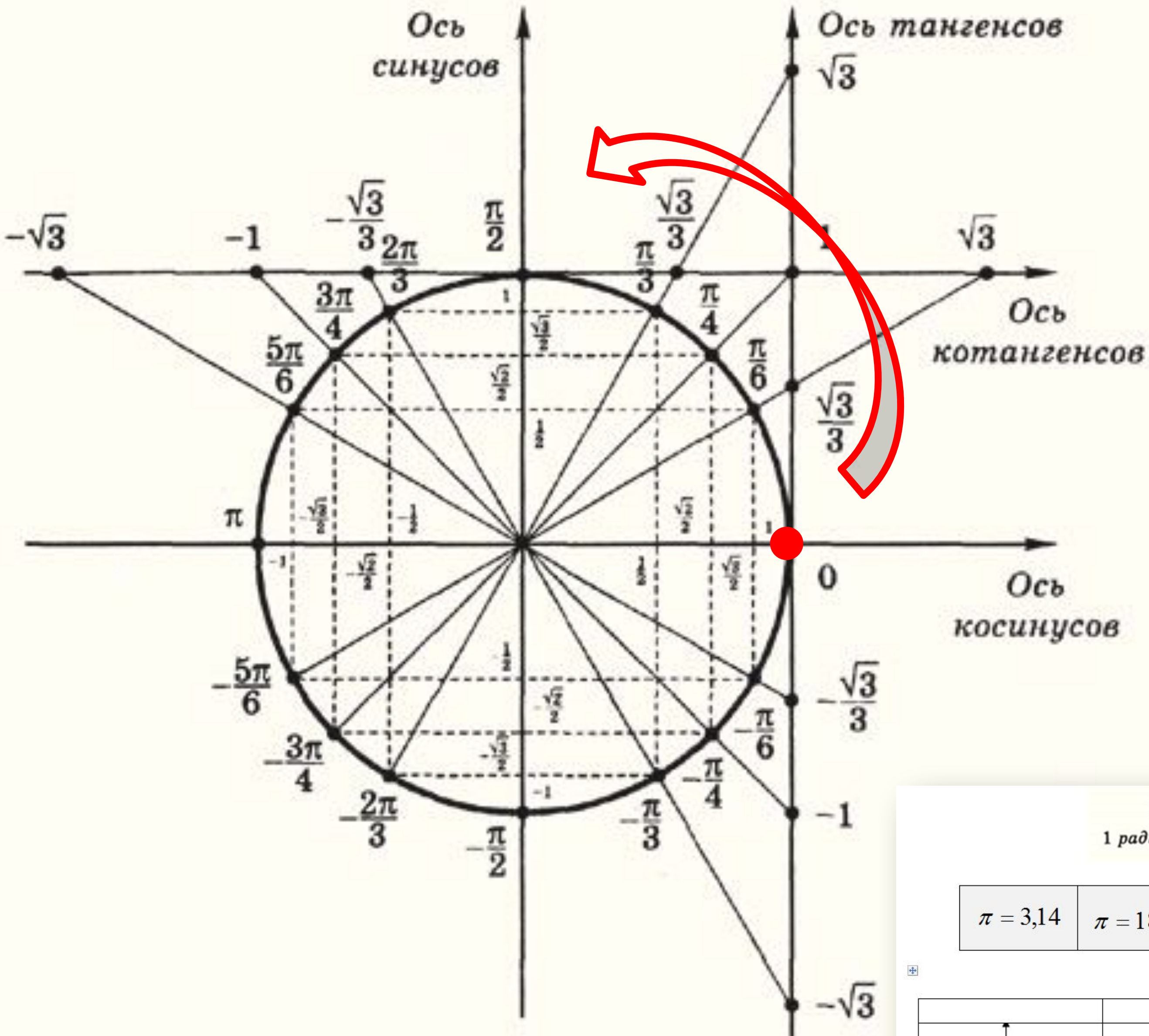
Здравствуйте!

Мы продолжаем курс лекций по подготовке к ЕГЭ по математике. На прошлом занятии мы рассмотрели задания В7, направленных на проверку умения искать значения различных выражений, среди которых мы увидели числовые, целые , рациональных, степенные и логарифмические выражения, А сегодня мы рассмотрим тригонометрические задания.

Прежде чем приступить непосредственно к решению задач, вспомним табличные значения тригонометрических функций и некоторые формулы тригонометрии, которые наиболее часто встречаются в заданиях открытого банка ЕГЭ.



Тригонометрический круг

$$1 \text{ радиан} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}, \quad 1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \text{ радиан}$$

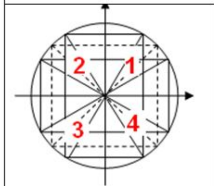
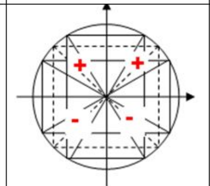
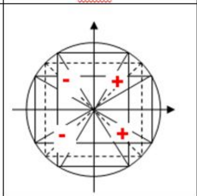
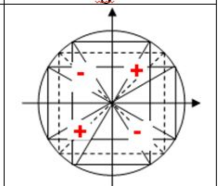
Тригонометрический круг

$$1 \text{ радиан} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^{\circ}, \quad 1^{\circ} = \frac{\pi}{180} \text{ радиан}$$

$\pi = 3{,}14$	$\pi = 180^0$

$\frac{\pi}{6} = 30^0$	$\frac{\pi}{4} = 45^0$	$\frac{\pi}{3} = 60^0$

Знаки в четвертях

	sina	*cosa*	*tga*
			

Задание №1. Найдите значение выражения

а). $14\sqrt{6}\, tg\frac{\pi}{3} \cdot \cos\frac{\pi}{4}$

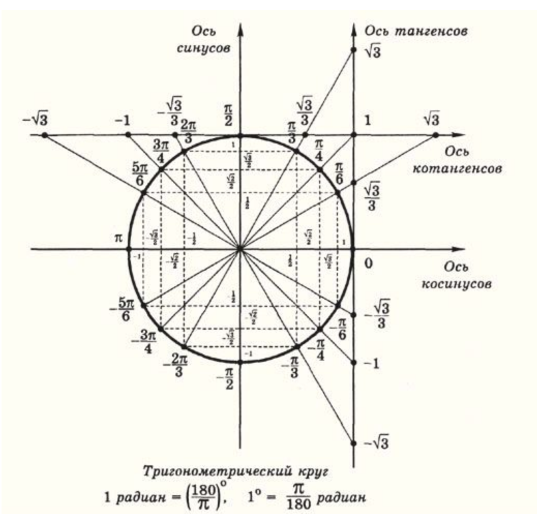
$$14 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{14}{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = 7 \cdot 6 = 42$$

ОТВЕТ.

4	2			

б). $-21\sqrt{3} \cdot tg(660^0)$

$$-21\sqrt{3} \cdot tg(660^0 - 720^0) = -21\sqrt{3} \cdot tg(-60^0) =$$
$$= 21\sqrt{3} \cdot tg(60^0) = 21\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 63$$



ОТВЕТ.

6	3			

$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$

$\cos(-\alpha) = \cos\alpha \qquad tg(-\alpha) = -tg\alpha$

$\sin(\alpha + 2\pi k) = \sin\alpha$

$\cos(\alpha + 2\pi k) = \cos\alpha \qquad tg(\alpha + \pi k) = tg\alpha$

Задание №2. Найдите значение выражения

а). $\dfrac{3\cos 35^\circ}{\sin 55^\circ}$

$$\frac{3\cos 35^\circ}{\sin 55^\circ}=\frac{3\cos 35^\circ}{\sin(90^\circ-35^\circ)}=\frac{3\cos 35^\circ}{\cos 35^\circ}=3$$

ОТВЕТ

3				

б). $tg(\alpha+\dfrac{7\pi}{2}), если\ tg\alpha=0{,}4$

$$tg(\alpha+\frac{\pi}{2})=-ctg\alpha=-\frac{1}{tg\alpha}=-\frac{1}{0{,}4}=-2\frac{1}{2}$$

ОТВЕТ

-	2	,	5	

$$\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\cos\alpha$$
$$\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)=\sin\alpha$$
$$tg(\frac{\pi}{2}-\alpha)=ctg\alpha$$

$$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$$
$$\cos(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-\sin\alpha$$
$$tg(\frac{\pi}{2}+\alpha)=-ctg\alpha$$

$$\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$$
$$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$$
$$tg(\pi-\alpha)=-tg\alpha$$

$$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$$
$$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$$
$$tg(\pi+\alpha)=tg\alpha$$

Задание №3. Найдите значение выражения

а). $\dfrac{8}{\sin^2 35° + \sin^2 125°}$

$$\frac{8}{\sin^2 35° + \sin^2(90° + 35°)} = \\ = \frac{8}{\sin^2 35° + \cos^2 35°} = \frac{8}{1} = 8$$

ОТВЕТ.

8				

б). $5 + 2tg^2 x \cdot \cos^2 x, \textit{если } \sin x = 0{,}8$

$$5 + 2\sin^2 x = 5 + 2 \cdot (0{,}8)^2 = \\ = 5 + 2 \cdot 0{,}64 = 6{,}28$$

ОТВЕТ.

6	,	2	8	

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\sin \alpha = \pm\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}; \quad \cos\alpha = \pm\sqrt{1 - \sin^2 \alpha};$

$tg\alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos\alpha}; \quad ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin \alpha}$

$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1;$

$\cos\alpha = ctg\alpha \cdot \sin \alpha; \quad \sin \alpha = tg\alpha \cdot \cos\alpha$

$1 + tg^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad 1 + ctg^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2 \alpha}$

Задание №4. Найдите значения выражений

а). $\dfrac{32(\sin^2 18° - \cos^2 18°)}{\cos 36°}$ $\dfrac{-32(\cos^2 18° - \sin^2 18°)}{\cos 36°} = \dfrac{-32\cos 36°}{\cos 36°} = -32$

ОТВЕТ.

-	3	2				

б). $\dfrac{18\sin 174^0 \cos 174^0}{\sin 348^0}$ $\dfrac{9\cdot\left(2\sin 174^0 \cos 174^0\right)}{\sin 348^0} = \dfrac{9\cdot\sin 348^0}{\sin 348^0} = 9$

ОТВЕТ.

9				

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1; \quad \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

$tg 2\alpha = \dfrac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$

Задание №5. Найдите значения выражений

а).

$3\sin\alpha$, *если* $\cos\alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$, $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$

$Sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$

$Sin\alpha = \pm\sqrt{1-\frac{15}{16}} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2} = \pm 0{,}5$

$т.к\ \alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi), то \quad \sin\alpha < 0,$

$поэтому\ 3\sin\alpha = 3\cdot(-0{,}5) = -1{,}5$

ОТВЕТ

-	1	,	5			

б).

$20\cos(\frac{7\pi}{2} - \alpha)$, если $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ и $\alpha \in (1{,}5\pi; 2\pi)$

$cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin\alpha$

$т.к\ \alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi), то \quad \sin\alpha < 0,$

$Sin\alpha = -\sqrt{1-0{,}36} = -0{,}8$

$поэтому\ 20\cdot cos\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = -20\cdot Sin\alpha =$

$= -20\cdot(-0{,}8) = 16$

ОТВЕТ

1	6					

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

Задание №6.

а). Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\dfrac{5\sin\alpha+3\cos\alpha+2}{11\sin\alpha+5\cos\alpha+6}=\dfrac{1}{3}$

$$3(5\sin\alpha+3\cos\alpha+2)=11\sin\alpha+5\cos\alpha+6$$

$$15\sin\alpha+9\cos\alpha+6=11\sin\alpha+5\cos\alpha+6$$

$$4\sin\alpha+4\cos\alpha=0$$

$$\cos\alpha=-\sin\alpha$$

$$\Rightarrow tg\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha}{-\sin\alpha}=-1$$

ОТВЕТ

-	1					

б). Найдите значение выражения $\dfrac{8\cos\alpha-2\sin\alpha+12}{\sin\alpha-4\cos\alpha+4}$ если $\operatorname{tg}\alpha=4$

$$tg\alpha=4\Rightarrow\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=4\Rightarrow\sin\alpha=4\cos\alpha$$

$$\Rightarrow\frac{8\cos\alpha-2\sin\alpha+12}{\sin\alpha-4\cos\alpha+4}=$$

$$=\frac{8\cos\alpha-2\cdot(4\cos\alpha)+12}{4\cos\alpha-4\cos\alpha+4}=\frac{12}{4}=3$$

ОТВЕТ

3						

Данным примером мы закончили краткий обзор задания В7 ЕГЭ по математике, проверяющего умения проводить простые вычисления и находить значения выражений.
Несмотря на то, что сами вычисления не представляют особых сложностей., однако для выполнения этих заданий требуется знать большое количество фактического материала (определения, свойства, особенные значения….).
В сегодняшней лекции я напомнила формулы, наиболее часто встречающиеся в заданиях на вычисление значений тригонометрических выражений ОТКРЫТОГО БАНКА ЕГЭ . Это

- Табличные значения тригонометрических функций из промежутка от 0 до 2п (другие значения переводятся в данный промежуток с помощью формул периодичности)
- Формулы приведения (они встречаются как непосредственно проверяемый элемент, так и как возможность упростить аргумент, делая вычисления более рациональными)
- Основное тригонометрическое тождество, для возможности нажлэдения синуса через косинус того же аргумента
- определение тангенса
- Формулы двойного аргумента

- НА следующем занятии мы рассмотрим заключительное задание алгебраического блока заданий ЕГЭ – текстовые задачи - задачи, для решения которых необходимо составить уравнение или систему уравнений
- До новых встреч

$7) 22 \cos\alpha, \text{если } \sin\alpha = \dfrac{6\sqrt{2}}{11} \quad \alpha \in (\dfrac{\pi}{2}; \pi)$

$8) \dfrac{4\sin 18^\circ}{\cos 72^\circ}$

$6\sin^2 x - 4, \text{если } \cos^2 x = \dfrac{3}{4}$

$2\cos^2\alpha - 1, \text{если } \sin^2\alpha = 0{,}4$

$7) \sqrt{10}\sin\alpha, \text{если } tg\alpha = 3, \alpha \in (\pi; 2\pi)$

$8) \dfrac{8\sin 13^\circ}{\sin 347^\circ}$