1 часть

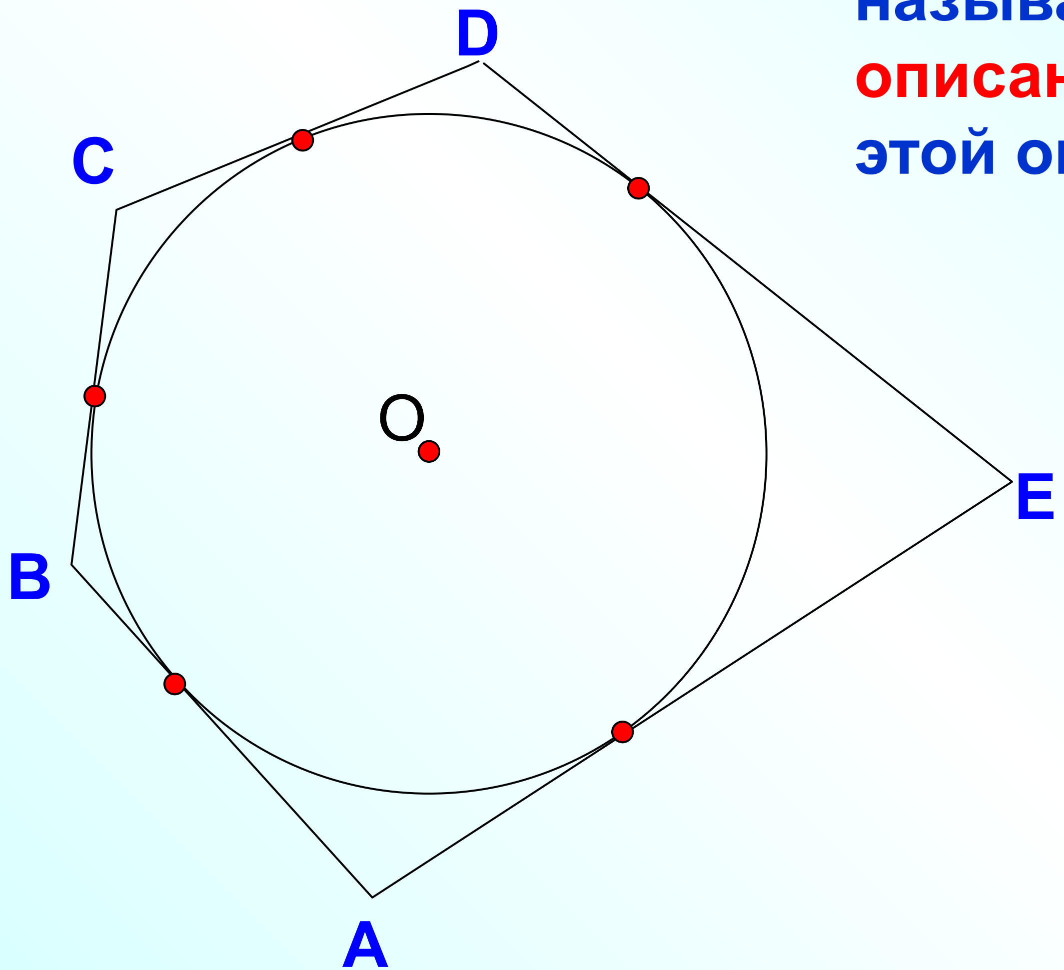
Вписанная и описанная окружности

8 класс

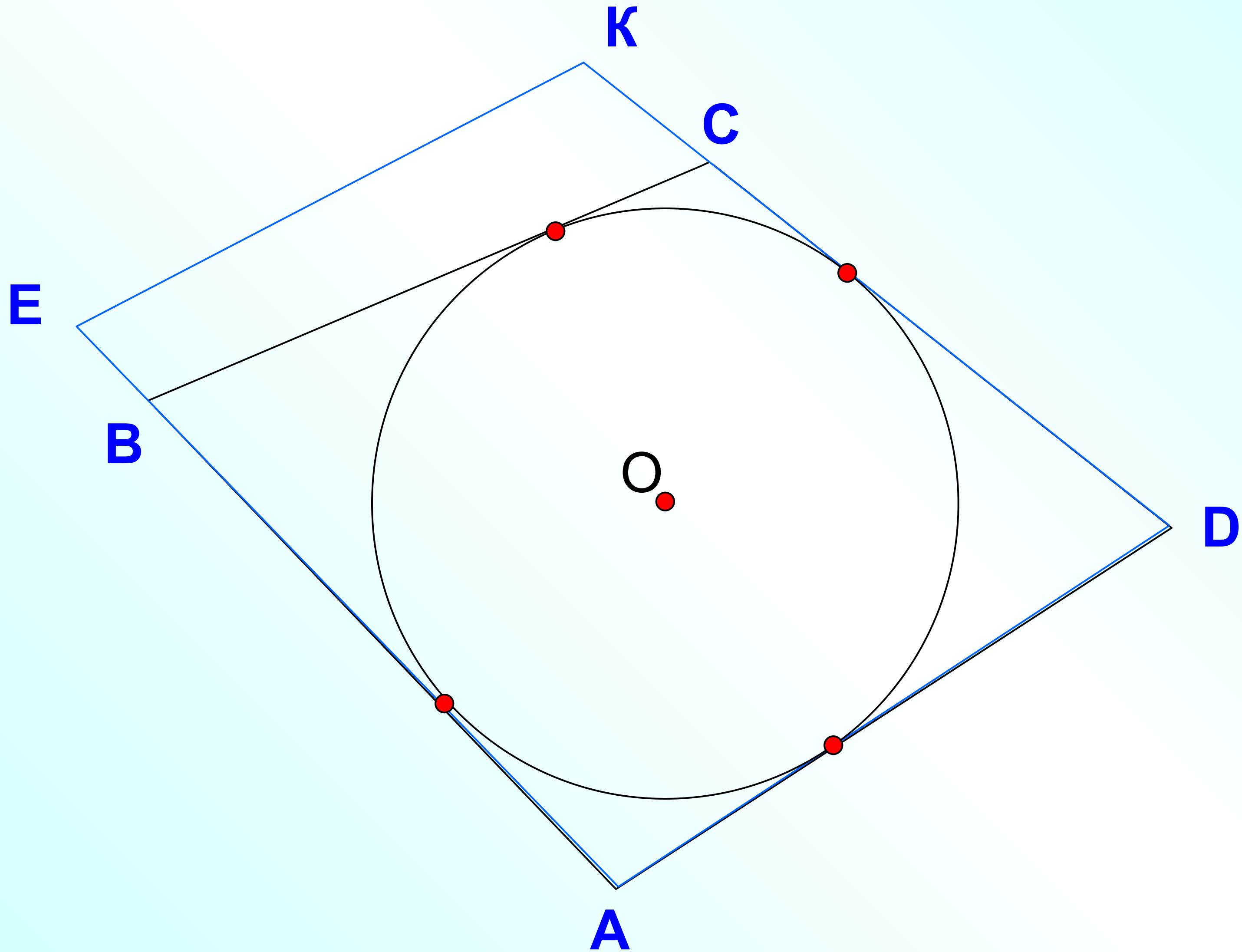
Л.С. Атанасян Геометрия 7-9

Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется **вписанной** в многоугольник.

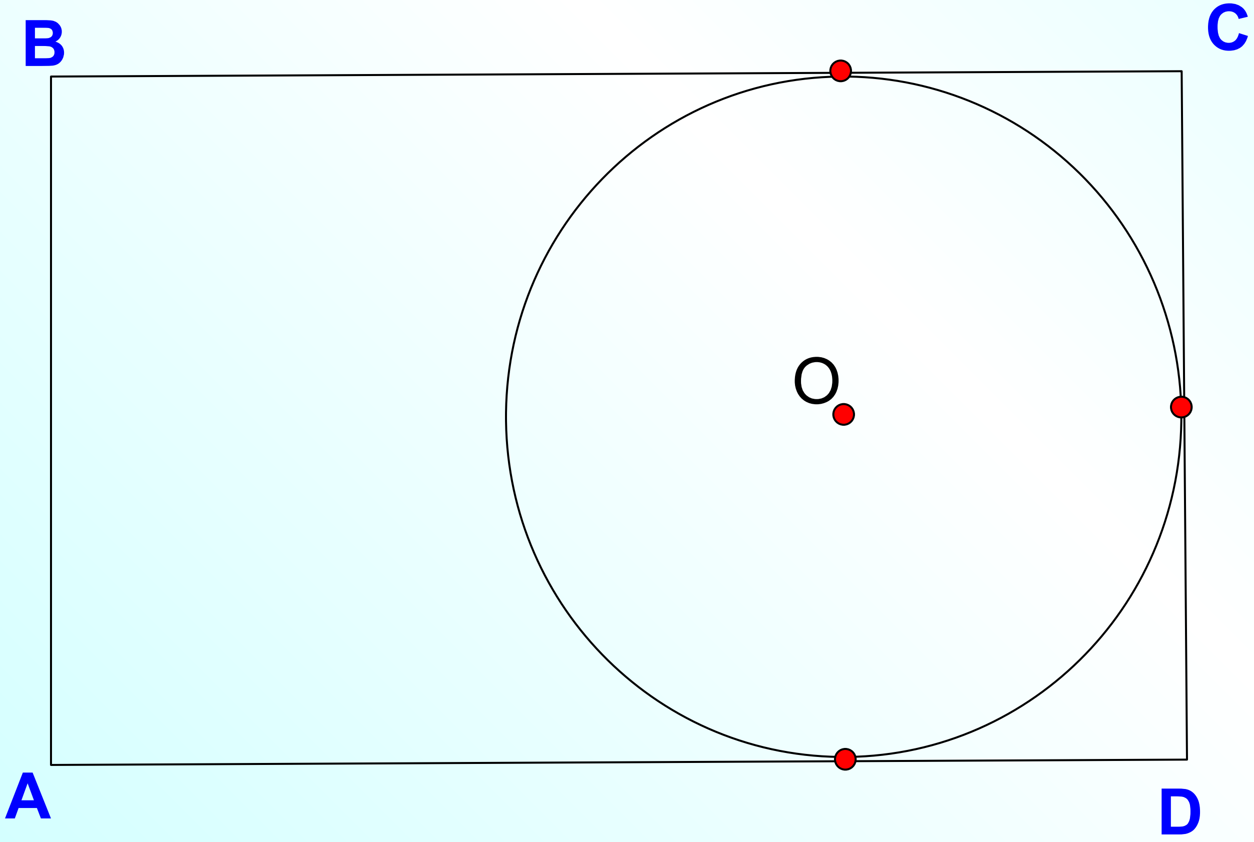
А многоугольник называется **описанным** около этой окружности.



Какой из двух четырехугольников ABCD или AEKD является описанным?

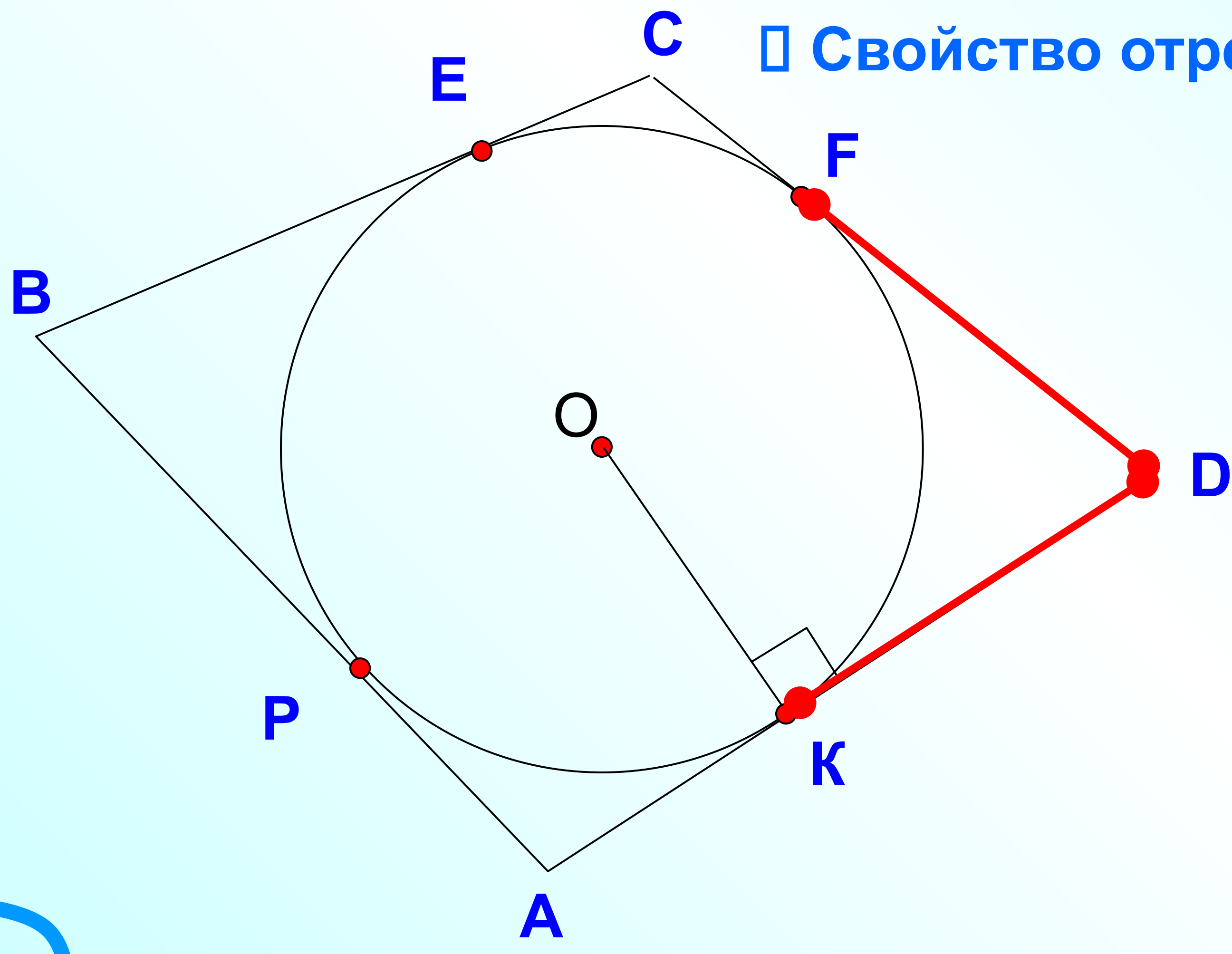


В прямоугольник нельзя вписать окружность.

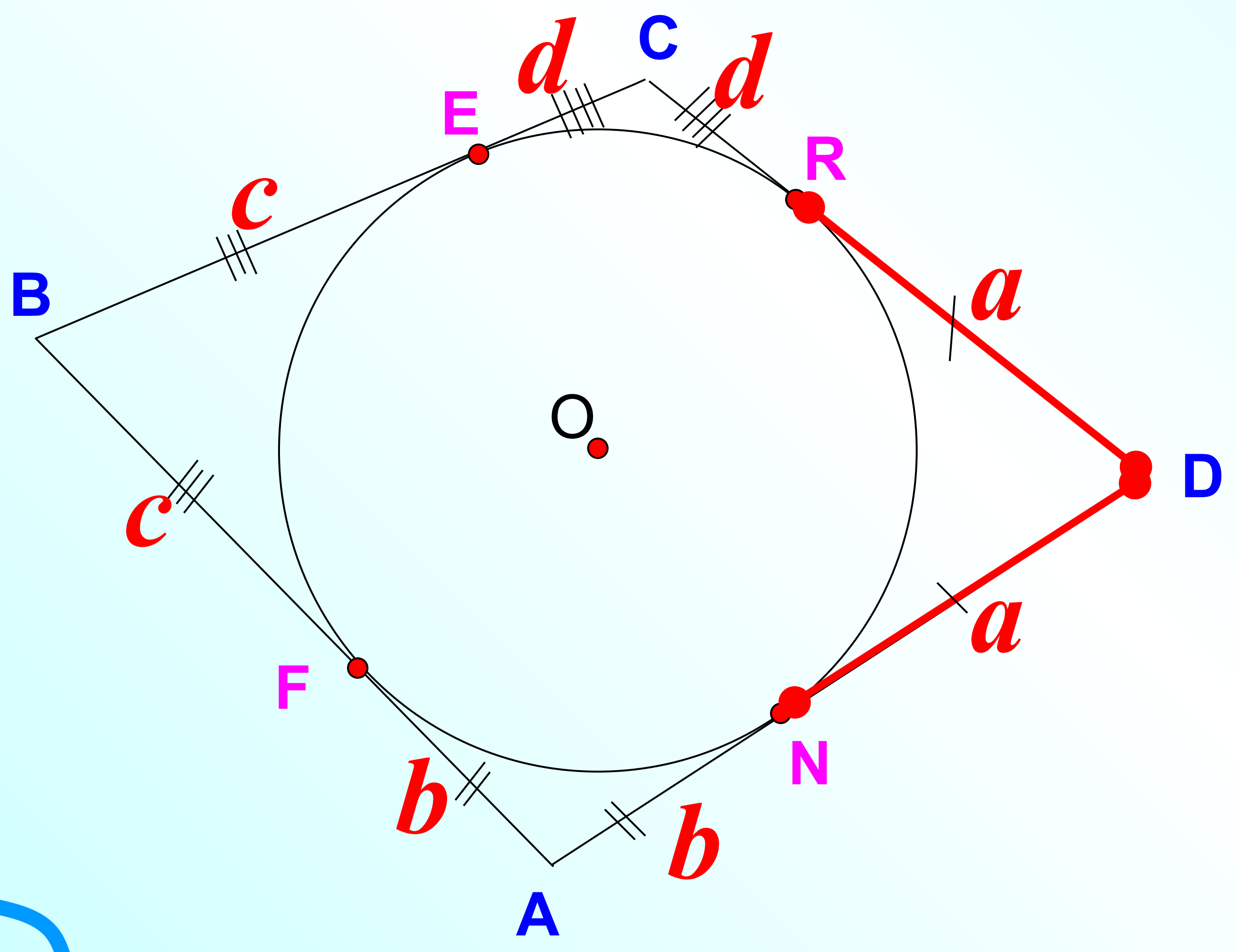


Какие известные свойства нам пригодятся при изучении вписанной окружности?

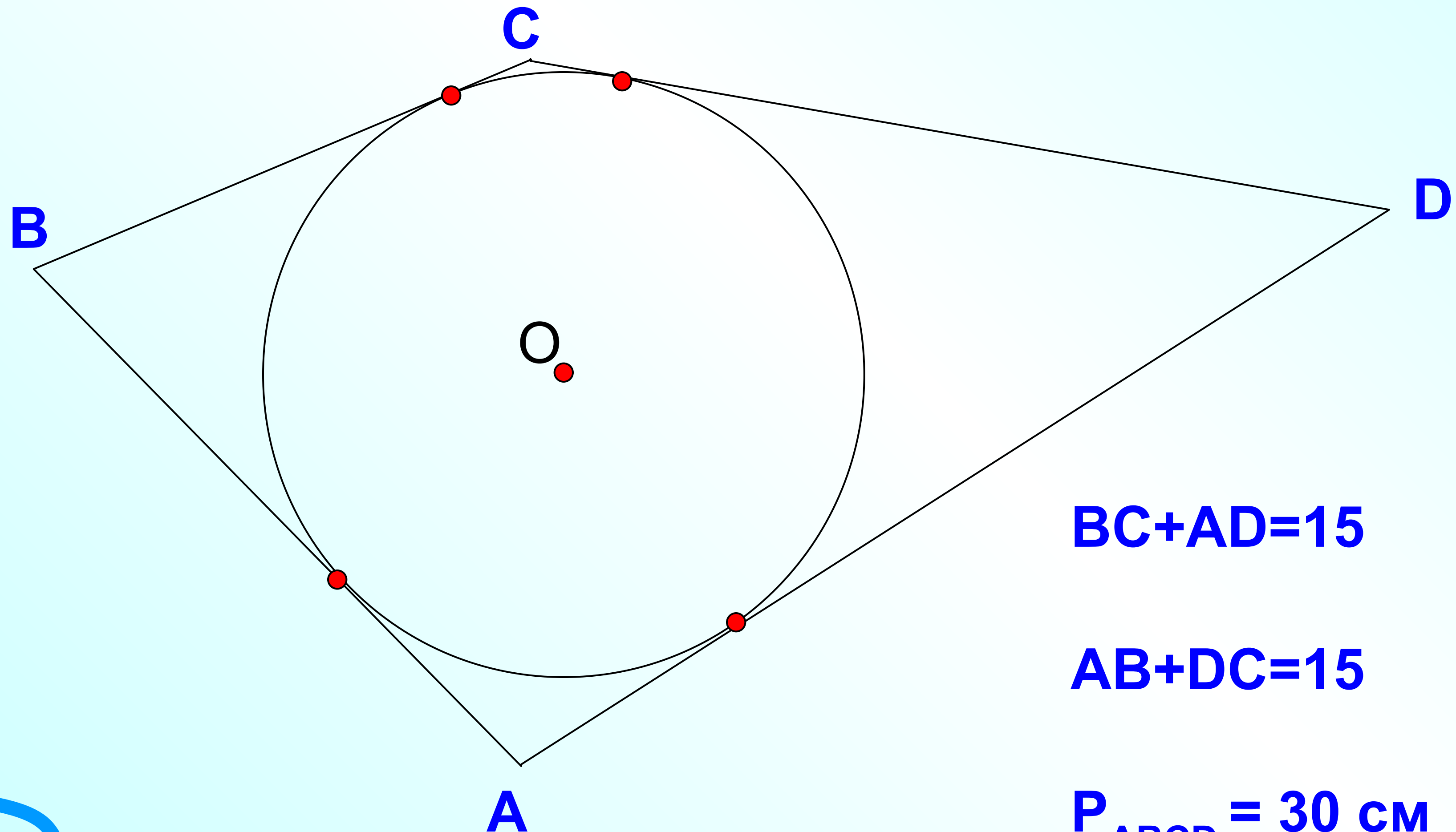
- Свойство касательной
- Свойство отрезков касательных



В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.



№ 695 Сумма двух противоположных сторон описанного четырехугольника равна 15 см. Найдите периметр этого четырехугольника.

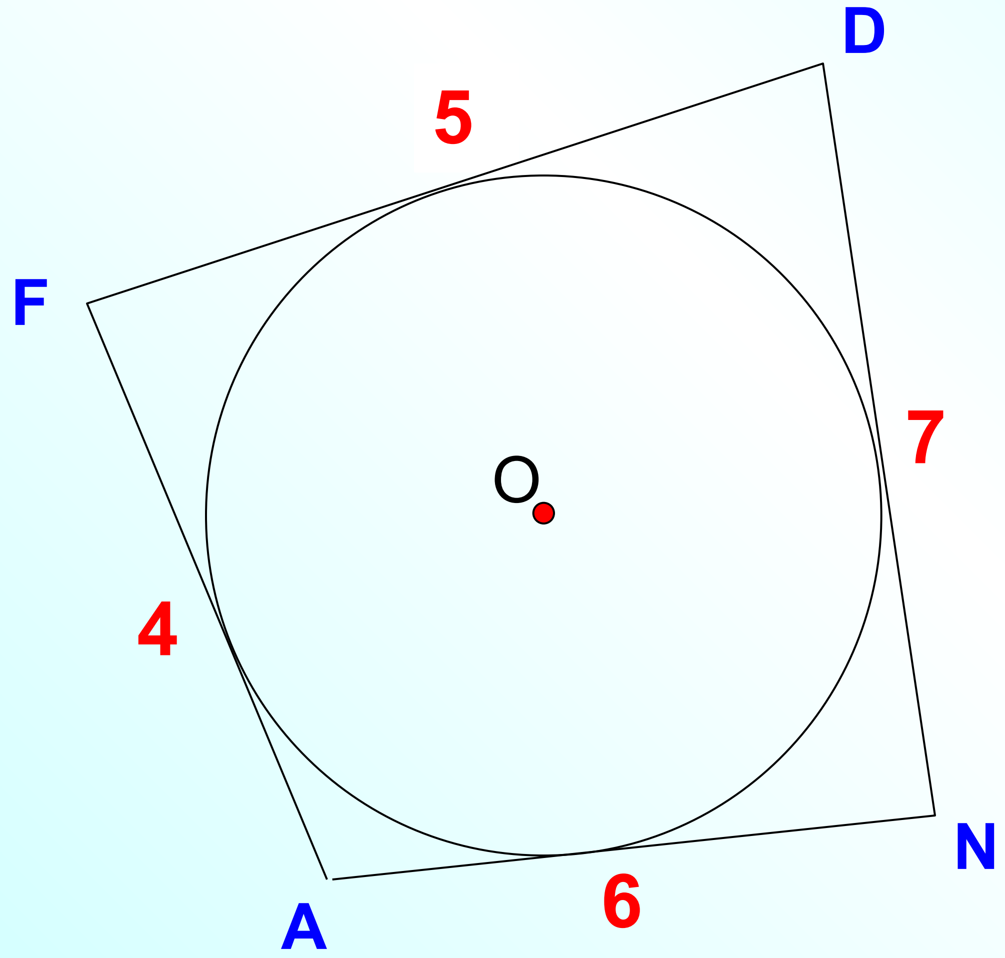


BC+AD=15

AB+DC=15

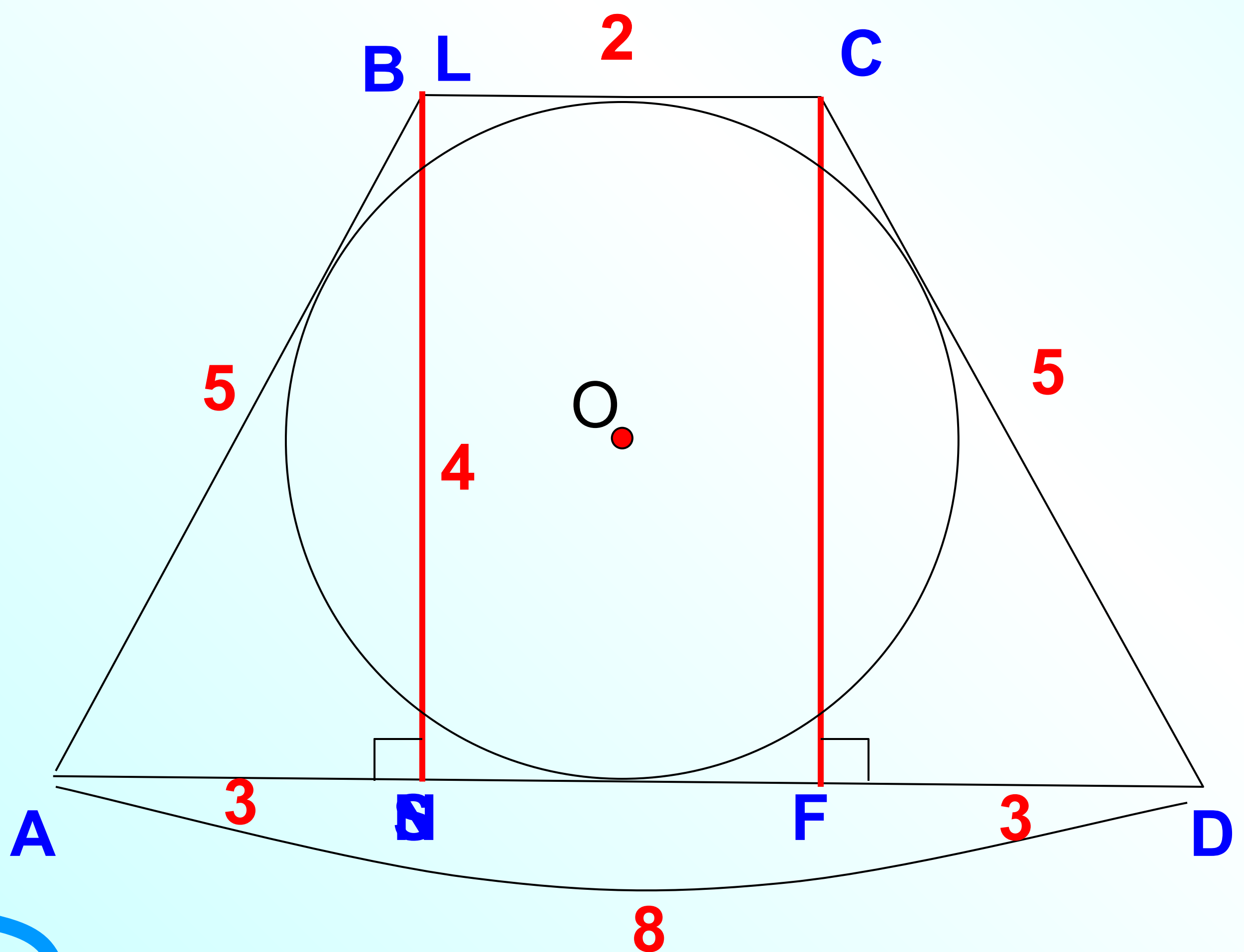
P_{ABCD} = 30 см

Найти FD



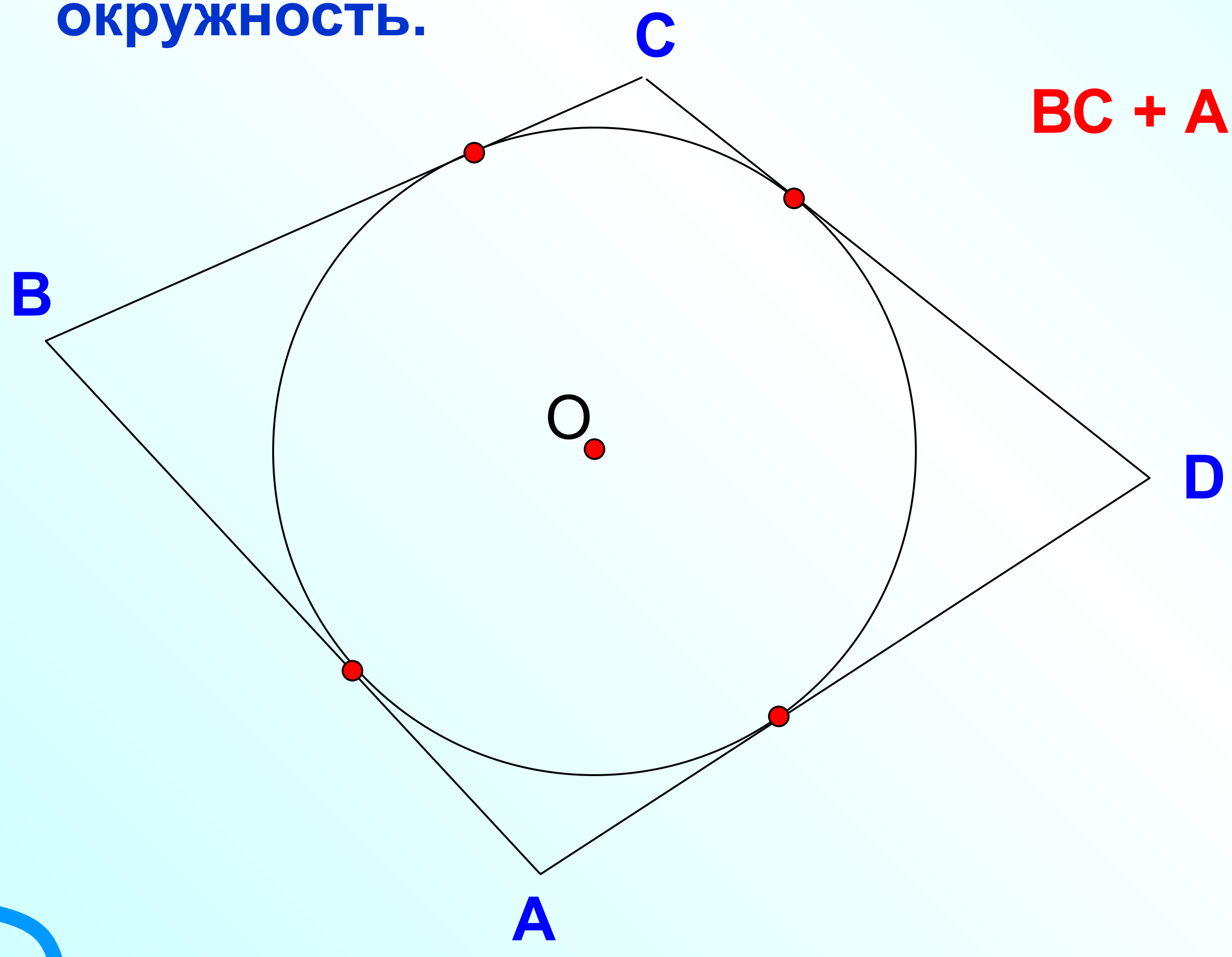
Равнобокая трапеция описана около окружности. Основания трапеции равны 2 и 8. найдите радиус вписанной окружности.

BC+AD=10 **AB+DC=10**



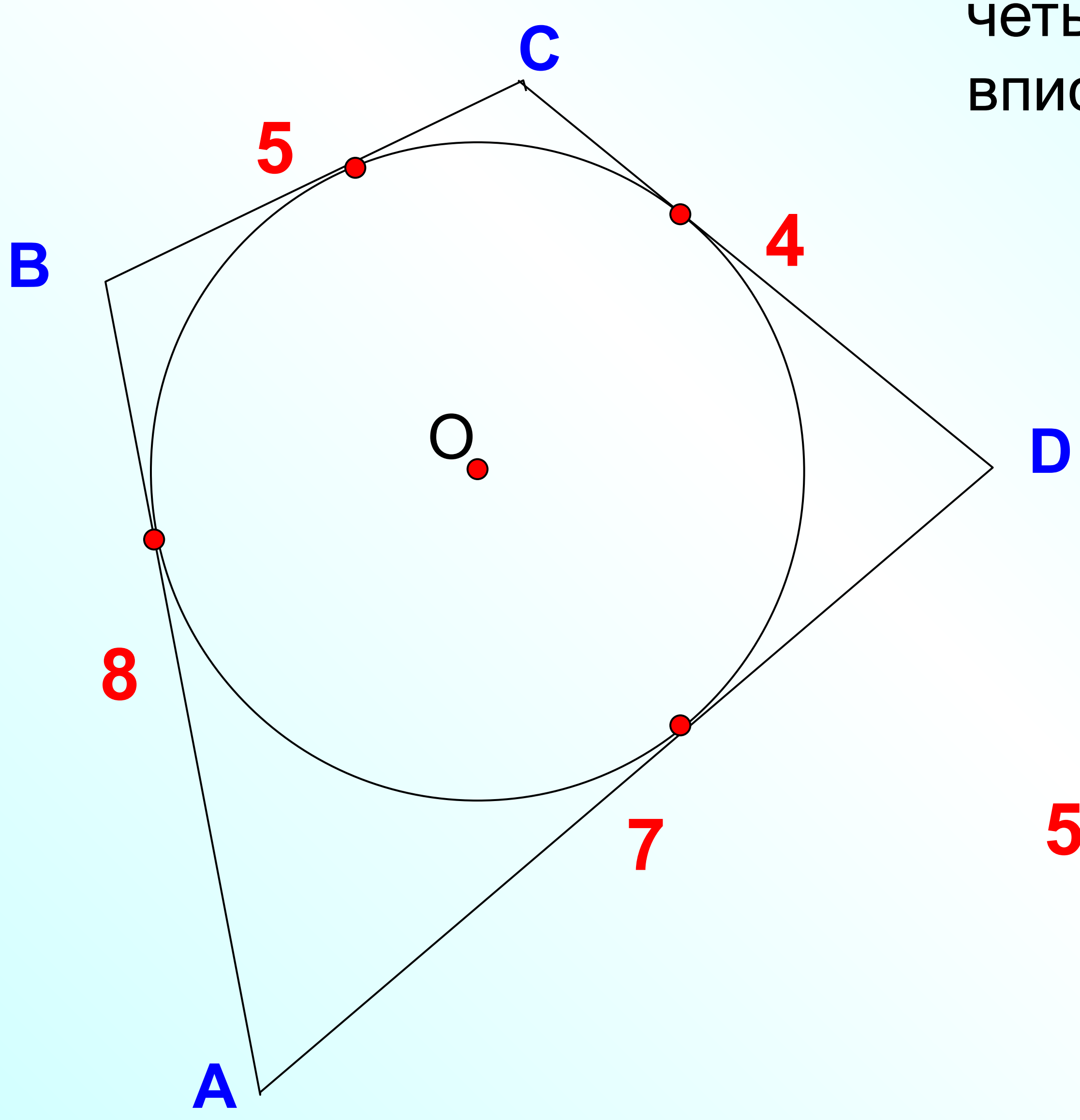
Верно и обратное утверждение.

Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.



BC + AD = AB + DC

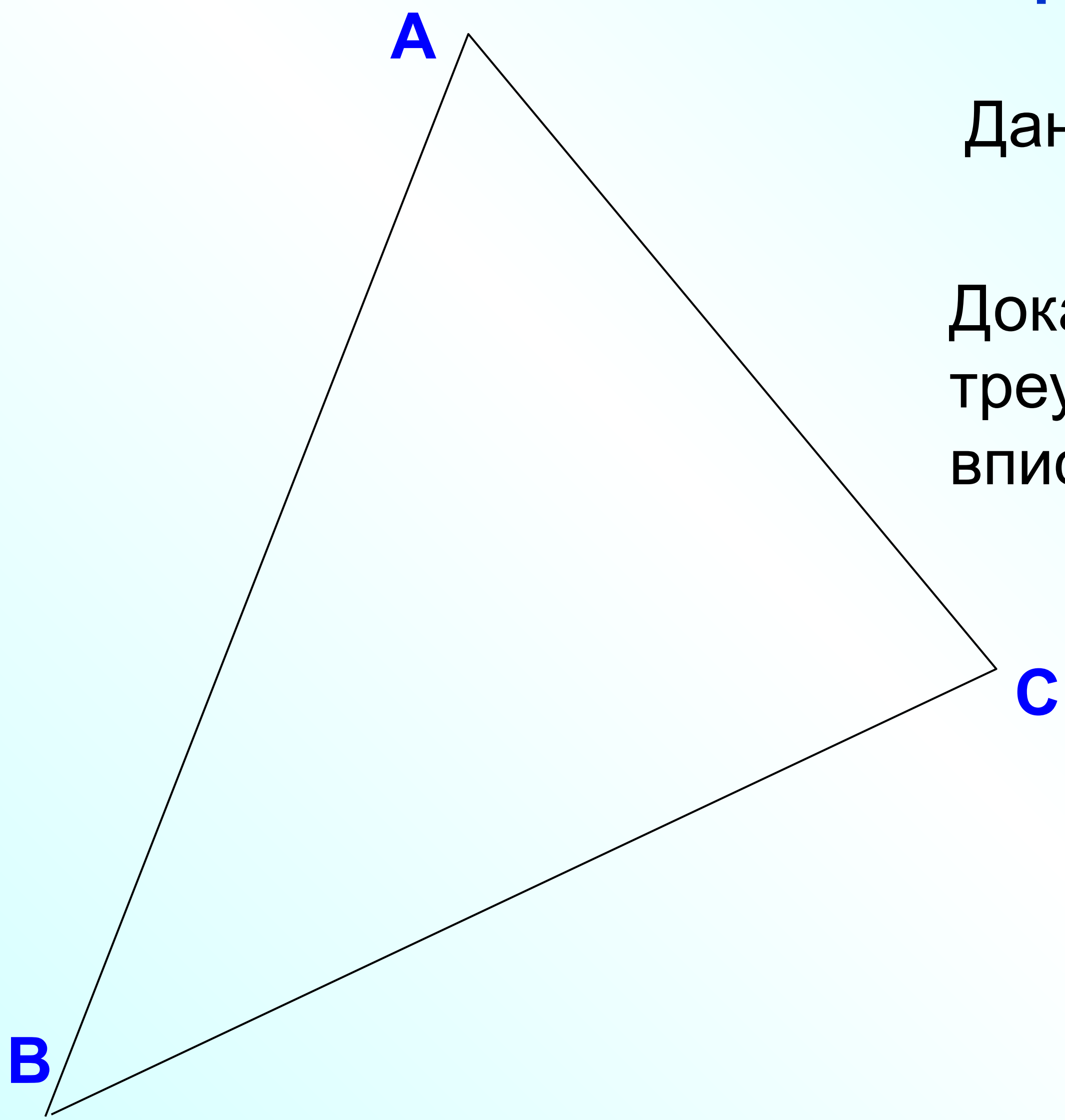
Можно ли в данный четырехугольник вписать окружность?



$5 + 7 = 4 + 8$

Теорема

В любой треугольник можно вписать окружность.



Дано: ΔABC

Доказать, что в треугольник можно вписать окружность

1) ДП: биссектрисы углов треугольника

Проведем из точки О перпендикуляры к сторонам треугольника

2) $\Delta COL = \Delta COM$, по гипотенузе и ост. углу

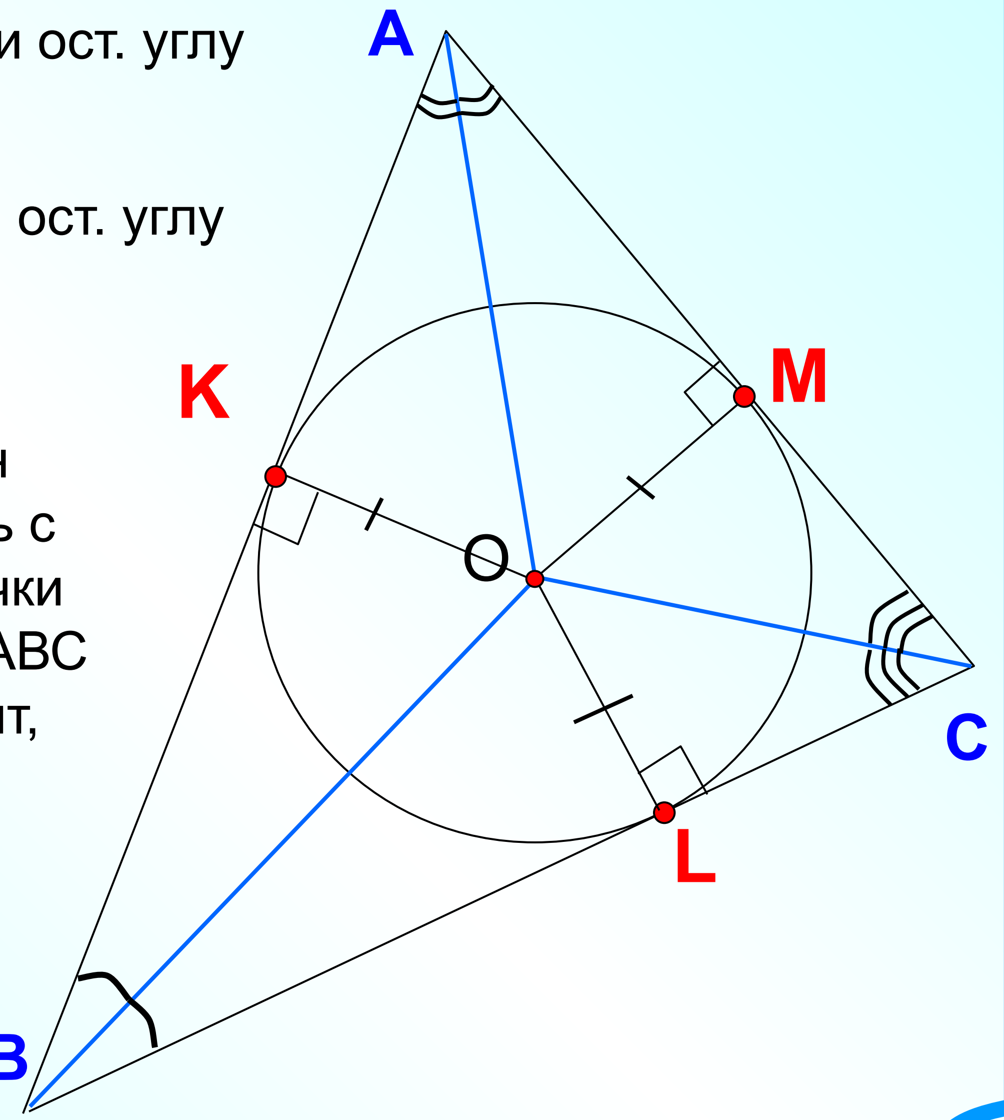
$\Rightarrow OL = MO$

3) $\Delta MOA = \Delta KOA$, по гипотенузе и ост. углу

$\Rightarrow MO = KO$

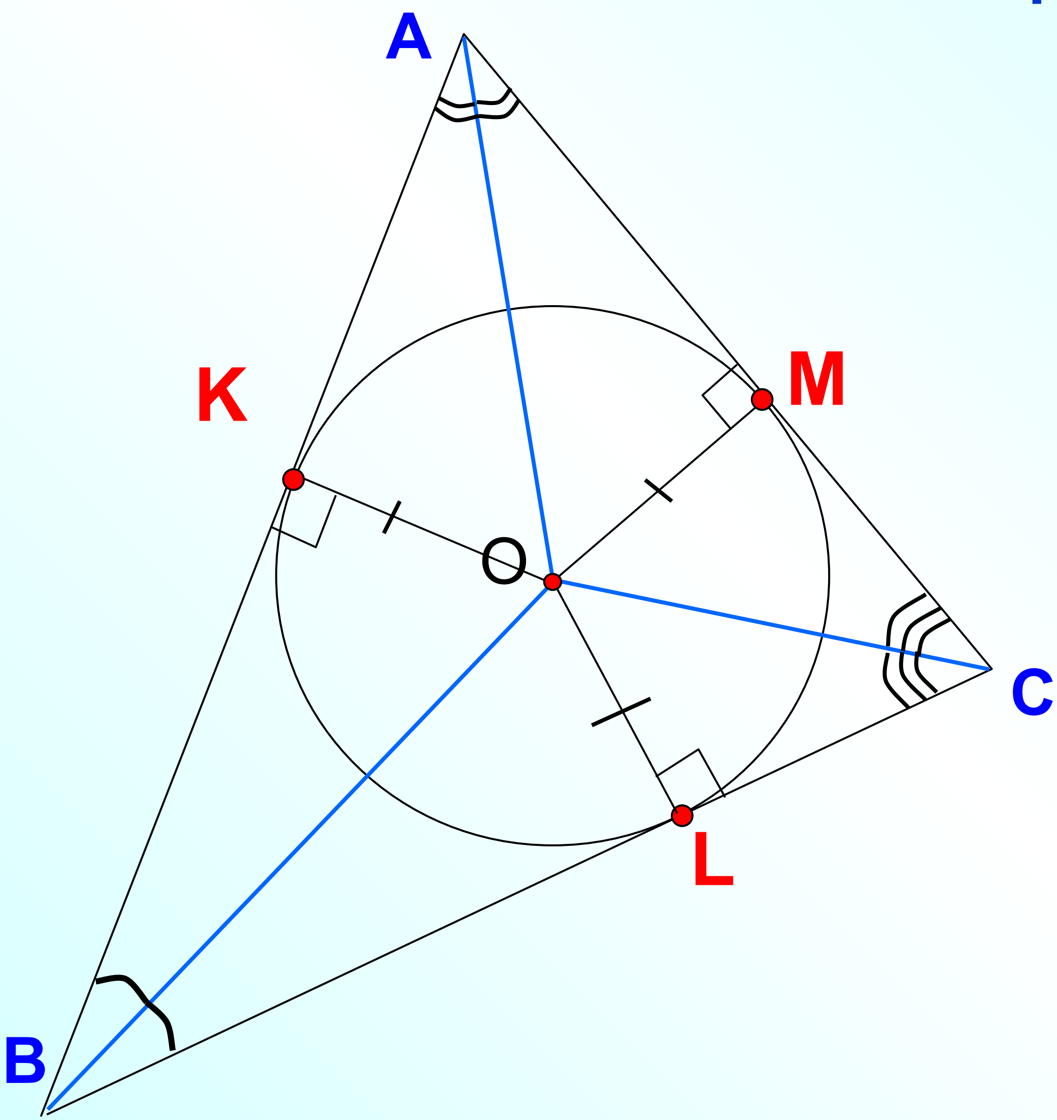
4) LO=MO=KO

точка О **равноудалена** от сторон треугольника. Значит, окружность с центром в т.О проходит через точки K, L и M. Стороны треугольника ABC касаются этой окружности. Значит, окружность является вписанной ΔABC.

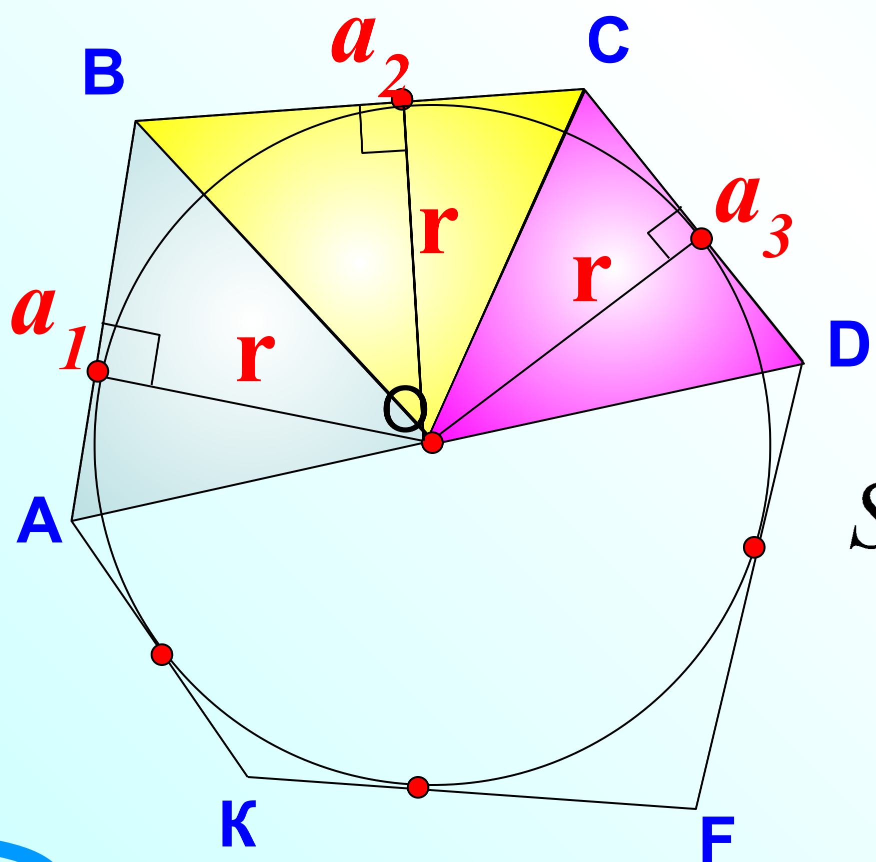


Теорема

В любой треугольник можно вписать окружность.



№ 697 Докажите, что площадь описанного многоугольника равна половине произведения его периметра на радиус вписанной окружности.



$$S_{AOB} = \frac{1}{2} a_1 \cdot r$$

$$+ \quad S_{BOC} = \frac{1}{2} a_2 \cdot r$$

$$S_{COD} = \frac{1}{2} a_3 \cdot r$$

...

$$S_n = \frac{1}{2}(a_1 + a_2 + a_3 + \ldots) \cdot r$$

$$S_n = \frac{1}{2} P_n \cdot r$$