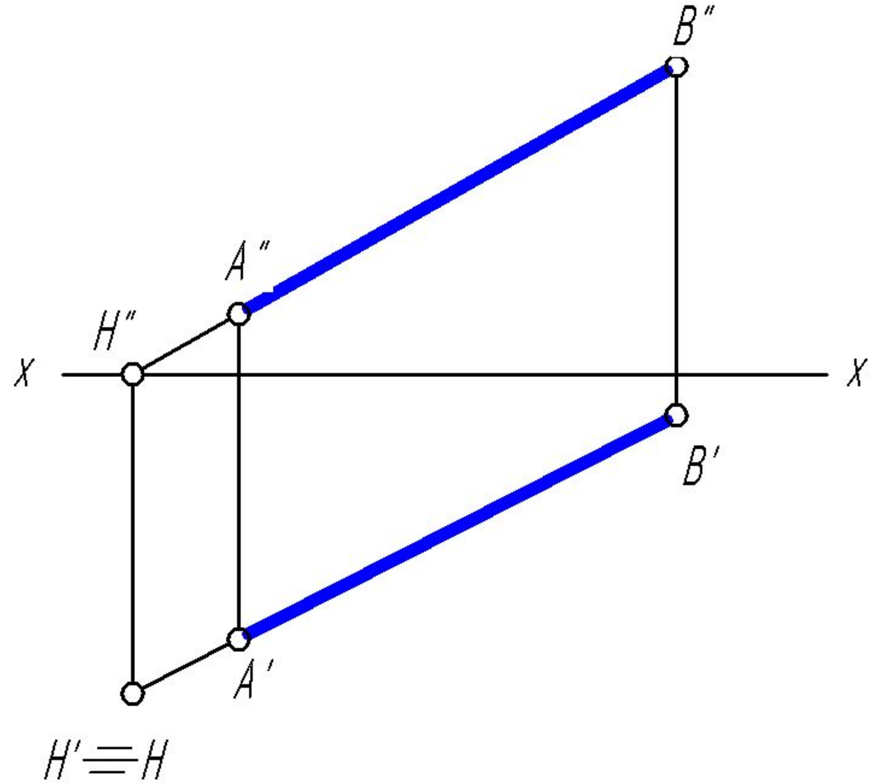




- Перейдя от пространственной картины к эпюру, установим правило нахождения следов прямой:
- Для нахождения горизонтального следа прямой продолжаем фронтальную проекцию прямой до пересечения с осью x и получаем **фронтальную проекцию горизонтального следа** H"

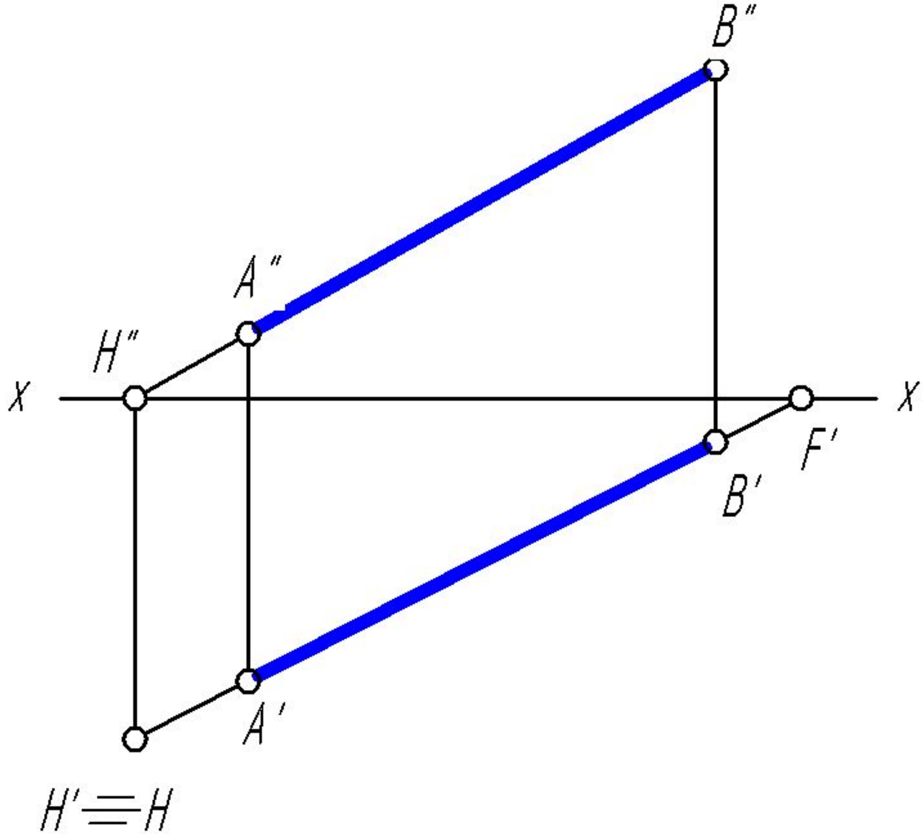
Следы прямой

- Проведя линию связи из полученной точки до пересечения с продолжением горизонтальной проекции прямой, получаем **горизонтальную проекцию горизонтального следа** H' и сам горизонтальный след H.



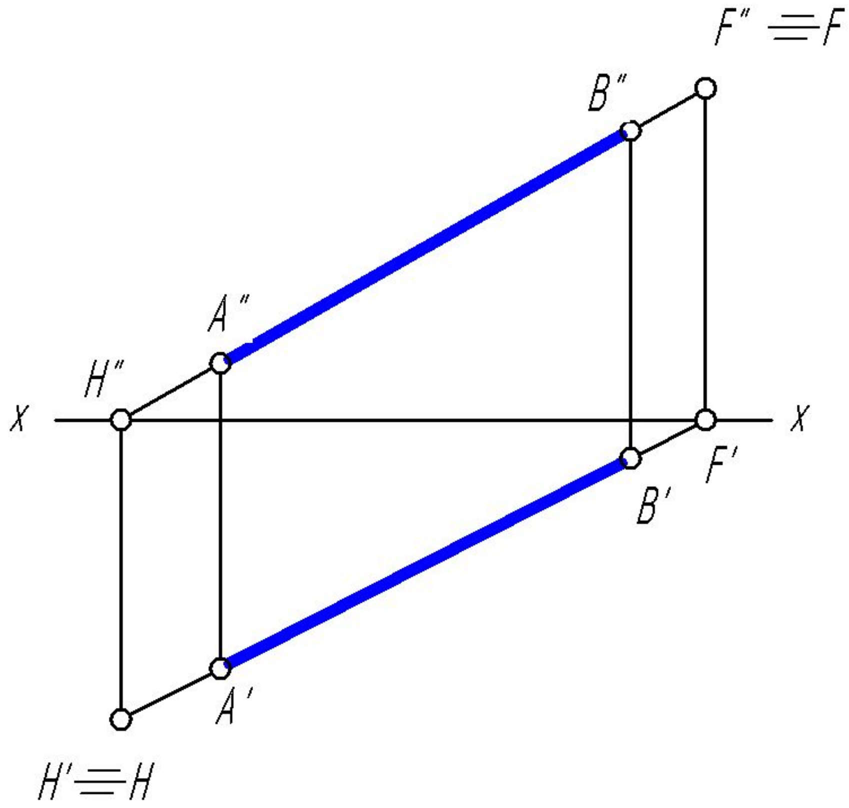
Следы прямой

- Для нахождения фронтального следа прямой продолжаем горизонтальную проекцию прямой до пересечения с осью x и получаем горизонтальную проекцию фронтального следа F'



Следы прямой

- Проведя линию связи из полученной точки до пересечения с продолжением фронтальной проекции прямой, получаем фронтальную проекцию фронтального следа F'' и сам фронтальный след F.



Частные случаи расположения прямой

Кроме рассмотренного общего случая, прямая по отношению к заданной системе плоскостей проекций может занимать частное положение:

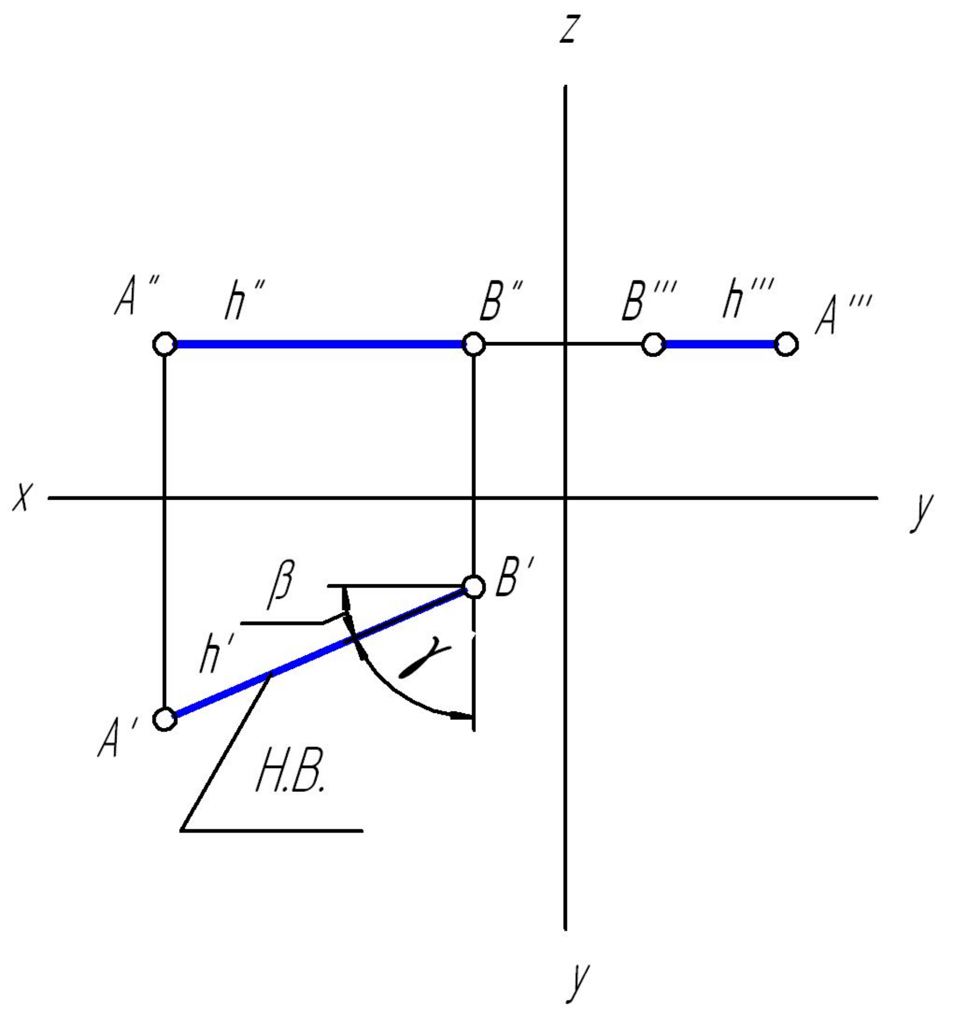
а) параллельное плоскости проекции;

б) перпендикулярное плоскости проекции;

в) принадлежать плоскости проекции.

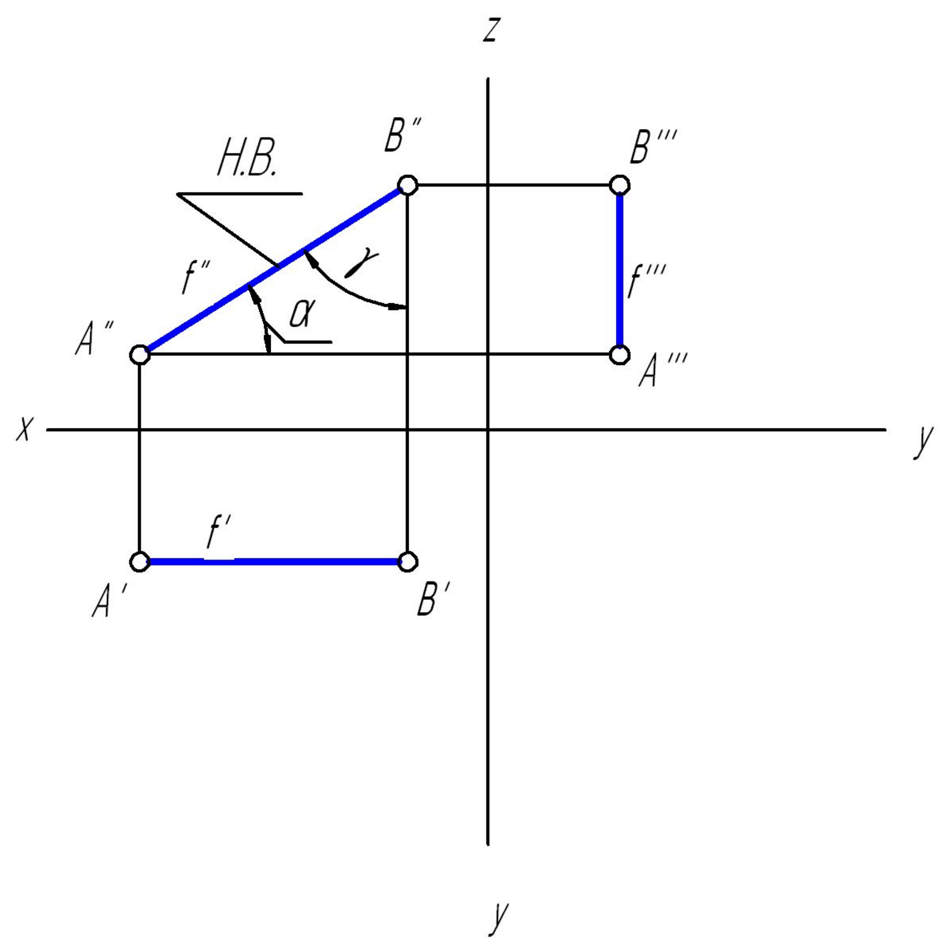
Прямые, параллельные плоскости проекции – линии уровня

- **Горизонталь** – прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекции.
- Все точки горизонтали удалены на одинаковое расстояние от плоскости H.
- z = const, поэтому:
- $h'' \parallel x$; $h''' \parallel y$



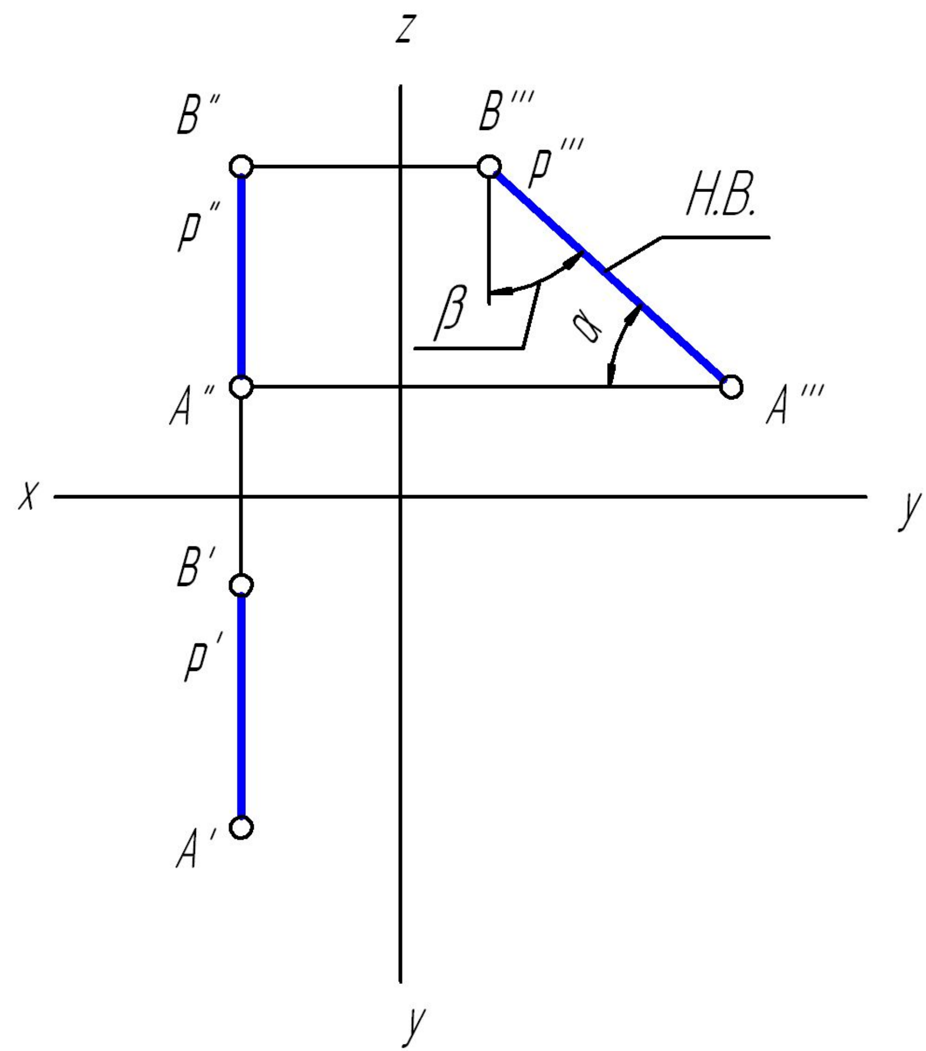
Прямые, параллельные плоскости проекции – линии уровня

- **Фронталь** – прямая, параллельная фронтальной плоскости проекции.
- Все точки фронтали удалены на одинаковое расстояние от плоскости V.
- y = const, поэтому:
- f' ‖ x; f'' ‖ z



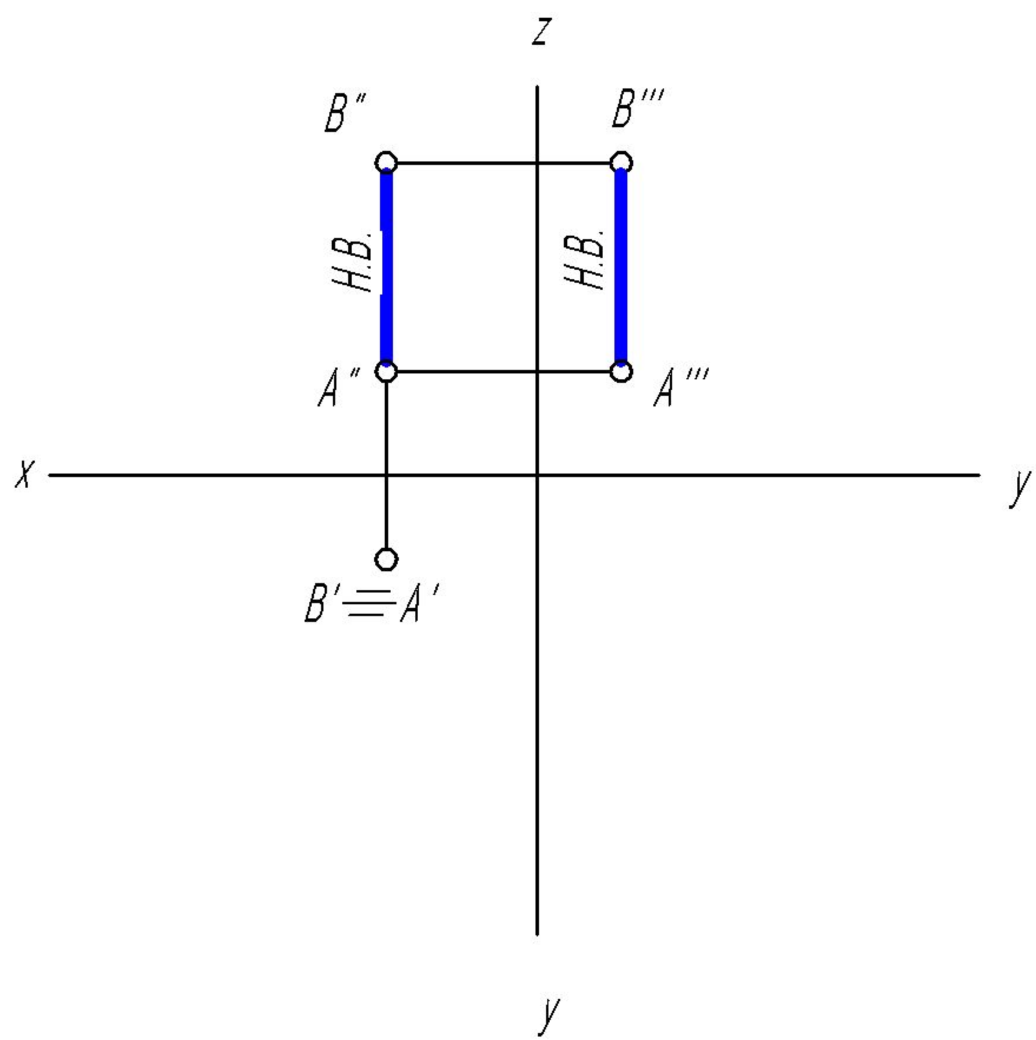
Прямые, параллельные плоскости проекции – линии уровня

- **Профильная прямая** – прямая, параллельная профильной плоскости проекции.
- Все точки профильной прямой удалены на одинаковое расстояние от плоскости W.
- x = const, поэтому:
- $p' \| y$; $p'' \| z$



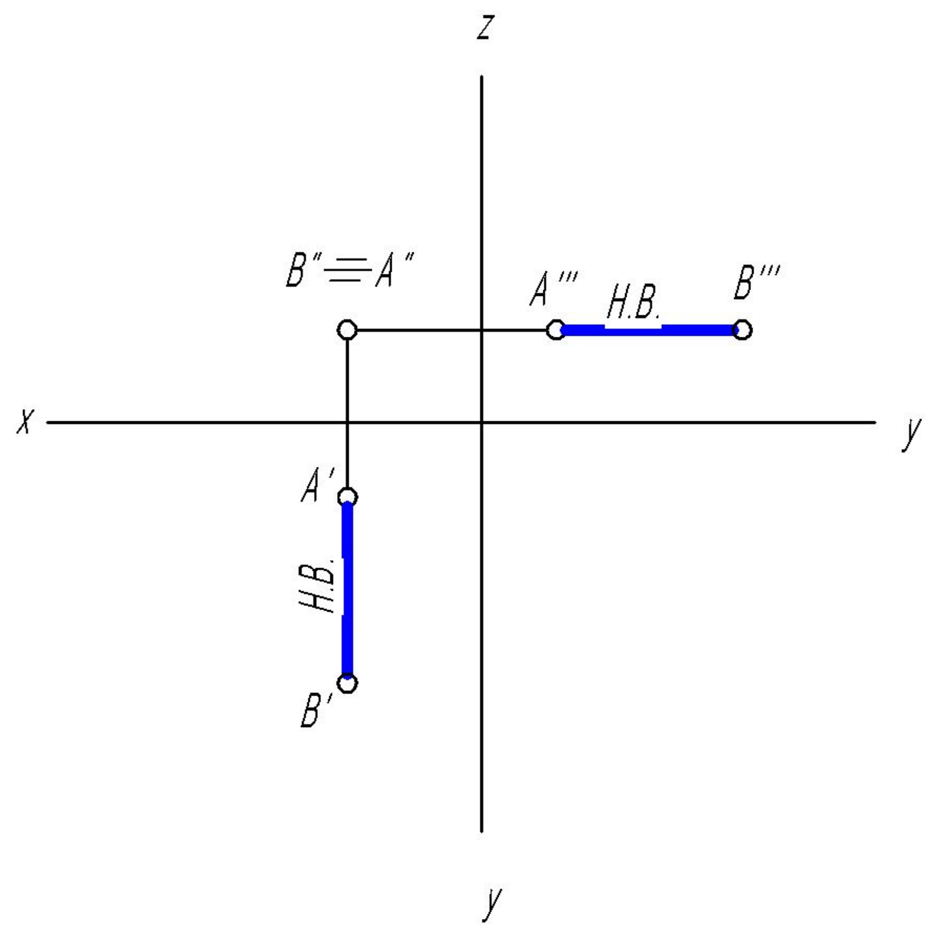
Прямые, перпендикулярные плоскости проекции – проецирующие прямые

- Горизонтально проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная Н.
- Такая прямая на горизонтальную плоскость проецируется в точку.
- A" B" и A''' B''' ‖z



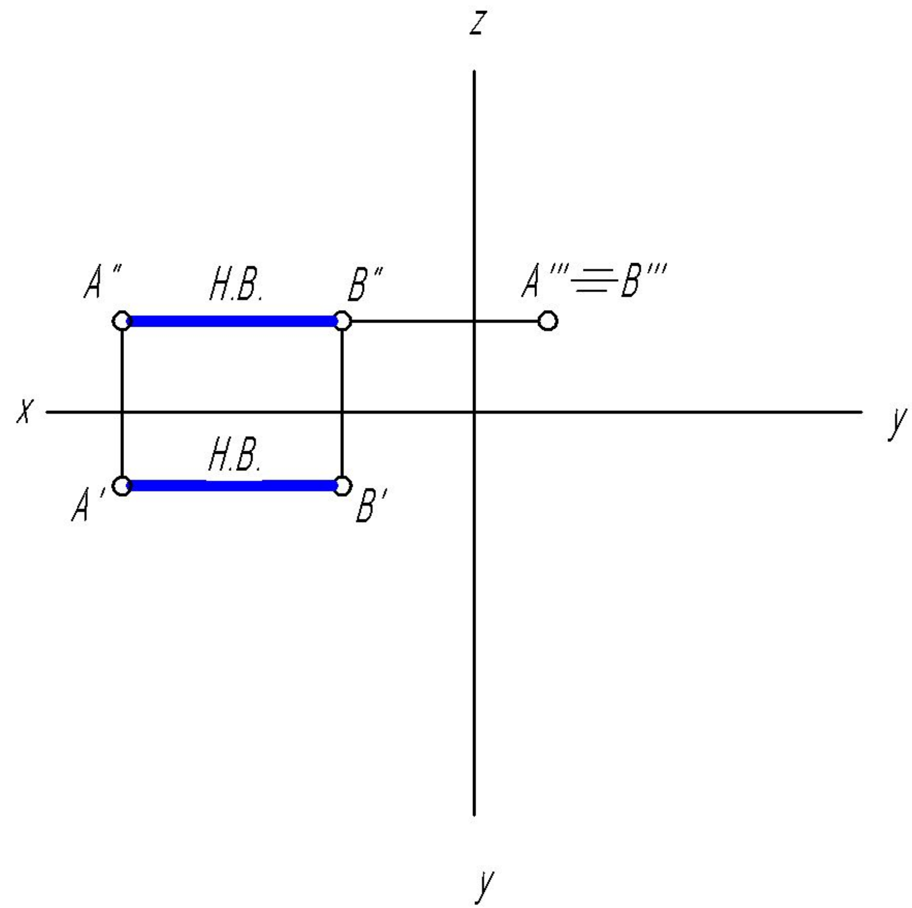
Прямые, перпендикулярные плоскости проекции – проецирующие прямые

- Фронтально проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная V.
- Такая прямая на фронтальную плоскость проецируется в точку.
- A' B' и A''' B''' ║y



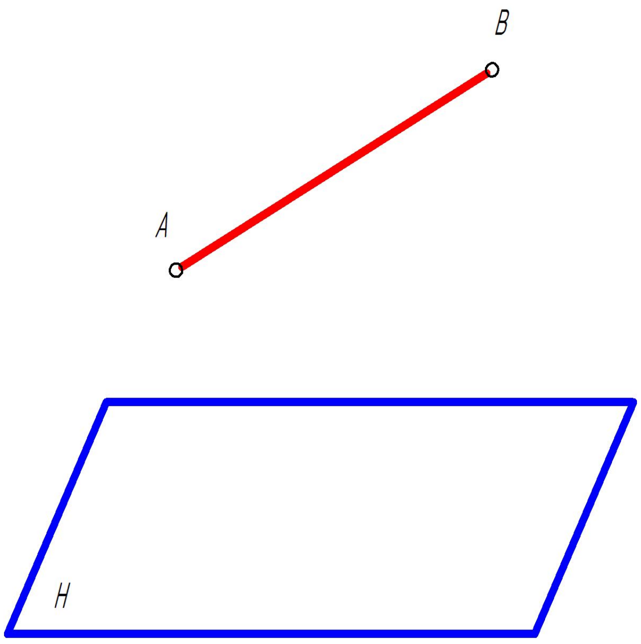
Прямые, перпендикулярные плоскости проекции – проецирующие прямые

- Профильно проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная W.
- Такая прямая на профильную плоскость проецируется в точку.
- A' B' и A'' B''‖x

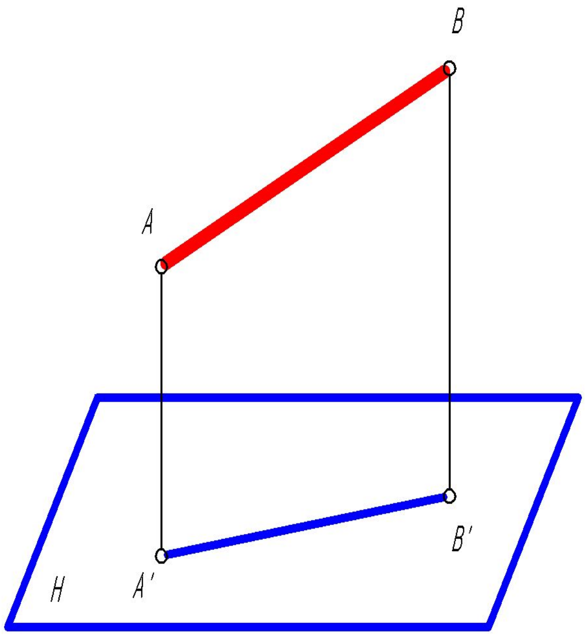


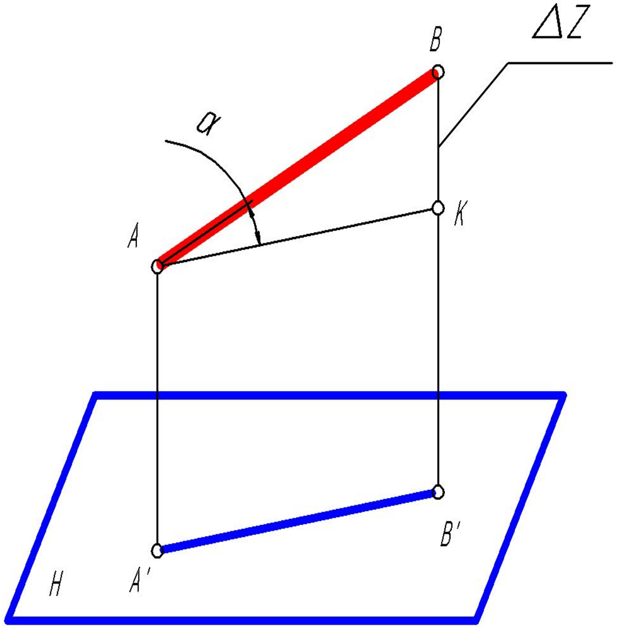
Определение натуральной величины отрезка общего положения

- Ортогональная проекция отрезка на плоскость H (V или W) будет конгруэнтна оригиналу лишь в том случае, когда он параллелен плоскости проекции H (V или W).
- Во всех остальных случаях он проецируется на плоскость проекции с искажением. При этом ортогональная проекция отрезка всегда будет меньше его натуральной величины.



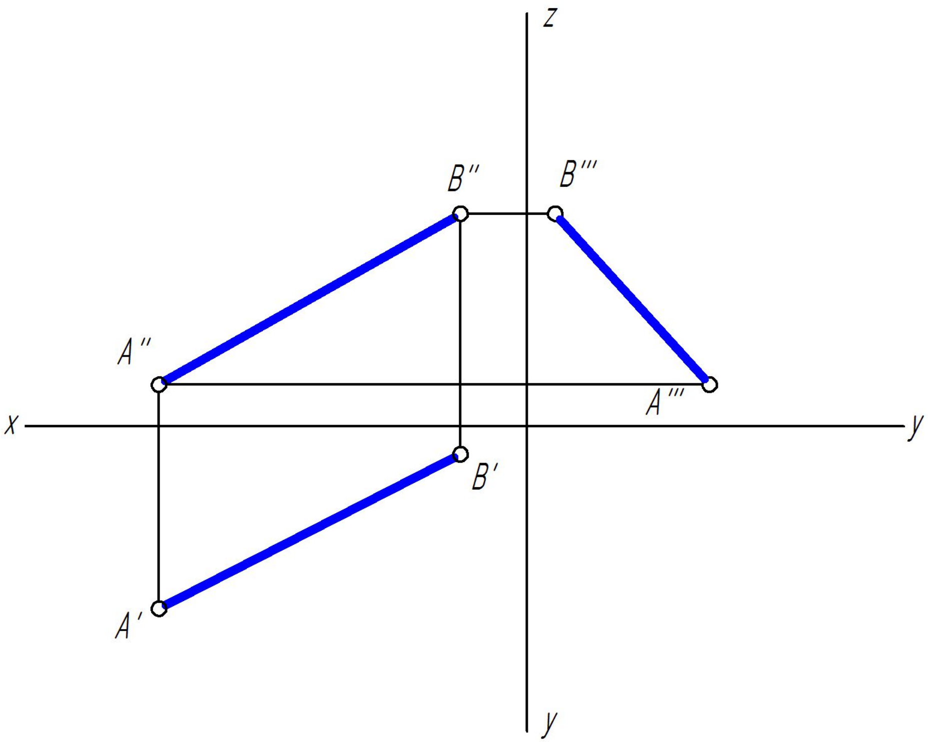
- Спроецируем отрезок общего положения АВ на плоскость Н.
- Проведем дополнительное построение: АК ‖ A'B'
- Рассмотрим треугольник АКВ: очевидно АКВ=90°; АК=A'B'
- Следовательно:

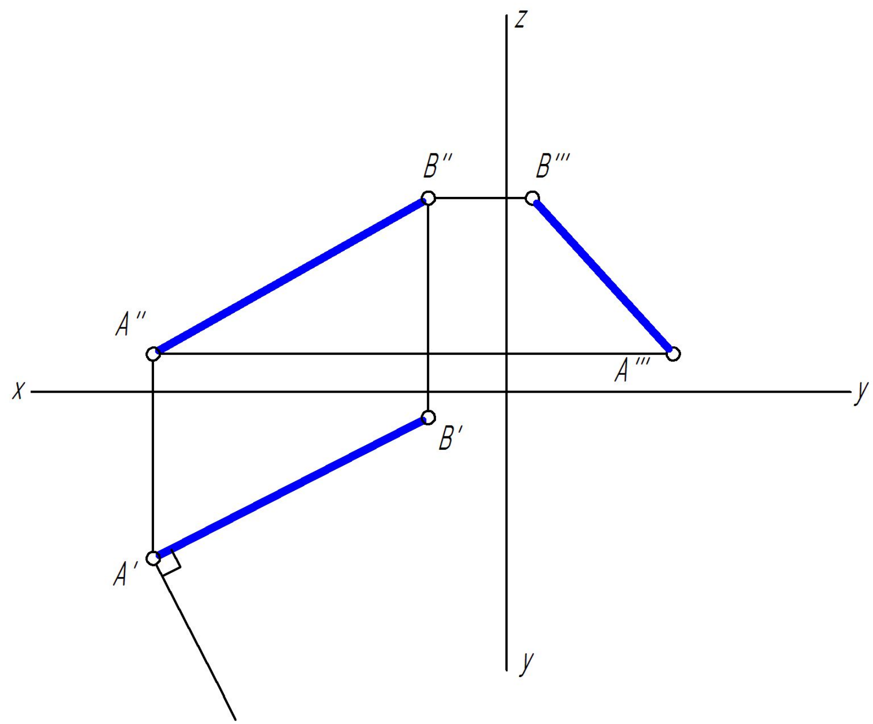


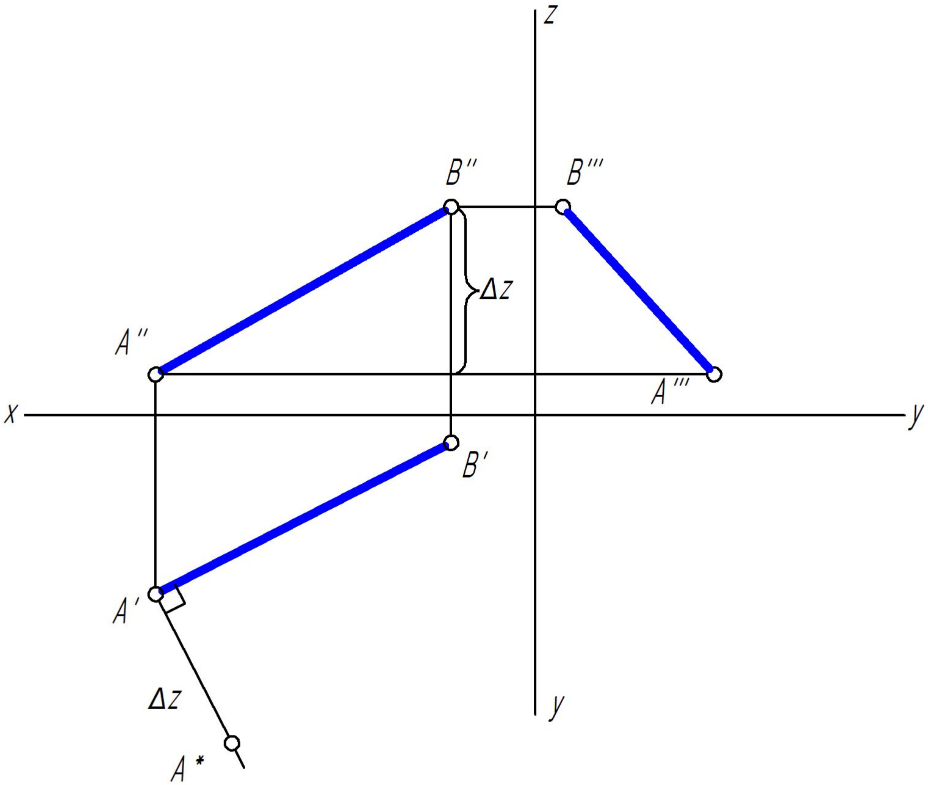


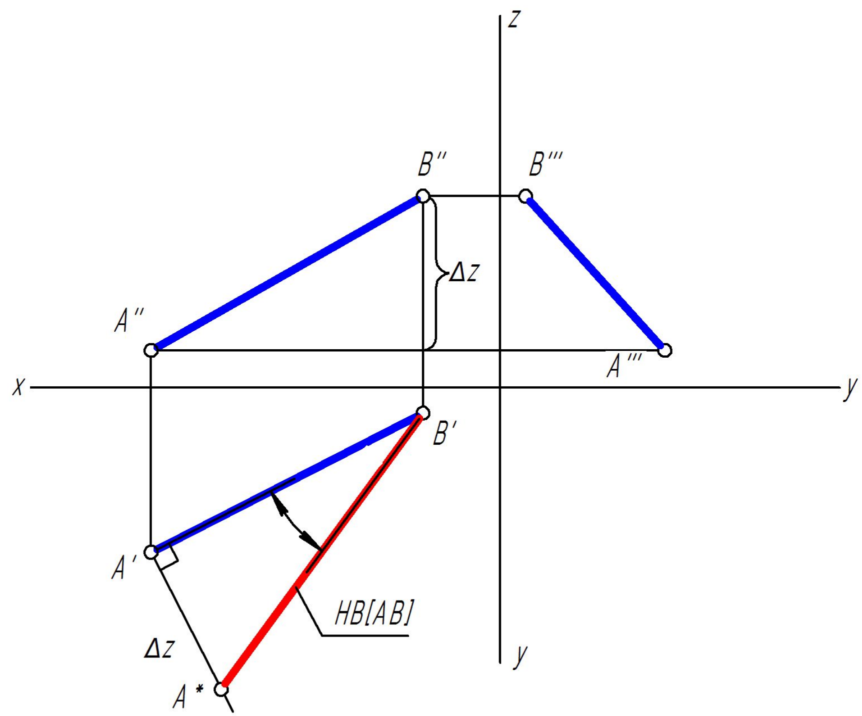
- АВ является гипотенузой прямоугольного треугольника, у которого один катет равен проекции самого отрезка, а второй катет равен разности расстояний концов отрезка до этой же плоскости проекций.
- Угол наклона прямой к плоскости проекций в пространстве на эпюре измерится углом между гипотенузой прямоугольного треугольника и проекцией отрезка на эту же плоскость проекций.

Определить натуральную величину отрезка АВ и угол α






z
B''
B'''
Δz
A''
A'''
x
y
B'
A'
Δz
A*
y

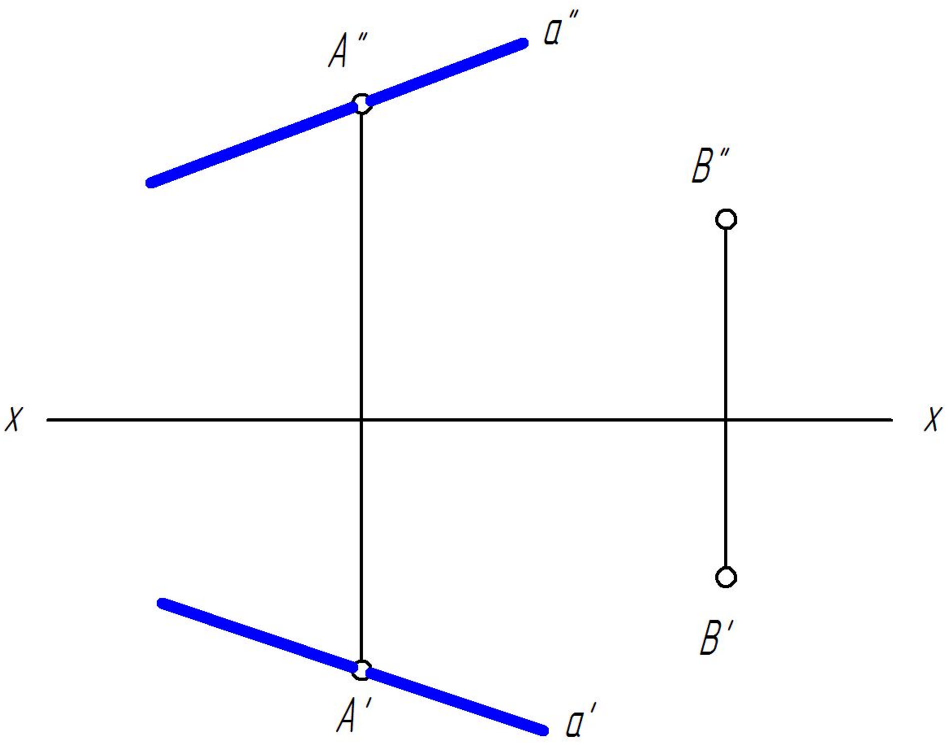

z
B''
B'''
Δz
A''
A'''
x
y
B'
A'
HB[AB]
Δz
A*
y

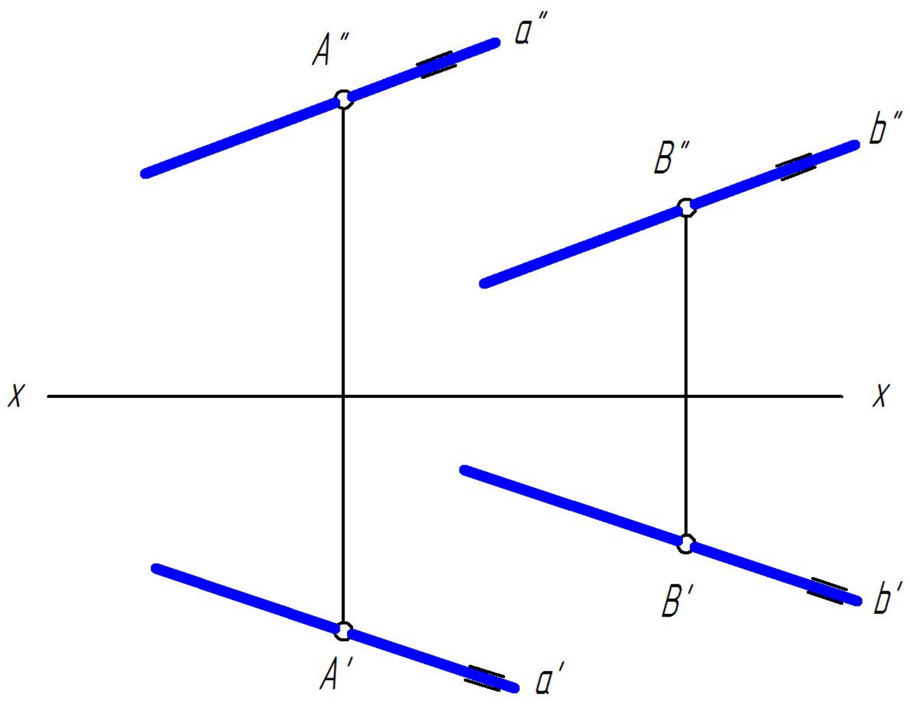
Взаимное положение прямых

- Прямые в пространстве могут быть:
- параллельными;
- пересекающимися;
- скрещивающимися.

Параллельные прямые

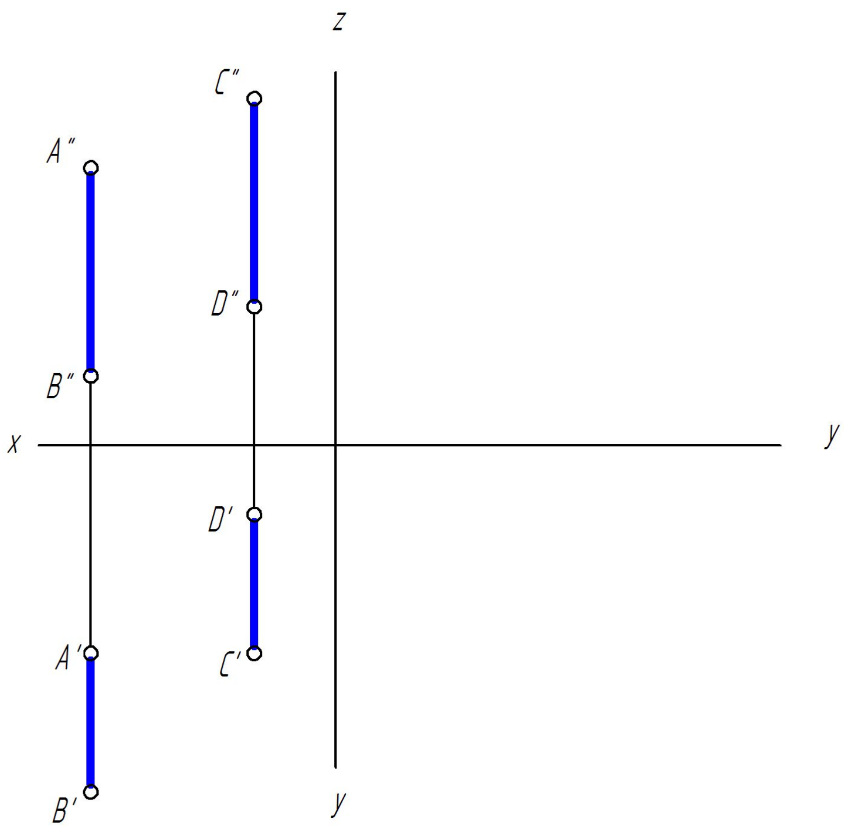
- Правило для построения на эпюре параллельных прямых вытекает из свойства параллельного проецирования – если в пространстве прямые параллельны, то их одноименные проекции также параллельны между собой.

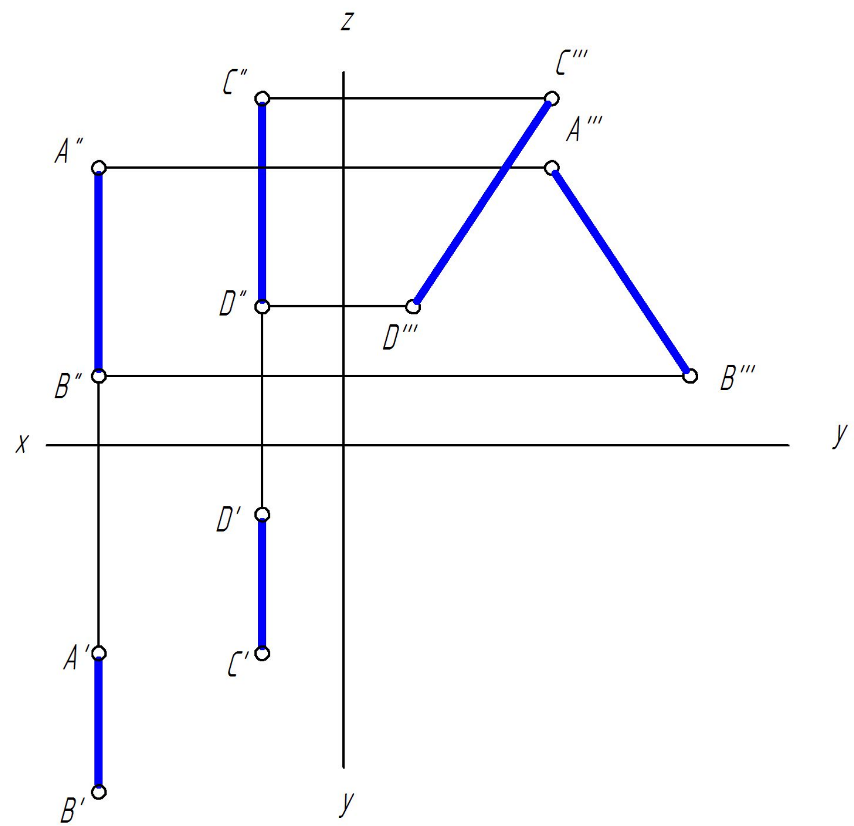




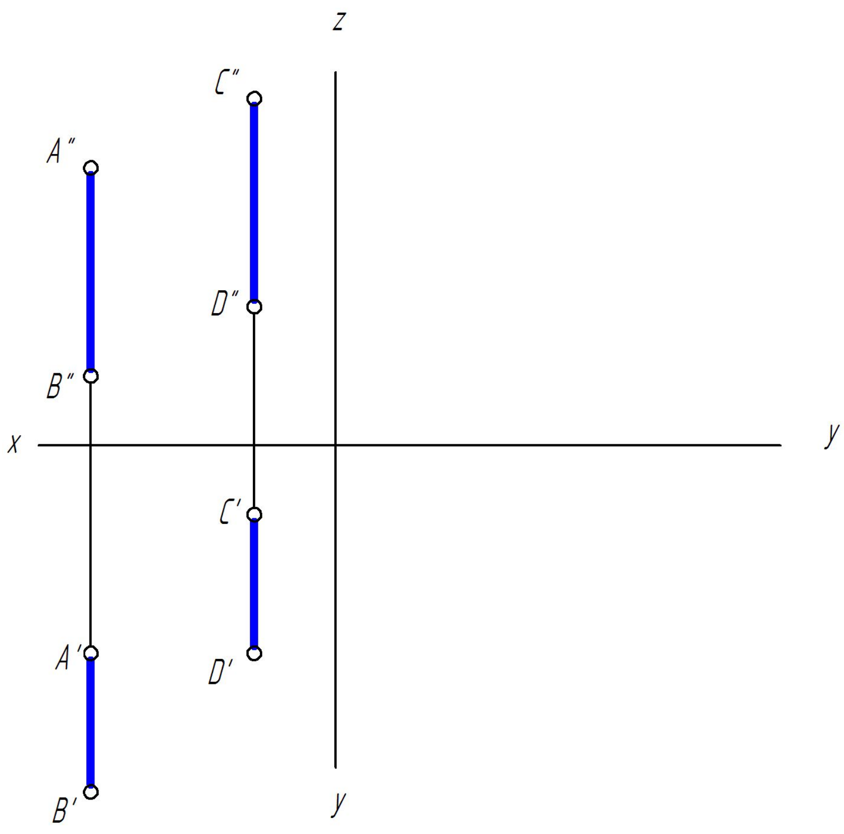
- Причем, если в пространстве прямые a и b занимают общее положение относительно плоскостей проекций, то для выяснения по эпюру вопроса о параллельности прямых достаточно убедиться, будут ли параллельны между собой их одноименные проекции только на двух плоскостях. Параллельность проекции на третьей плоскости в этом случае автоматически удовлетворяется.
- Если прямые параллельны какой-либо плоскости проекции (например W), то для выяснения вопроса будут ли прямые параллельны в пространстве следует убедиться в параллельности их профильных проекций.

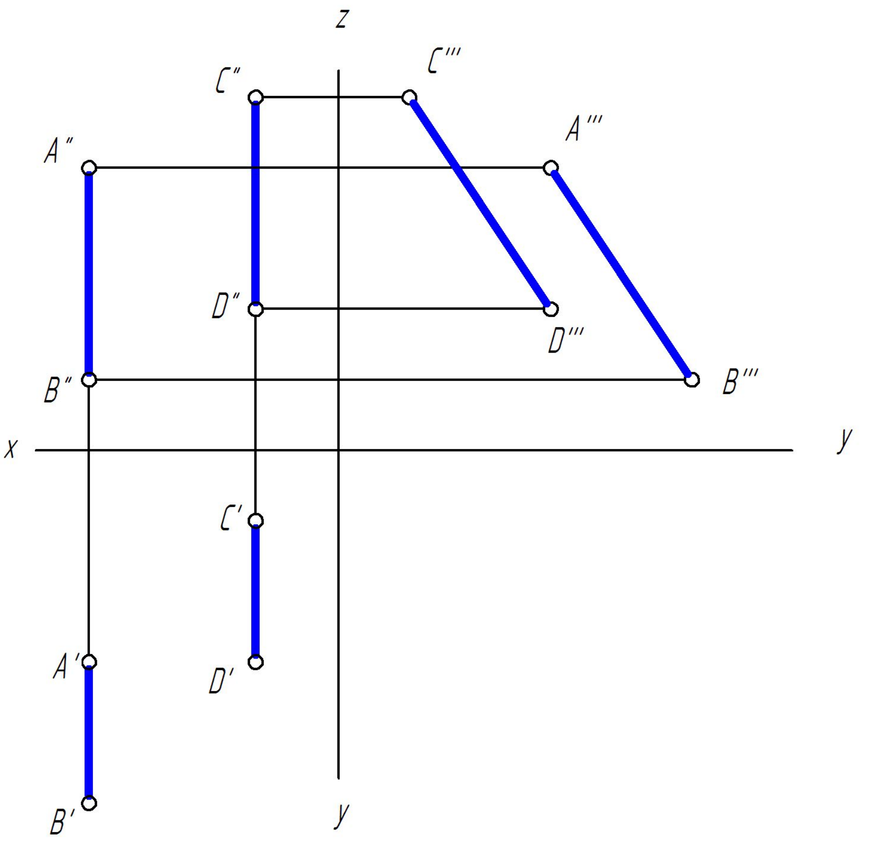
Определить параллельны ли заданные отрезки





Определить параллельны ли заданные отрезки

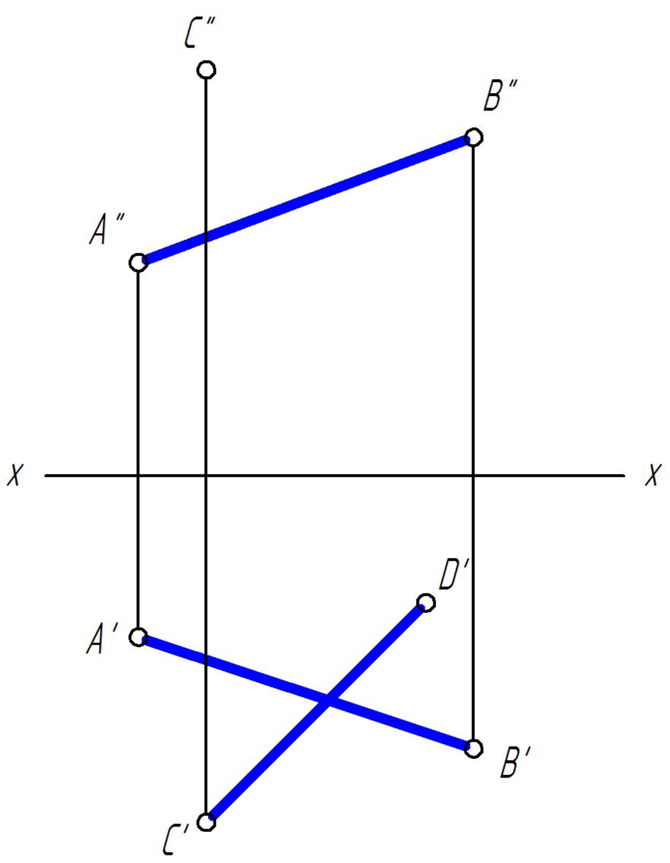


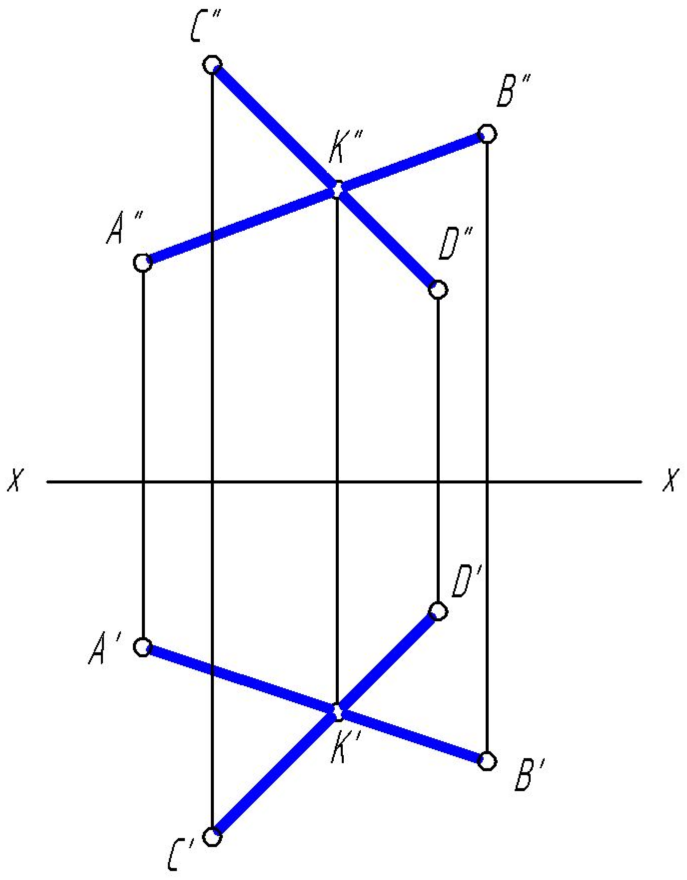


Пересекающиеся прямые

- Точка пересечения проекций пересекающихся прямых является проекцией точки пересечения этих прямых (свойство параллельного проецирования).

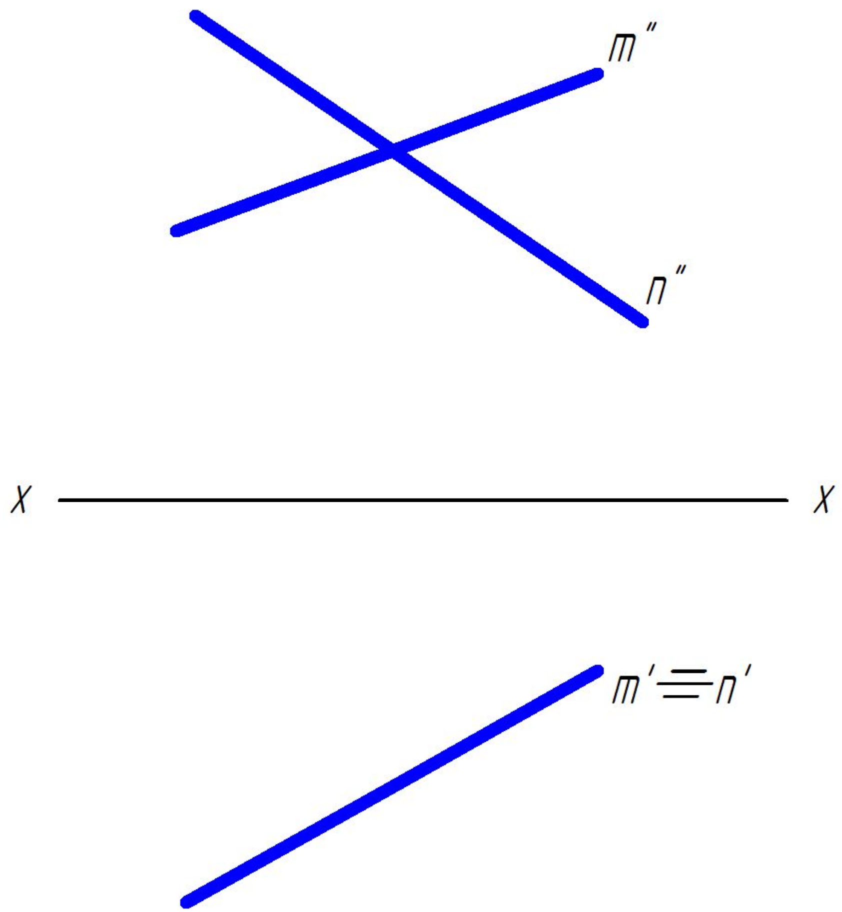
Достроить фронтальную проекцию отрезка CD, пересекающего отрезок AB в точке K.

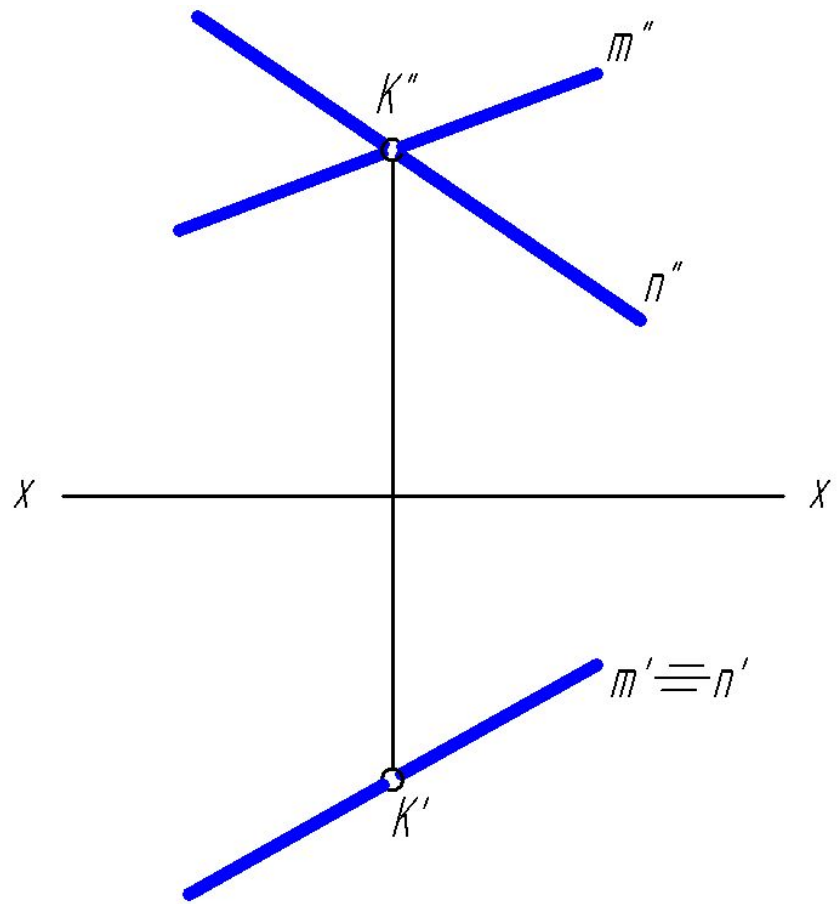




- Точка К принадлежит [AB]; Точка К принадлежит [CD],
- Следовательно: точка К – общая для [AB] и [CD].

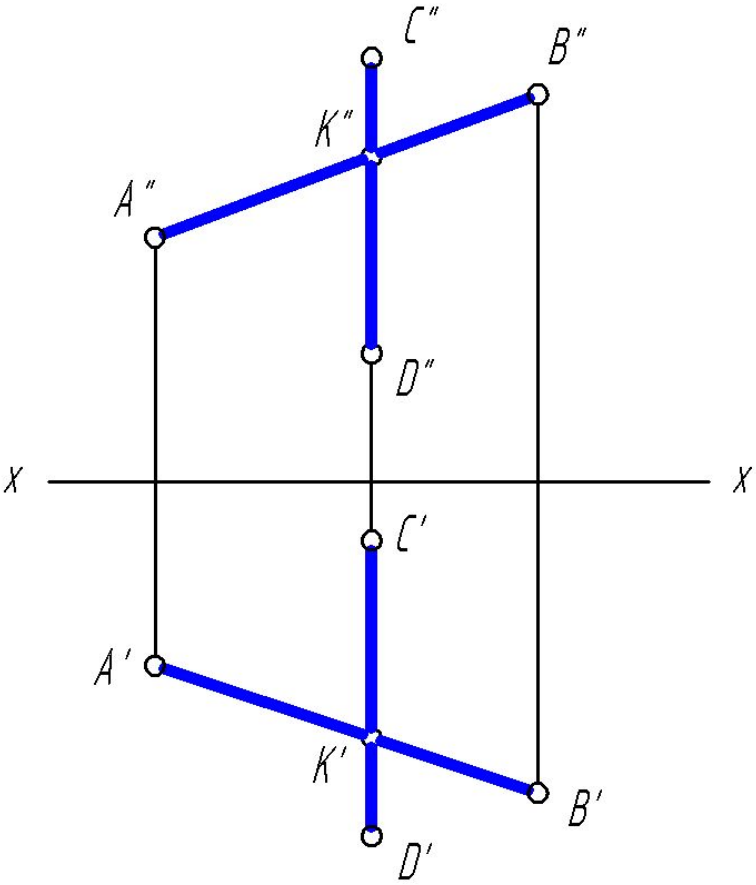
Построить точку пересечения прямых m и n

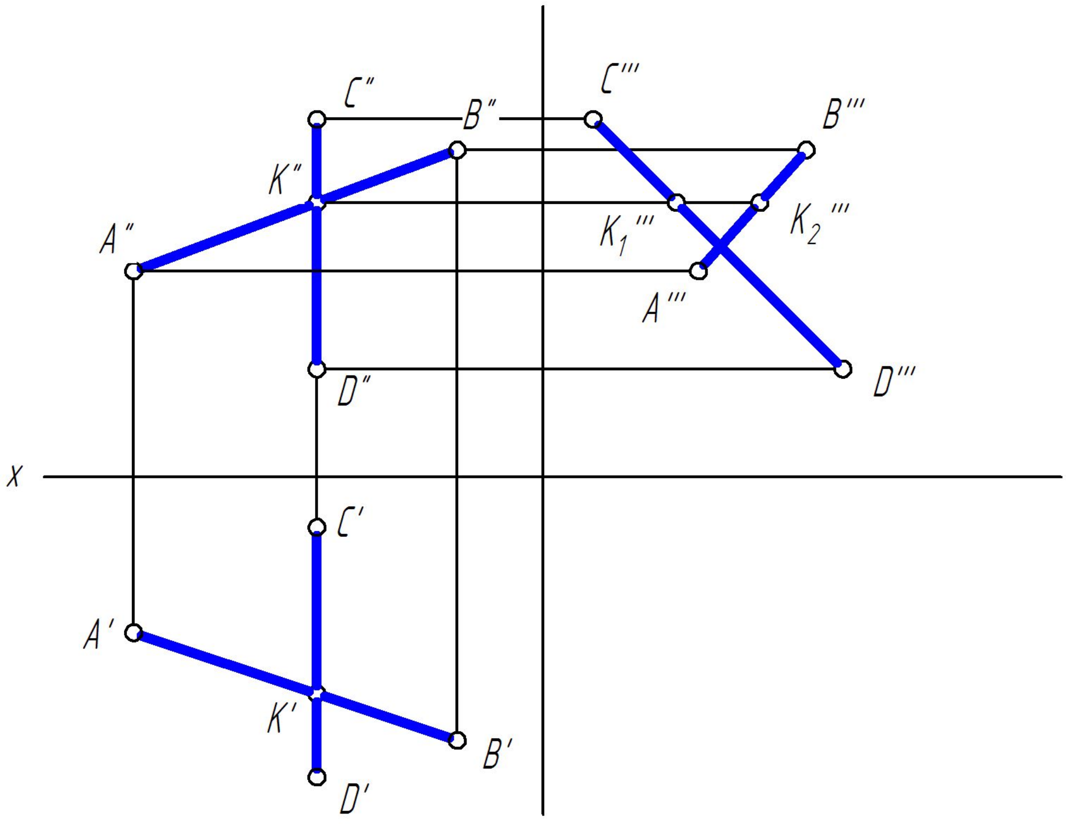




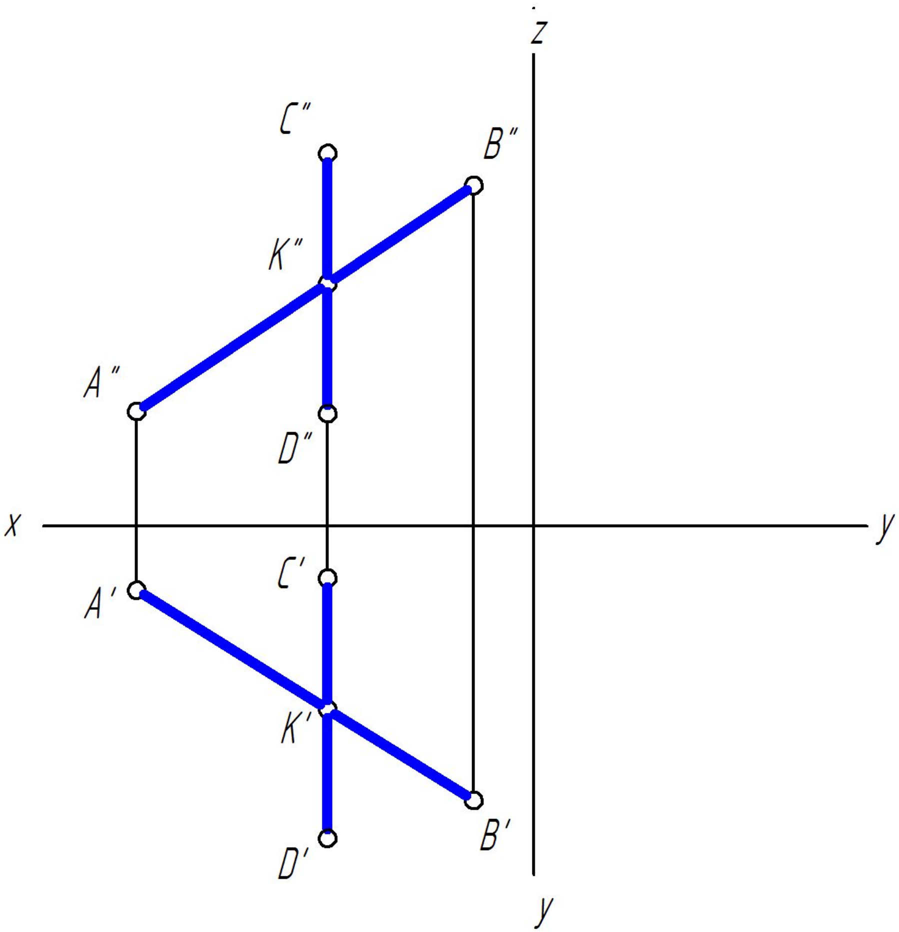
- Для прямых общего положения необходимым и достаточным условием является, чтобы точки пересечения одноименных проекций находились на одной линии связи.
- Но если одна из прямых параллельна плоскости проекции (например, W) и не дана проекция на эту плоскость, то нельзя утверждать, что такие прямые пересекаются.

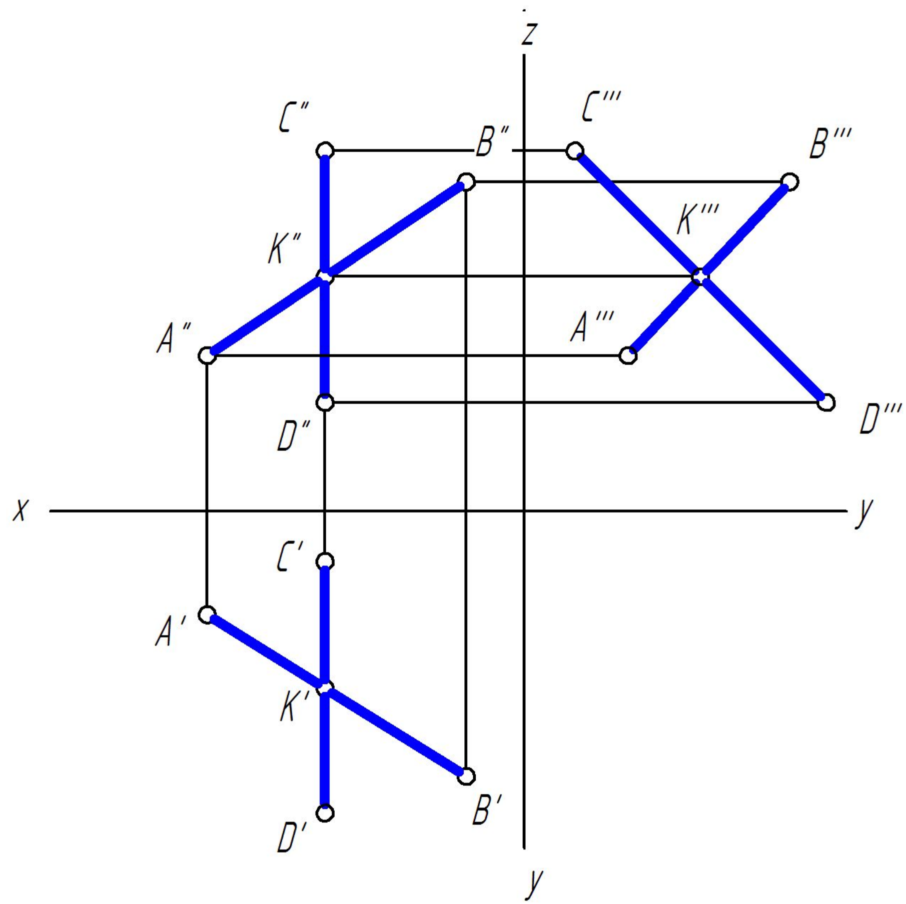
Определить пересекаются ли заданные отрезки





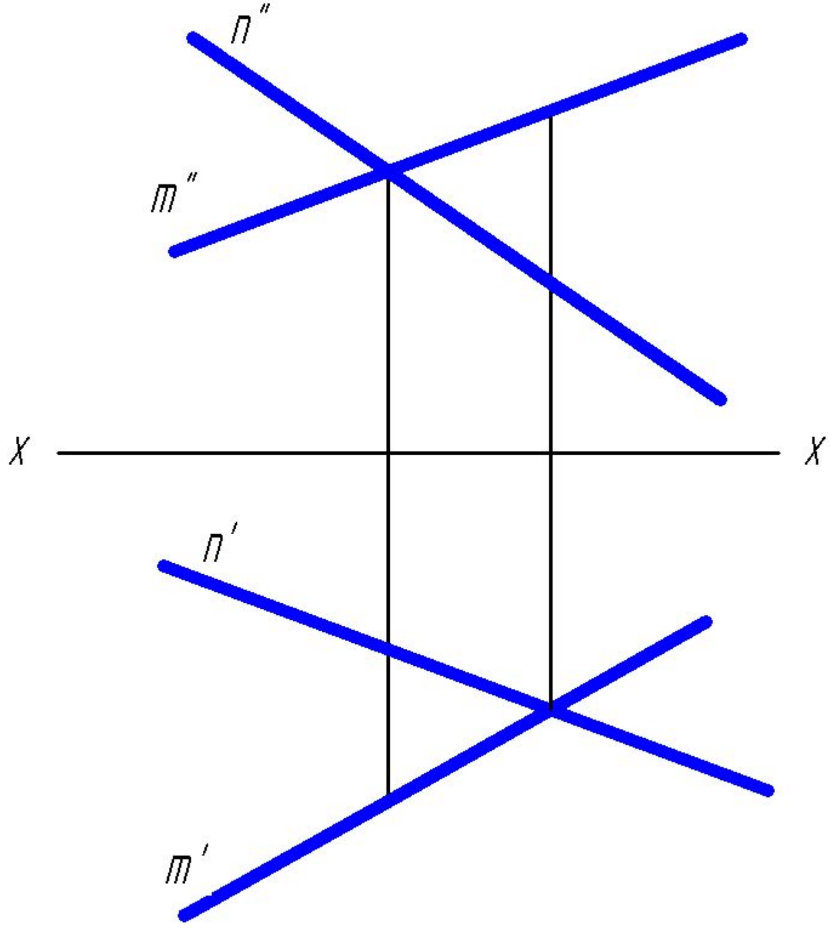
Определить пересекаются ли заданные отрезки



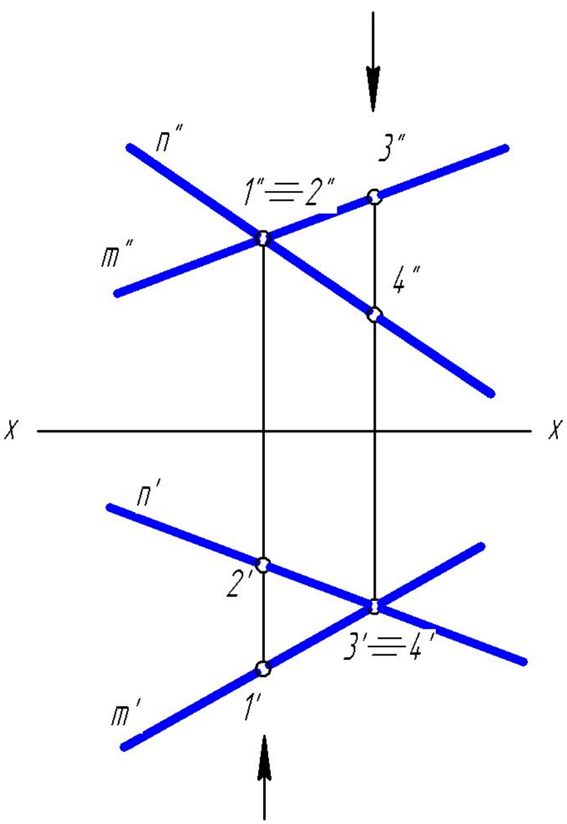


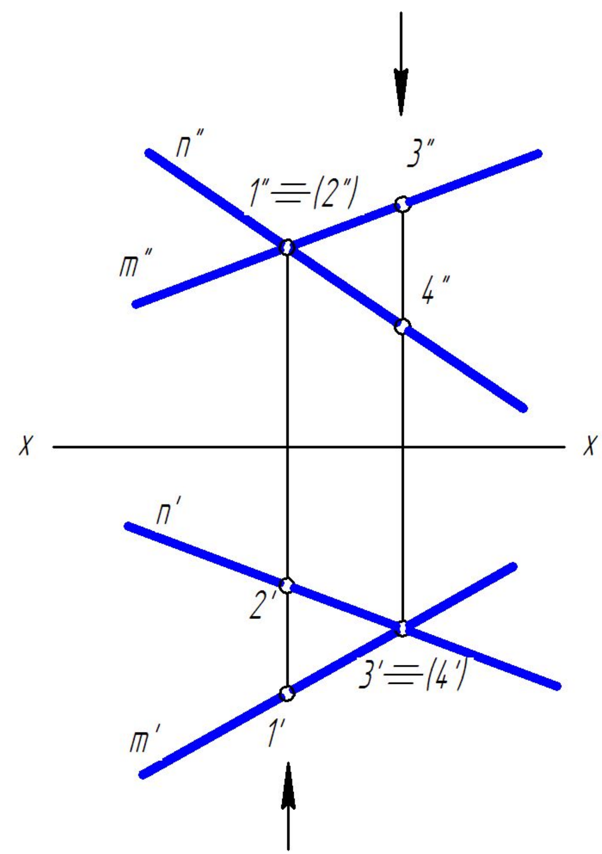
Скрещивающиеся прямые

- Скрещивающиеся прямые не пересекаются и не параллельны между собой.
- На эпюре одноименные проекции пересекаются между собой, но точки их пересечения не могут быть соединены линией связи, перпендикулярной оси x.



- Точка пересечения одноименных проекций представляет собой проекции двух точек, из которых одна принадлежит прямой m, а другая – прямой n. Точки, принадлежащие скрещивающимся прямым и расположенные на одной линии связи называют **конкурирующими**.
- Точка 1, принадлежащая прямой m, закрывает собой точку 2 на прямой n по отношению к плоскости V.
- Точка 3, принадлежащая прямой m, закрывает собой точку 4 на прямой n по отношению к плоскости H.

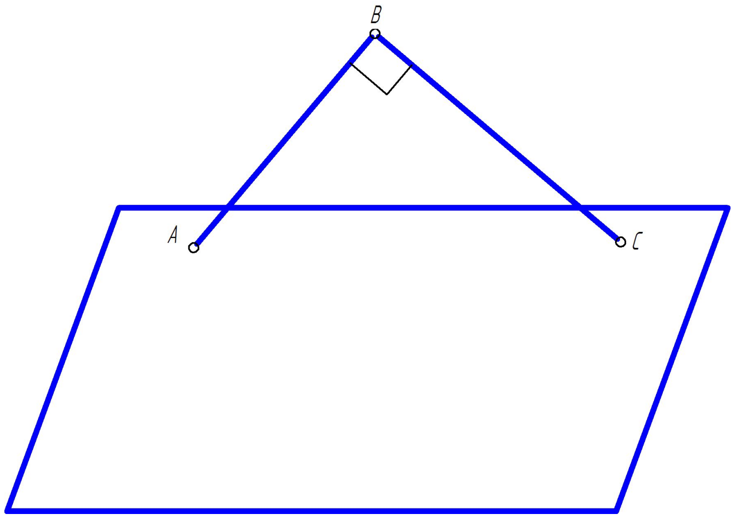




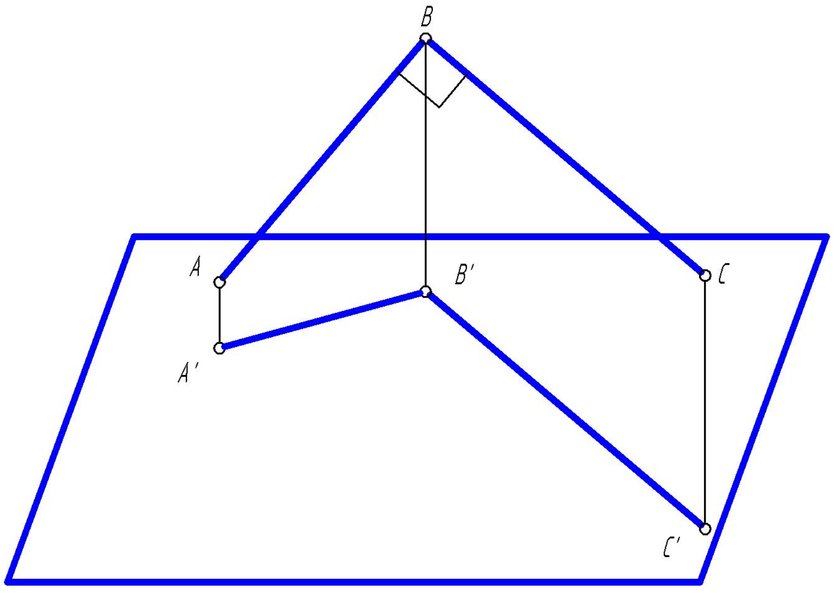
Свойства проекций плоских углов

- 1. Если стороны угла не параллельны плоскости проекции, то угол проецируется на эту плоскость с искажением.
- 2. Если хотя бы одна сторона тупого, прямого или острого угла параллельна плоскости проекции, то проекцией угла на эту плоскость будет угол с тем же названием, что и сам угол (тупой, прямой, острый).
- 3. Если обе стороны любого угла параллельны плоскости проекции, то на эту плоскость он проецируется без искажения.
- 4. Проекции острого и тупого углов могут проецироваться на плоскость проекции без искажения не только при условии параллельности сторон угла плоскости проекции.
- 5. Если стороны угла параллельны плоскости проекции или одинаково наклонены к ней, то деление пополам проекции угла соответствует его делению пополам в пространстве.
- Частный случай проецирования прямого угла: **Если одна сторона прямого угла параллельна плоскости проекции, то на эту плоскость проекции прямой угол проецируется без искажения.**

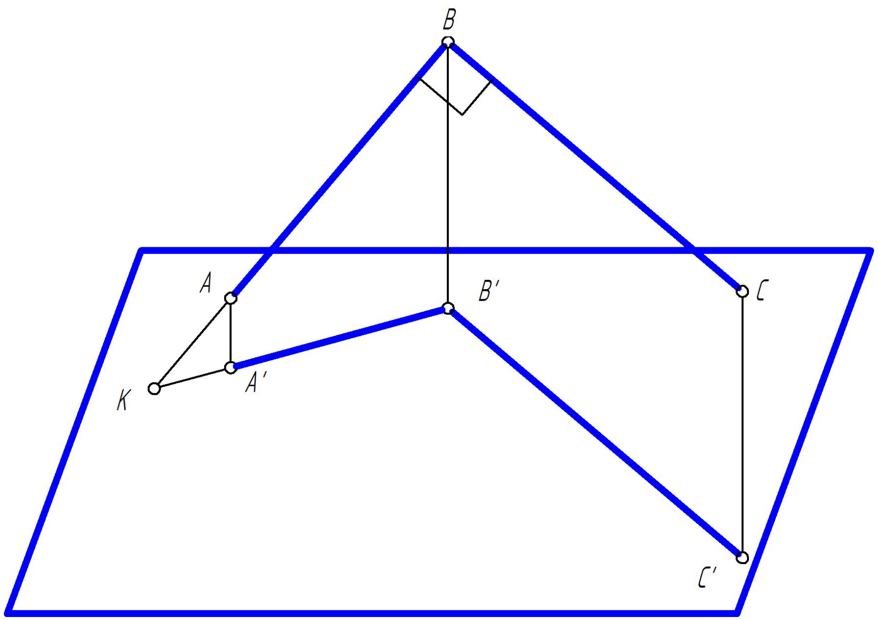
- Дано: Угол ABC = 90°, BC‖H
- Доказать: A′B′C′ = 90°



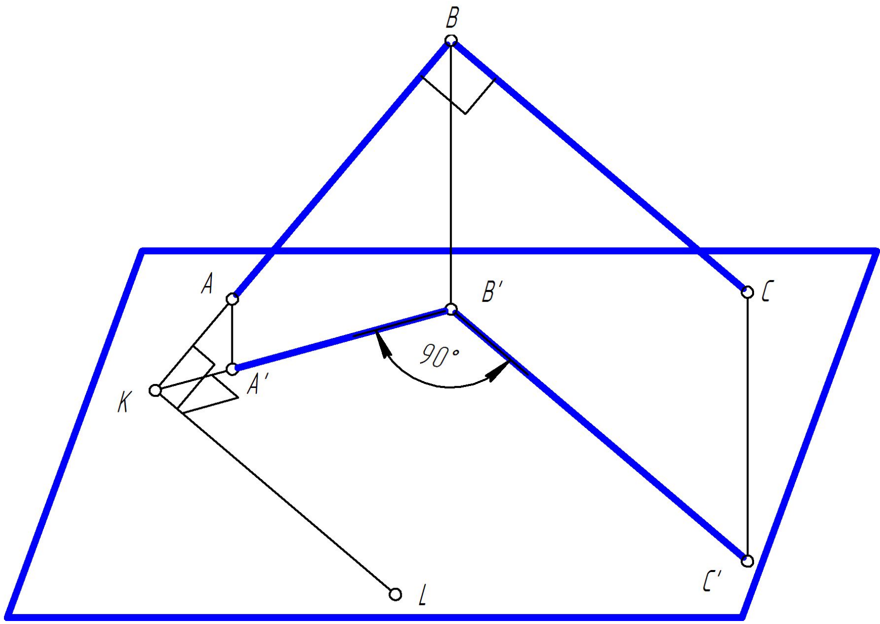
- Спроецируем угол ABC на плоскость.
- BC‖B′C′



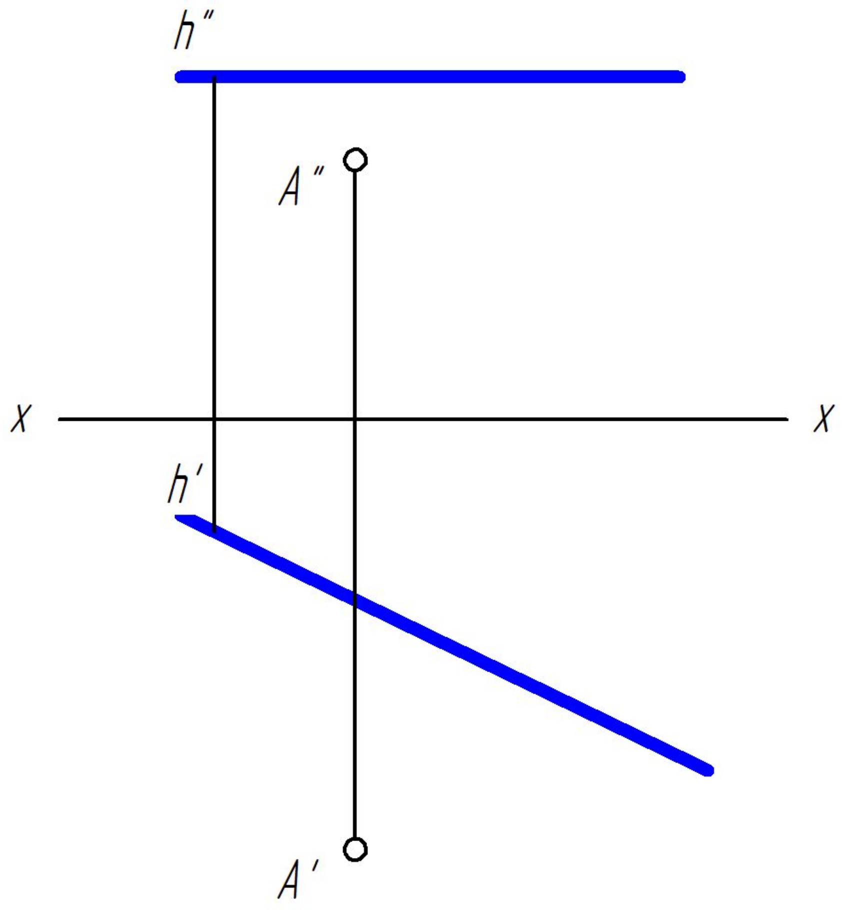
- Продолжим AB до пересечения с H в точке K

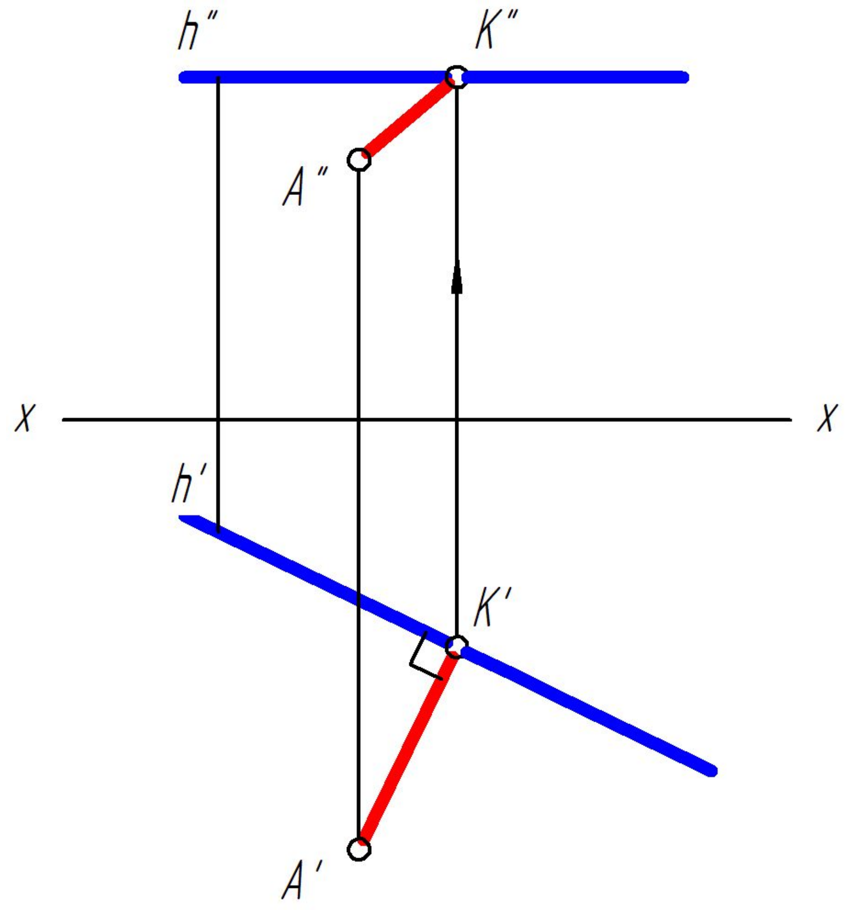


- Проведем KL║B′C′ и тогда KL║BC и следовательно BKL = 90°
- Согласно теореме о трех перпендикулярах, если KL┴BK, то KL┴B′K и значит A′B′C′ = 90°



Построить отрезок АК перпендикулярный прямой h





Построить отрезок АК перпендикулярный прямой f