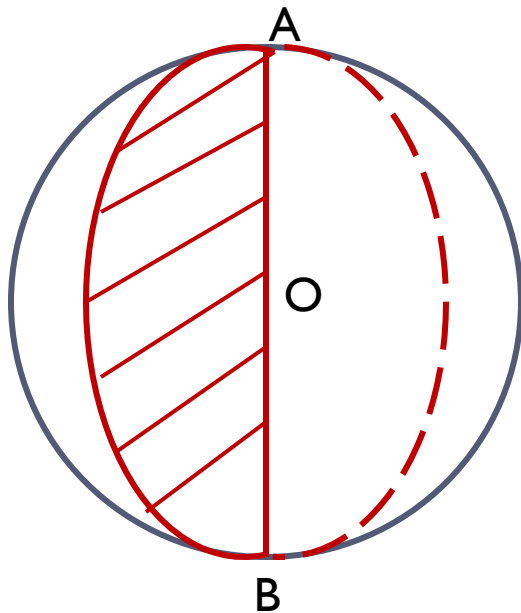
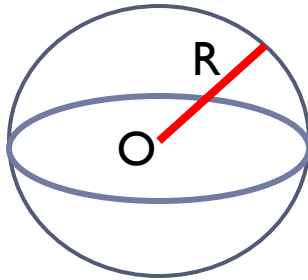


Сфера и шар

## Определение сферы и её элементов.



**Сферой** называется поверхность, состоящая из точек пространства, расположенных на данном расстоянии (оно называется **радиусом сферы**) от данной точки (**центра сферы**).

**Радиусом сферы** называется любой отрезок, соединяющий центр сферы с точкой сферы.

**Диаметром сферы** называется отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр.

Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг её диаметра.



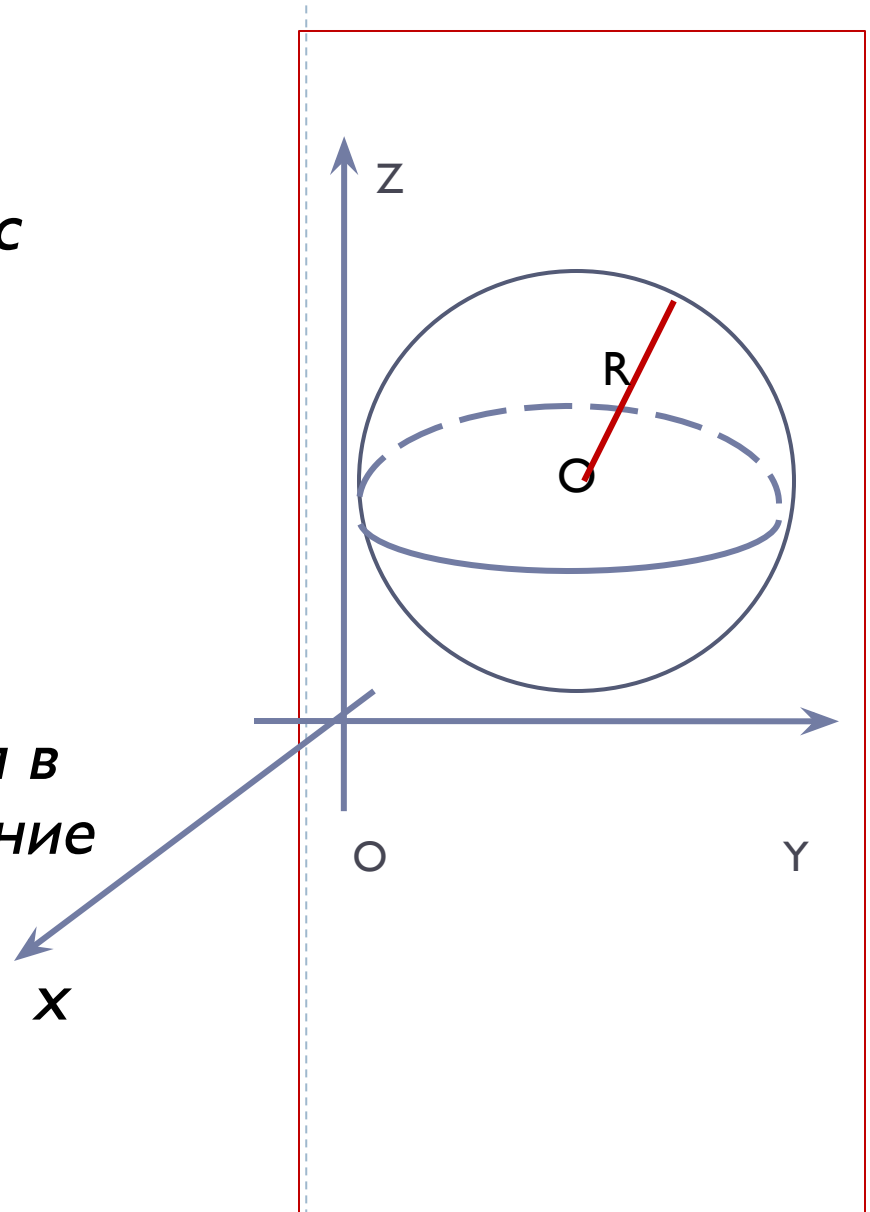
□ В прямоугольной системе координат сфера радиуса  $R$  с центром  $C(x_c; y_c; z_c)$  имеет

□ уравнение:

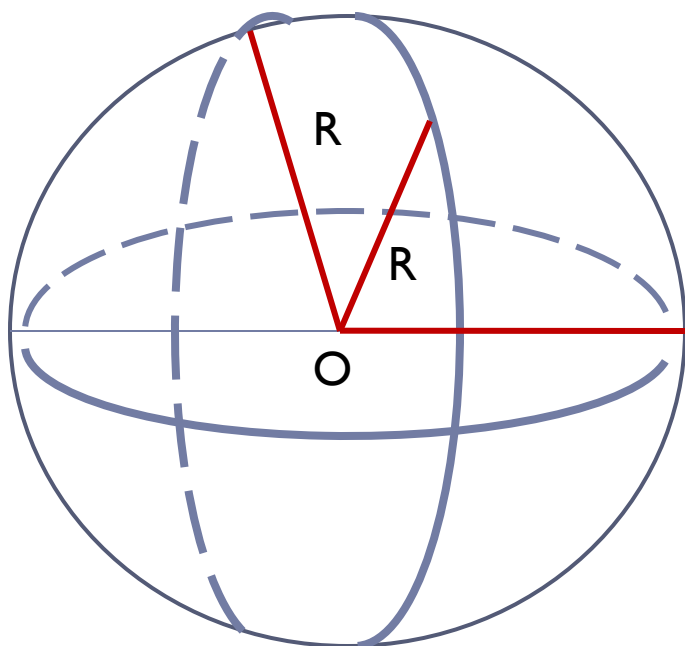
$$(x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 + (z-z_c)^2 = R^2$$

□ Если центр сферы находится в начале координат, то уравнение сферы

□  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$



## □ Определение шара и его элементов



**Шаром** называется конечное тело, ограниченное сферой.

**ИЛИ**

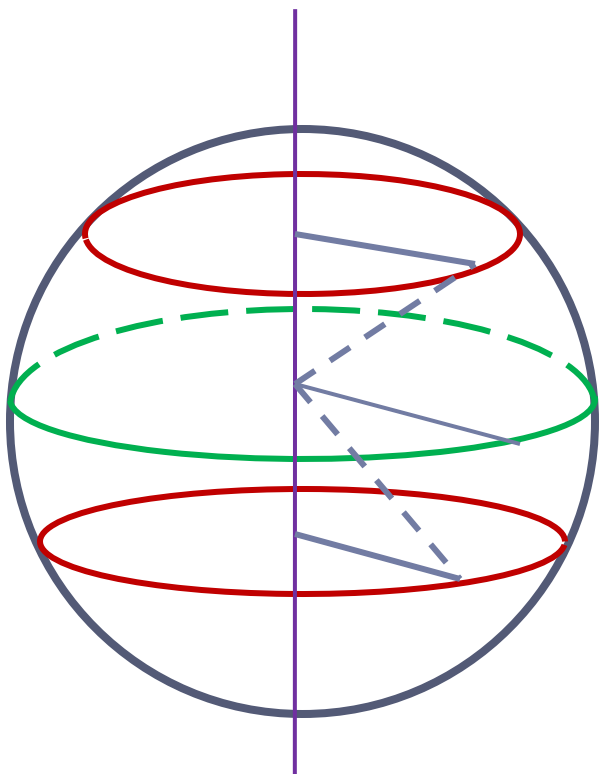
**Шаром** называется тело, состоящее из всех точек пространства, удалённых от данной точки на расстояние, не превышающее заданного.

**Центр, радиус и диаметр сферы** называются также центром, радиусом и диаметром **шара**



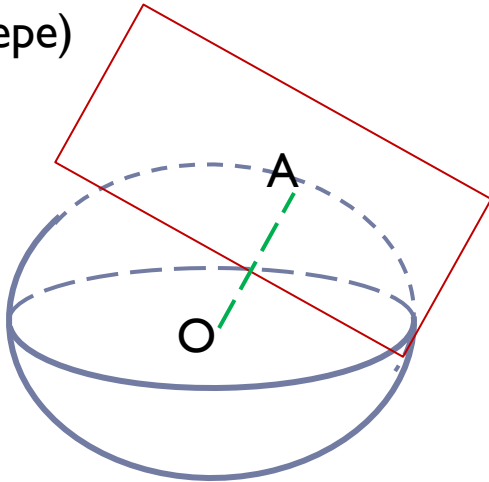
## Полезная задача

1. Докажите, что сечения сферы, **одинаково** удалённые от её центра, имеют **равные** радиусы;
2. Из двух сечений сферы **большой** радиус имеет то сечение, плоскость которого ближе к центру сферы



## Определение касательной к сфере

Теорема (свойство касательной плоскости к сфере)



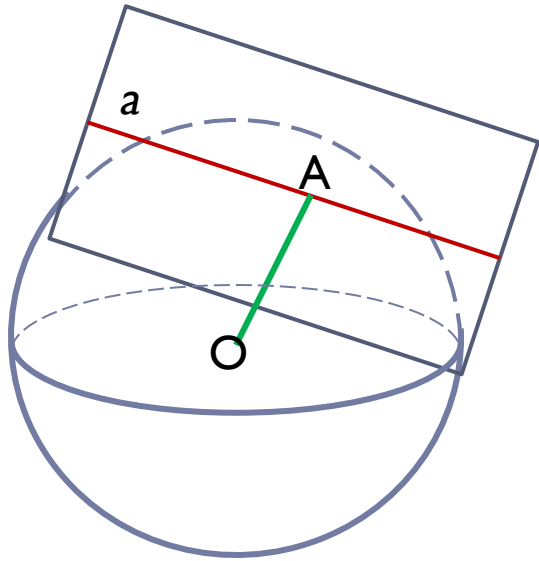
Теорема (признак касательной плоскости)

**Касательной плоскостью к сфере** называется плоскость, имеющая с данной сферой только одну общую точку ( *касания*).

**Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.**

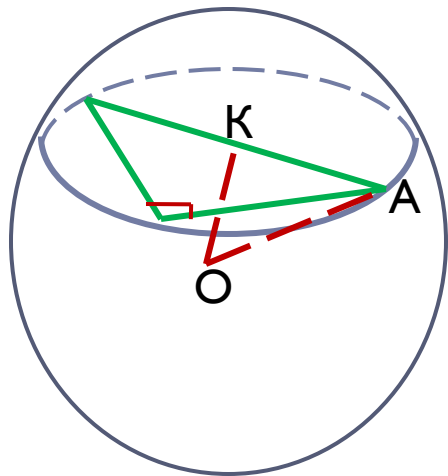
**Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.**





**Касательной** к сфере называется прямая, которая лежит в касательной плоскости и проходит через **точку касания сферы и плоскости**.

Касательная  $a$  имеет со сферой одну общую точку (точку касания  $A$ ) и перпендикулярна к радиусу сферы, проведённому в эту точку.



### Типовая задача

Все стороны прямоугольного треугольника с катетами 12 см и 16 см касаются сферы, радиус которой равен 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника.

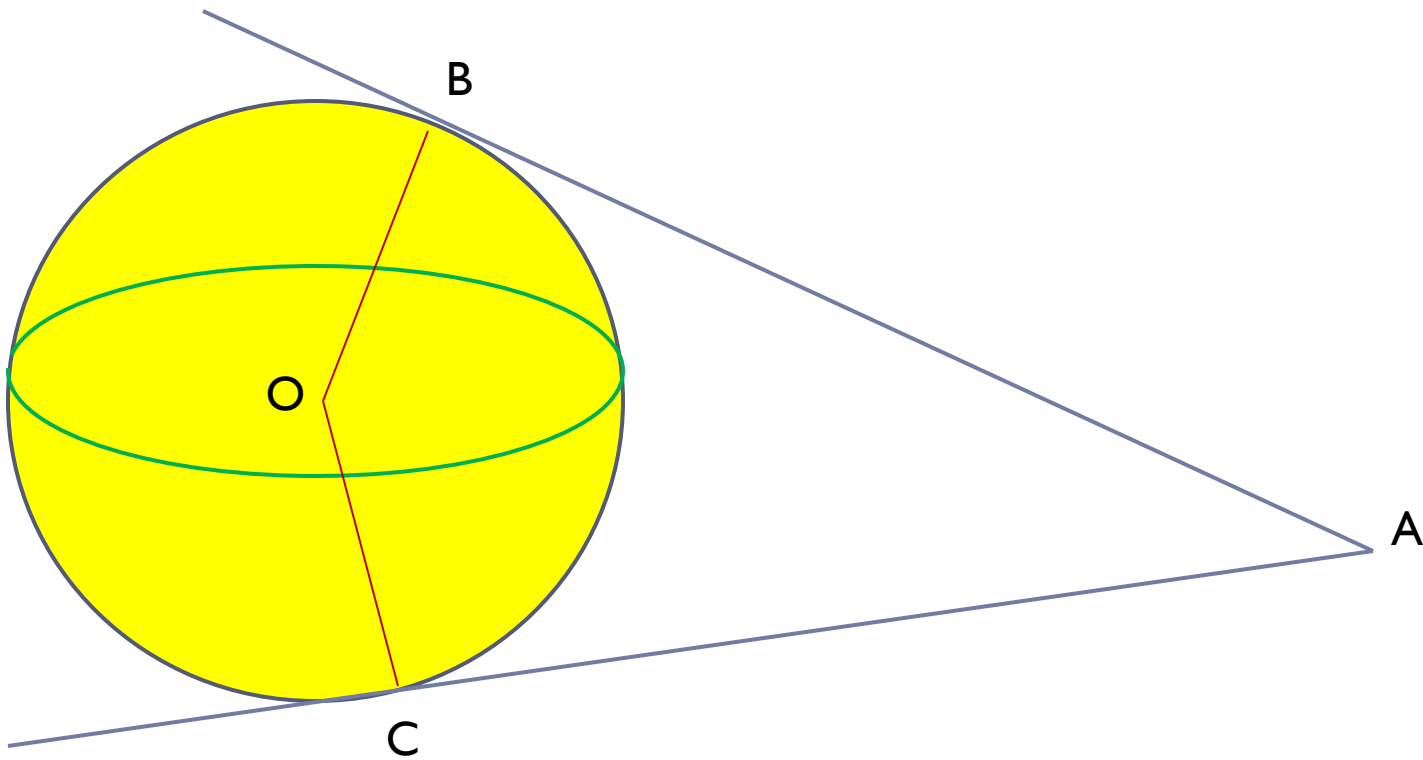
### Решение задачи.

Из центра сферы проведём перпендикуляр (это **расстояние от центра сферы до плоскости треугольника**) к плоскости треугольника и радиус шара.

Перпендикуляр к плоскости треугольника пройдёт через середину гипотенузы треугольника, т.к. середина гипотенузы является центром окружности описанной около треугольника. Рассмотрим треугольник OAK. Найдём OK.

## Полезная задача

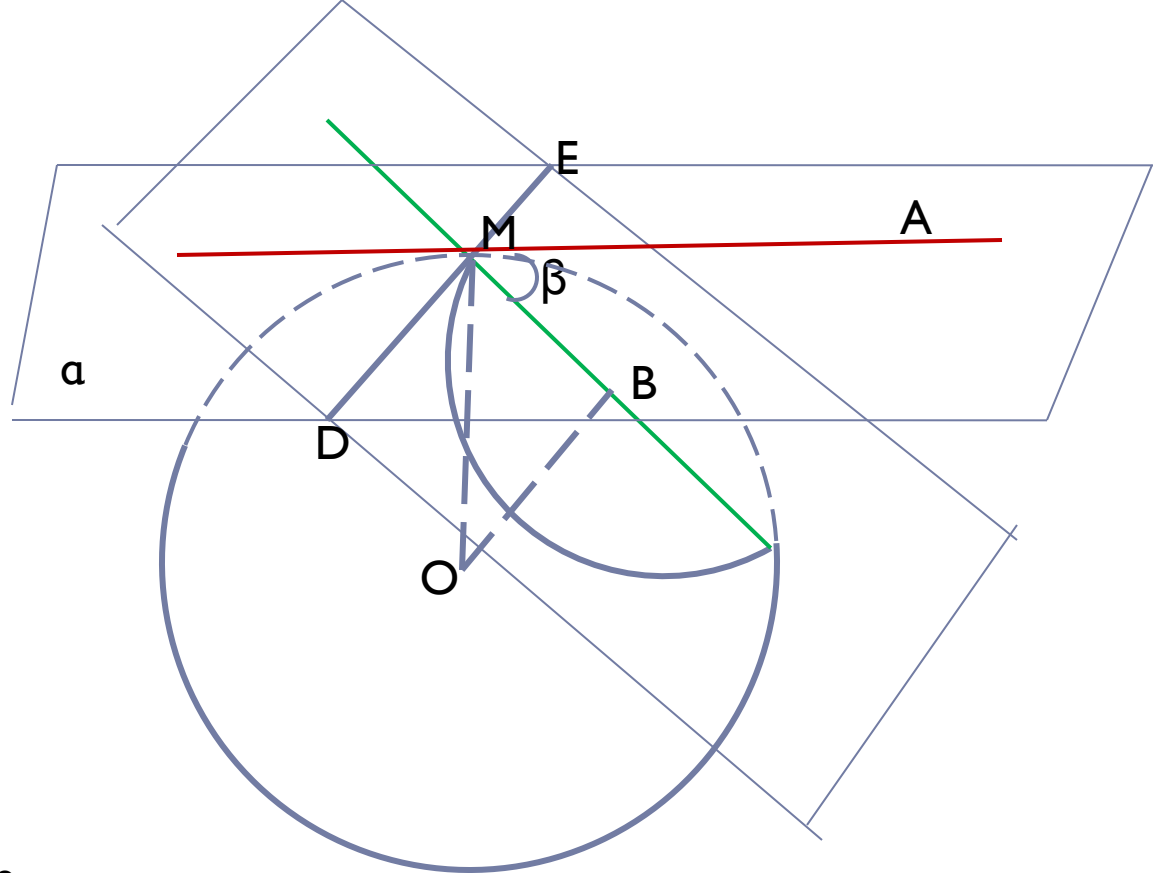
*Докажите, что все касательные, проведённые из данной точки к сфере, имеют равные длины.*





### Задача 590.

Через точку сферы радиуса  $R$ , которая является границей данного шара, проведены две плоскости, одна из которых является касательной к сфере, а другая наклонена под углом  $\beta$  к касательной плоскости. Найдите площадь сечения данного шара.



1. Объяснить, как построить линейный угол двугранного угла, образованного плоскостями.
2. Докажите, что перпендикуляр, проведённый из центра шара к секущей плоскости, проходит через центр сечения.
3. Найдите радиус сечения второй плоскостью.
4. Найдите площадь сечения.



Для решения задачи № 590 удобнее вынести чертёж и с помощью его уже решить данную задачу.

