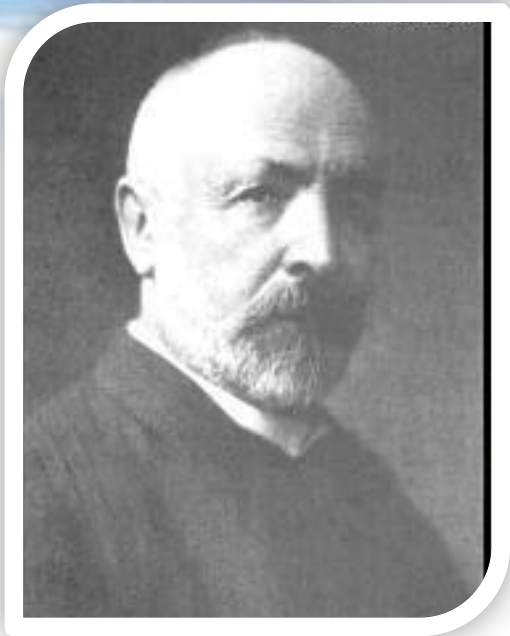
МНОЖЕСТВА
на кругах
ЭЙЛЕРА-ВЕННА

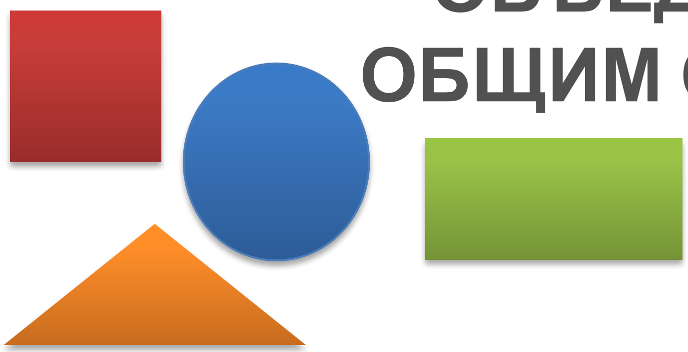


ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА ЯВЛЯЕТСЯ ОДНИМ ИЗ НАИБОЛЕЕ ОБЩИХ И НАИБОЛЕЕ ВАЖНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ПОНЯТИЙ. ОНО БЫЛО ВВЕДЕНО В МАТЕМАТИКУ НЕМЕЦКИМ УЧЕНЫМ ГЕОРГОМ КАНТОРОМ (1845-1918). СЛЕДУЯ КАНТОРУ МНОЖЕСТВО МОЖНО ОПРЕДЕЛИТЬ ТАК:

Множество – совокупность объектов, обладающих определенным свойством, объединенных в единое целое.

МНОЖЕСТВО

ГРУППА ПРЕДМЕТОВ, ОБЪЕДИНЕННЫХ ОБЩИМ СВОЙСТВОМ

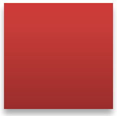


Множество геометрических фигур

2, 4, 6, 8

Множество четных однозначных чисел

ПРЕДМЕТ, ВХОДЯЩИЙ ВО МНОЖЕСТВО НАЗЫВАЕТСЯ ЭЛЕМЕНТОМ МНОЖЕСТВА

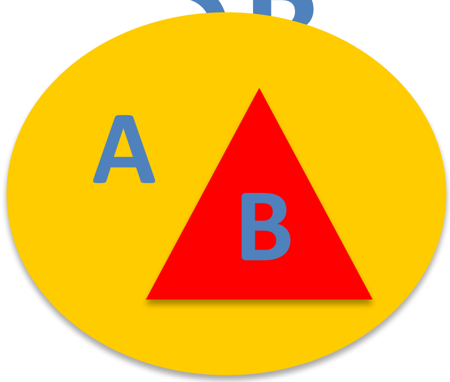
 **- элемент множества геометрических фигур**

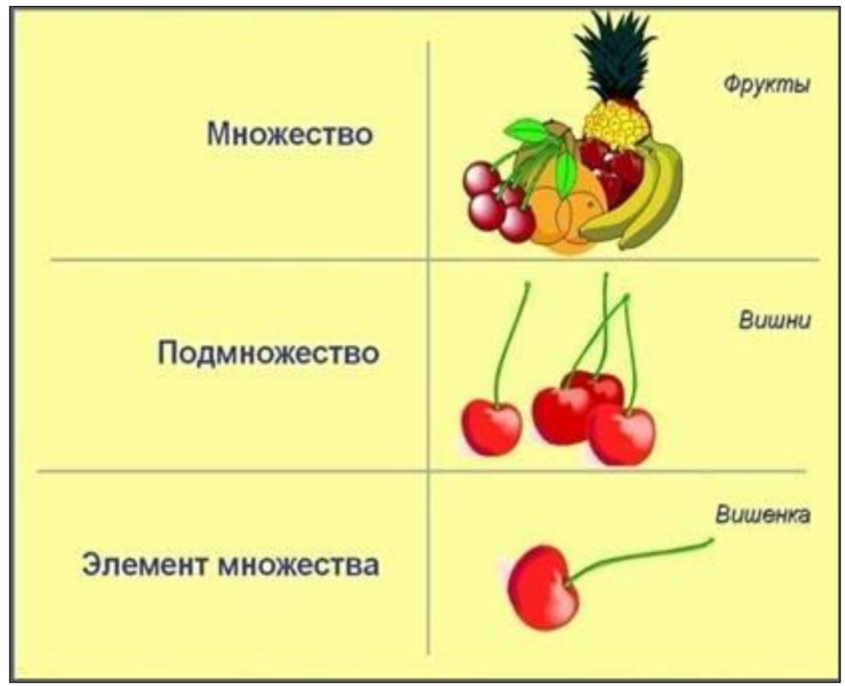
4 **- элемент множества четных однозначных чисел**

Если каждый элемент множества В является элементом множества А, то множество В называют подмножеством множества А

знак ⊂ называется включением (можно сравнить со знаком <)

$A \supset B$





Например:

- **Множество цифр:**

  0;1;2;3;4;5;6;7;8;9

- **Множество букв русского алфавита**

Предметы, из которых состоит множество, называются его ЭЛЕМЕНТАМИ

Например:

- **1). Цифра 6 – элемент множества цифр.**
- **2). Буква Л – элемент множества букв русского алфавита**

Для обозначения множеств используют большие буквы латинского алфавита или фигурные скобки,
внутри которых записывают элементы множества(при этом порядок элементов не имеет значения).

- **Например:**
- **1). А— множество цифр: А={0;1;2;3;4;5;6;7;8;9}.**
- **2). W— множество букв русского алфавита:**

W={А;Б;В;Г;Д;Е;Ж;З;И;Й;К;Л;М;Н;О;П;Р;С;Т;У;Ф;Х;Ц; Ч;Ш;Щ; Ь;Ы;Ъ;Э;Ю;Я }

- **Для обозначения элементов множества используют малые буквы латинского алфавита**

Например:

- **1). f = 6 – элемент множества цифр**
- **2). a = Р – элемент множества букв русского алфавита**

- **Принадлежность предмета данному множеству обозначается** $\in$
- **Непринадлежность – символом** $\notin$

Например:

- **1). f = 6 ; 6 є A, где A— множество цифр.**
- **2). К є W, где W— множество букв русского алфавита**

Множество может быть:

- 1). Конечное :

Например: А— множество цифр

- 2). Бесконечное:

Например: N – множество натуральных чисел

- 3). Пустое:

∅- множество, в котором нет ни одного элемента

Например: х – множество решений уравнения $x^2 = -25$

ДВА СПОСОБА ЗАПИСИ МНОЖЕСТВ:

Первый способ: перечислительный

A={1; 2; 3; 4; 5}

Второй способ: описательный – множество выделяется из всевозможных других тем или иным свойством

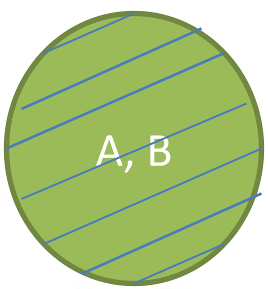
A={X/ - первые пять натуральных чисел}

Объединение множеств

Объединением (суммой) множеств А и В называется множество тех элементов, каждый из которых принадлежит хотя бы одному из множеств А или В .

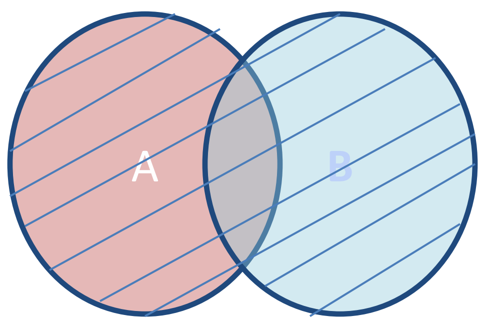
$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

1



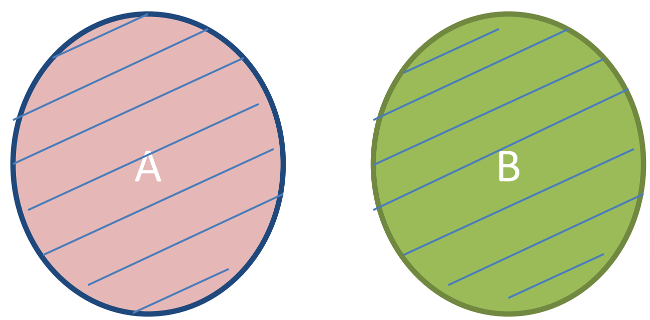
A U B=A

2



A U B

3

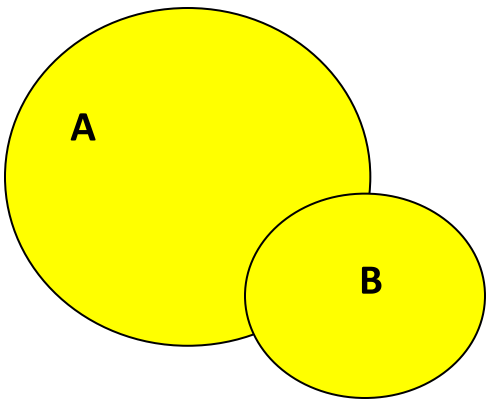


A U B

Операции над множествами:

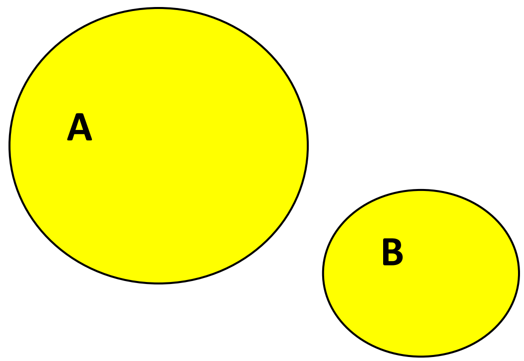
1. Объединение $A \cup B = \{x \,/\, x \in A$ или $x \in B\}$

множества пересекаются



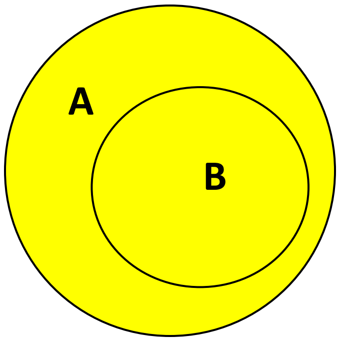
A ∪ B

множества не пересекаются



A ∪ B

одно множество является подмножеством другого множества $A \supset B$



A ∪ B=A

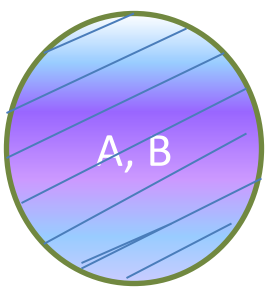
Диаграммы Эйлера–Венна

Пересечение множеств

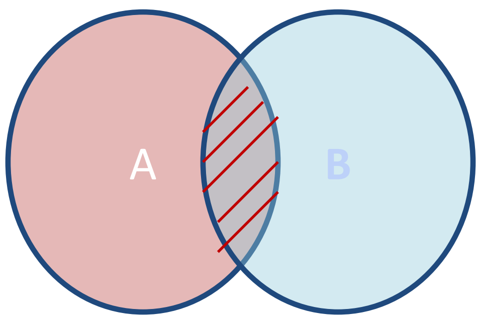
Пересечением (произведением) множеств А и В называется множество тех элементов, которые одновременно принадлежат каждому множеству.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

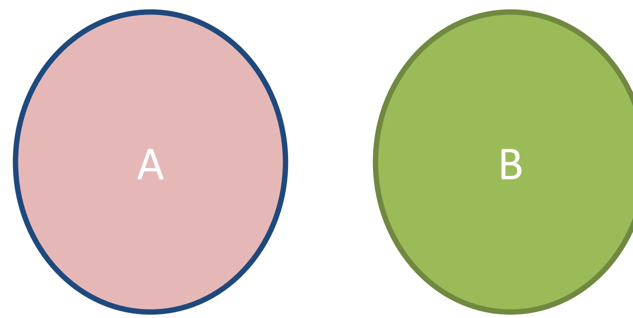
1.



2.



3.



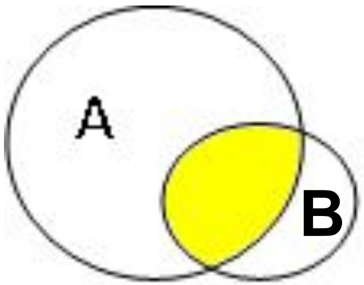
$A \cap B = A$

$A \cap B = \varnothing$

Операции над множествами:

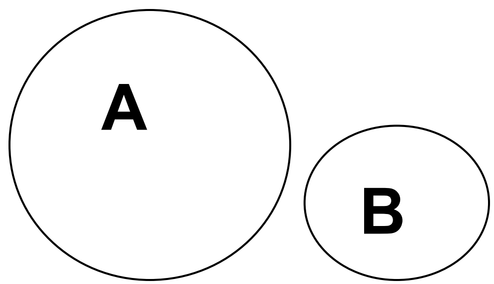
2. Пересечение $A \cap B = \{x \,/\, x \in A$ и $x \in B\}$

множества пересекаются



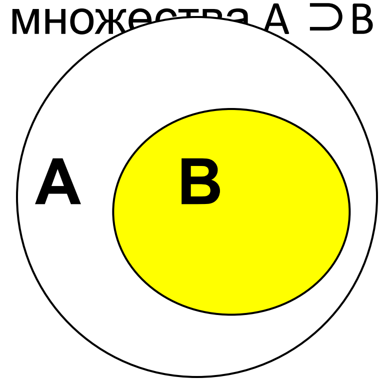
$A \cap B$

множества не пересекаются



$A \cap B = \varnothing$

одно множество является подмножеством другого множества $A \supset B$



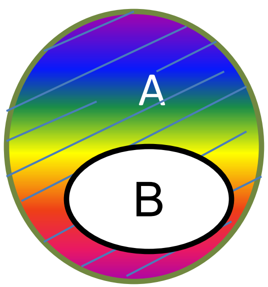
$A \cap B = B$

Диаграммы Эйлера–Венна

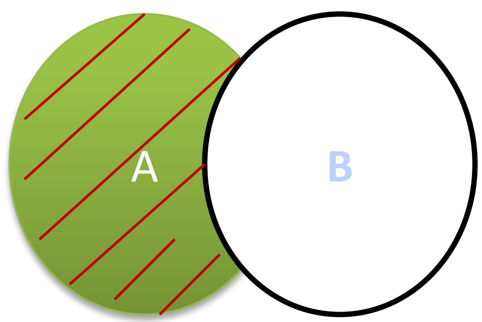
Разность множеств

- Разностью множеств A и B называется множество, которое содержит все элементы A, не входящие в B. $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

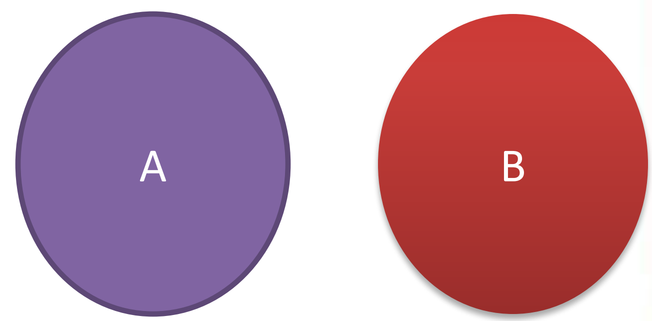
Если A=B, то A\B = ∅



A \ B



A \ B

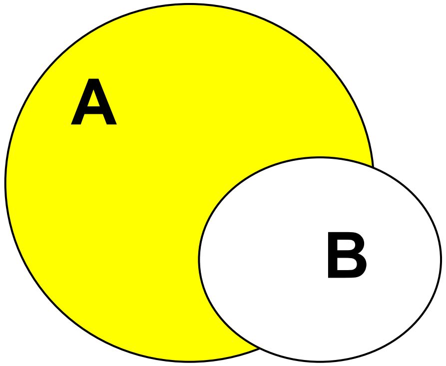


A \ B= A

Операции над множествами:

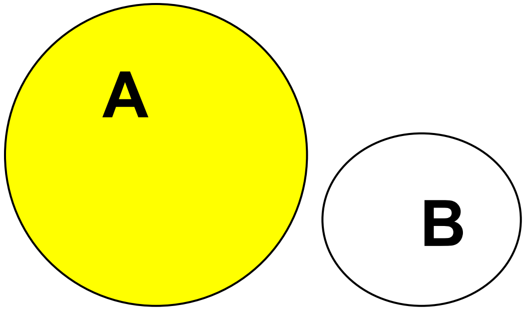
3. Разность $A \setminus B = \{x \,/\, x \in A \text{ и } x \notin B\}$

множества пересекаются



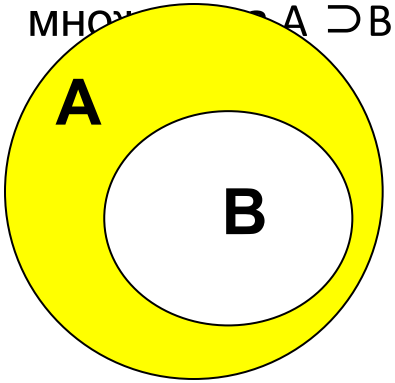
A \ B

множества не пересекаются



A \ B=A

одно множество является подмножеством другого мно… А ⊃В



A \ B

Диаграммы Эйлера–Венна

Разбиение множества

- Разбиением множества A называется семейство A_i, $i \in I$ непустых и различных подмножеств A, таких, что объединение A_i равно A и $A_i \cap A_j = \varnothing$.

Множества A_i называются классами разбиения.

Разбиением A={1, 2, 3, 4} является множество B={{1}, {2, 3}, {4}} или C={{1}, {2, 3, 4}}

Универсальное множество

- Если все рассматриваемые в ходе какого – либо рассуждения множества являются подмножествами некоторого множества U, то множество называется *универсальным множеством (универсум).*

Например множество действительных чисел для арифметики является универсумом.

Мощность множества

- Число элементов конечного множества A называется *мощностью* множества и обозначается |A|.
- Если между элементами двух различных множеств A и B можно установить взаимно однозначное соотношение по любому закону, то эти множества называются *эквивалентными или равномощными*. Записывается A≈B.

Например множество натуральных чисел и четных чисел равномощные

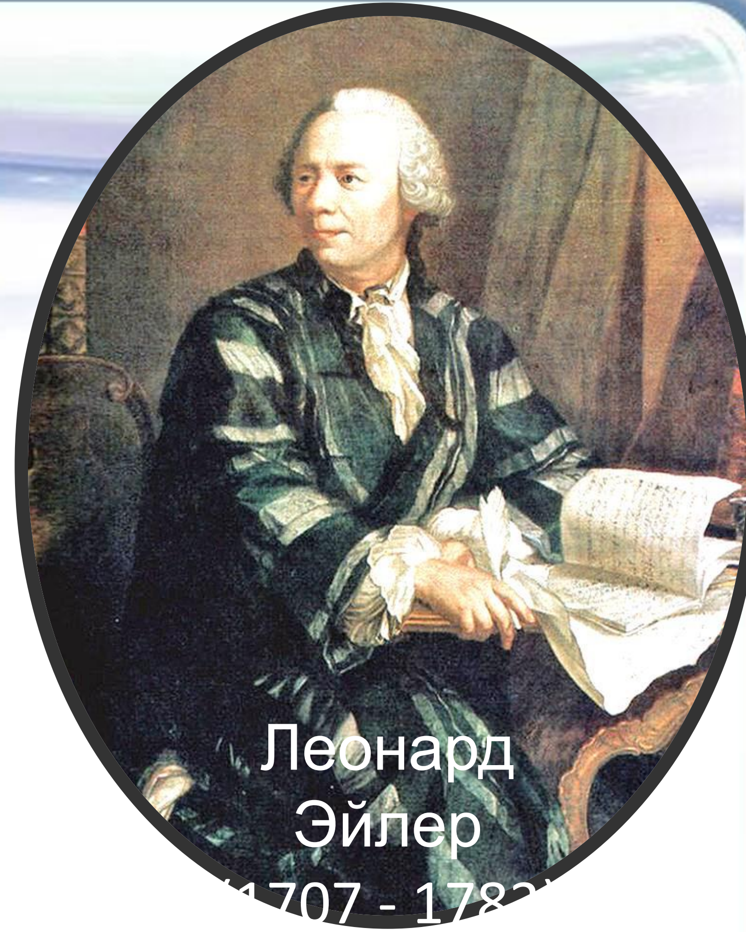
- Множество называется *счетным*, элементы которого можно поставить во взаимно-однозначное соответствие со всеми числами натурального ряда.

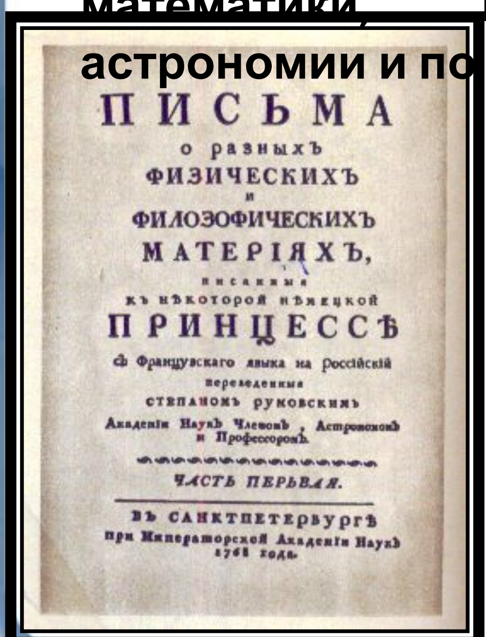
Пример Множество целых чисел, множество нечетных чисел.

О множествах, эквивалентных множеству всех действительных чисел, принадлежащих интервалу [0,1], говорят, что они имеют *мощность континуума. (continuum-непрерывное).*

Леонард Эйлер, крупнейший математик XVIII века, родился в Швейцарии. Эйлер принадлежит к числу гениев, чьё творчество стало достоянием всего человечества. До сих пор во всех странах изучают тригонометрию и логарифмы в том виде, какой придал им Эйлер.

Он оставил важнейшие труды по самым различным отраслям математики, механики, физики, астрономии и по ряду прикладных наук.





ПИСЬМА
о разныхъ
физическихъ
и
философическихъ
матеріяхъ,
писанныя
къ нѣкоторой нѣмецкой
принцессѣ
съ Французскаго языка на Россійской
переведенныя
Степаномъ Румовскимъ
Академіи Наукъ Членомъ, Астрономомъ
и Профессоромъ.
Часть первая.
Въ Санктпетербургѣ
при Императорской Академіи Наукъ
1768 года.

Трудно даже перечислить все отрасли, в которых трудился великий учёный.

Леонард Эйлер написал более 850 научных работ. В одной из них и появились круги. А впервые он их использовал в письмах к немецкой принцессе. Эйлер писал тогда, что «круги очень подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».

Позднее аналогичный прием использовал ученый Джон Венн — британский логик и философ; основные труды в области логики классов; и этот приём назвали «диаграммы Венна», который используется во многих областях: теория множеств, теория вероятностей, логика, статистика, компьютерные науки.

Джон Венн (1834 — 1923)

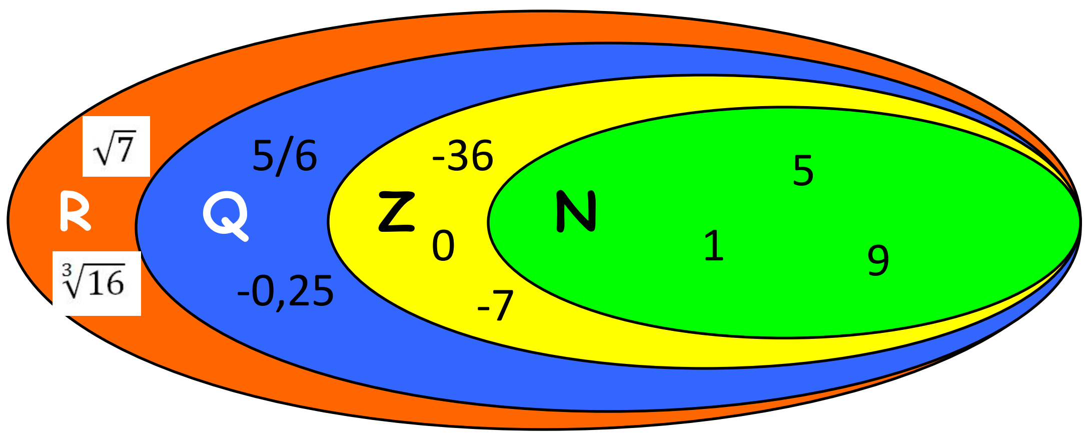
При решении целого ряда задач Леонард Эйлер использовал идею изображения множеств с помощью кругов, и они получили название «круги Эйлера».

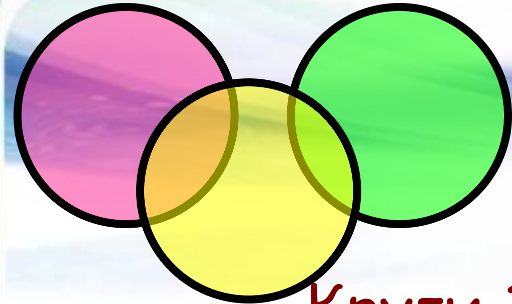
Этот метод даёт более наглядное представление о возможном способе изображения условий, зависимости, отношений в логических задачах.

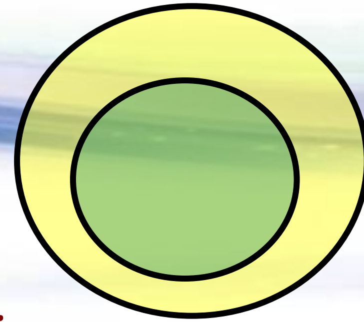
$\frac{5}{6}$

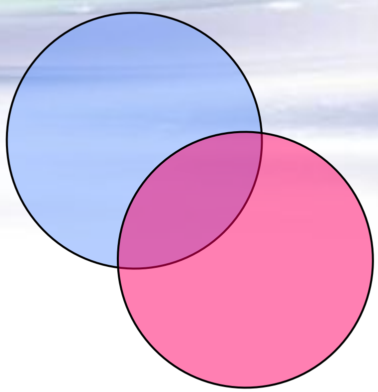
Очевидное и невероятное

Множество всех действительных чисел Эйлер изобразил с помощью этих кругов:
N-множество натуральных чисел,
Z – множество целых чисел,
Q – множество рациональных чисел,
R – множество вех действительных чисел.

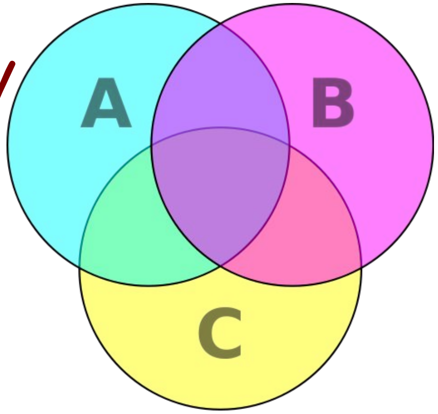


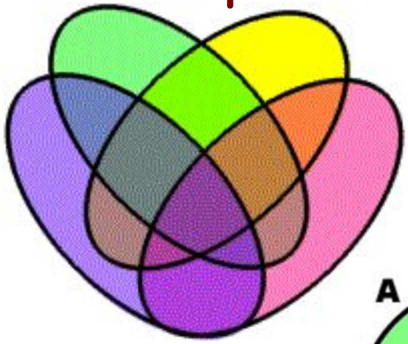


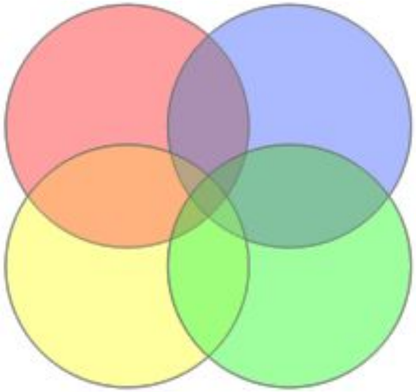


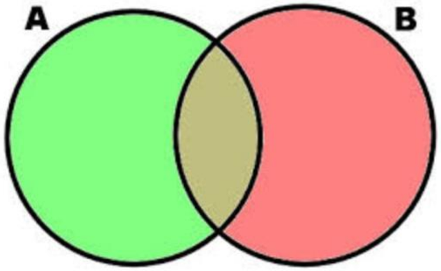


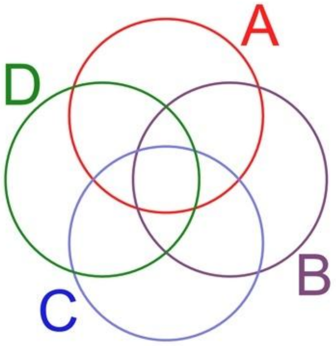
Круги ЭЙЛЕРА — геометрические схемы, с помощью которых можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления.





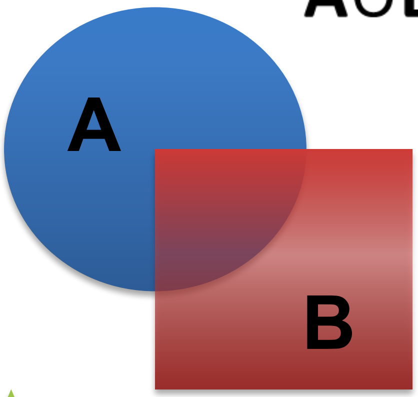




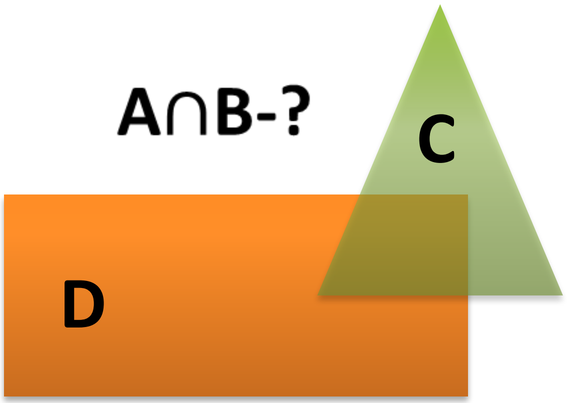


Наряду с кругами в подобных задачах применяют прямоугольники и другие фигуры.

A∪B-?

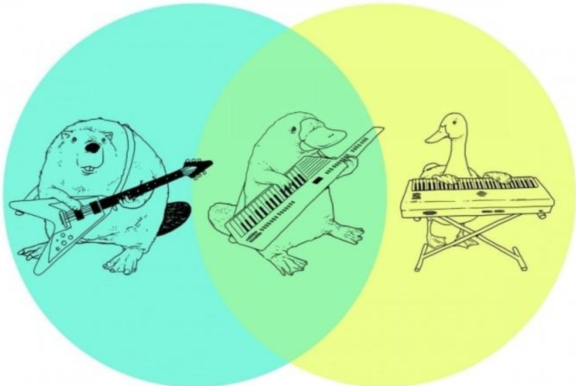


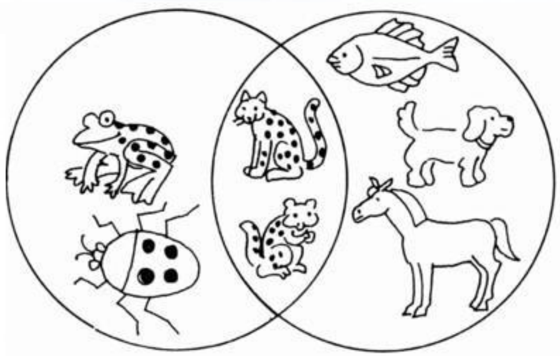
A∩B-?

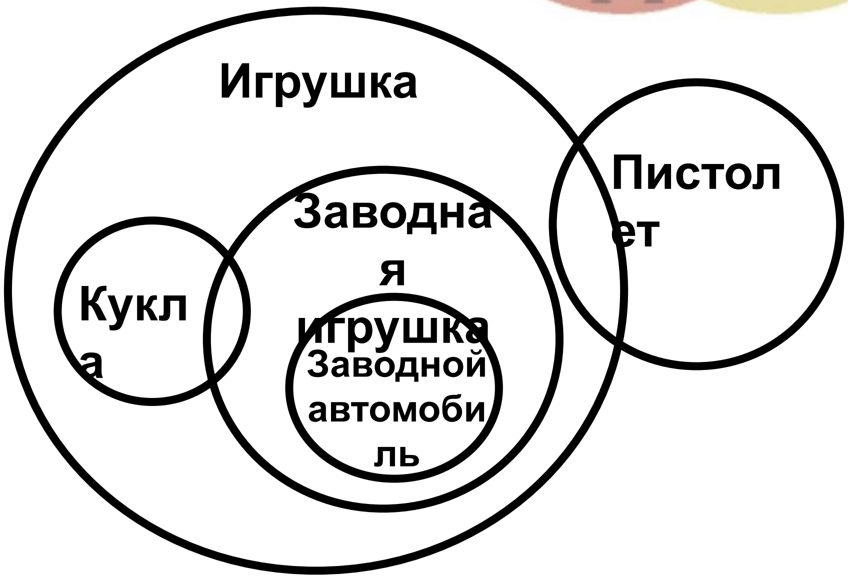


СИСТЕМА НАУК НА КРУГАХ ЭЙЛЕРА-ВЕННА

Примеры кругов Эйлера-Венна



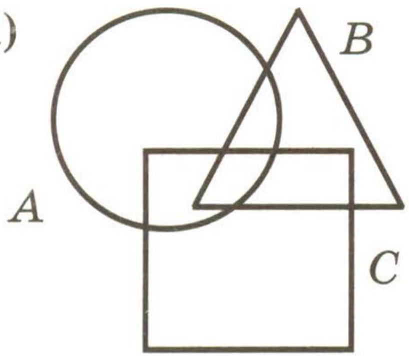




ПЕРЕРИСУЙ И РАСКРАСЬ ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ:

Раскрась:

а)

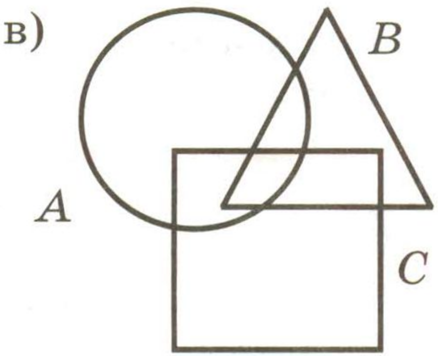


$A \cap B$

б)

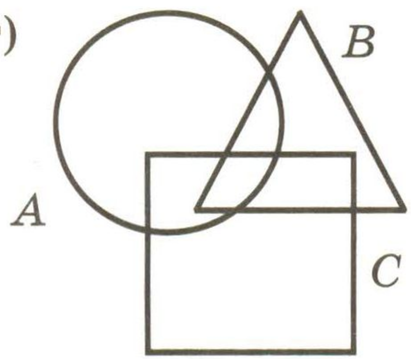
$B \cap C$

в)



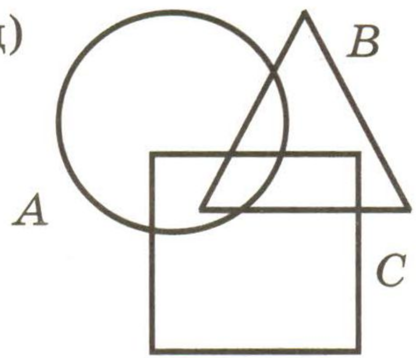
$A \cap C$

г)



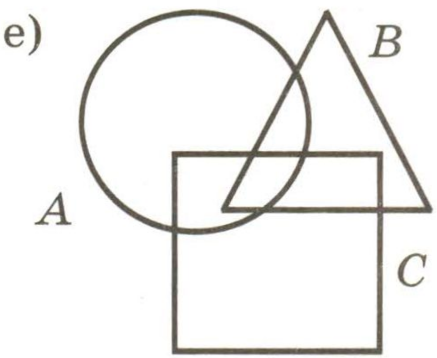
$A \cap B \cap C$

д)



$A \cup B$

е)



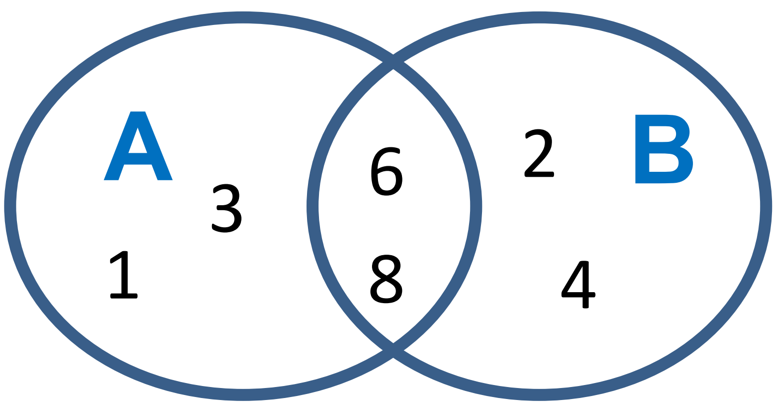
$A \cup B \cup C$

Задача на числовые множества

Даны множества $A=\{1; 3; 6; 8\}$, $B=\{2; 4; 6; 8\}$.
Найти объединение, пересечение и разность множеств A и B: $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$ - ?

Решение:

Очевидно, что объединение двух данных множеств $A\cup B=\{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$, их пересечение $A\cap B=\{6; 8\}$, а разности $A\setminus B=\{1; 3\}$ и $B\setminus A=\{2; 4\}$



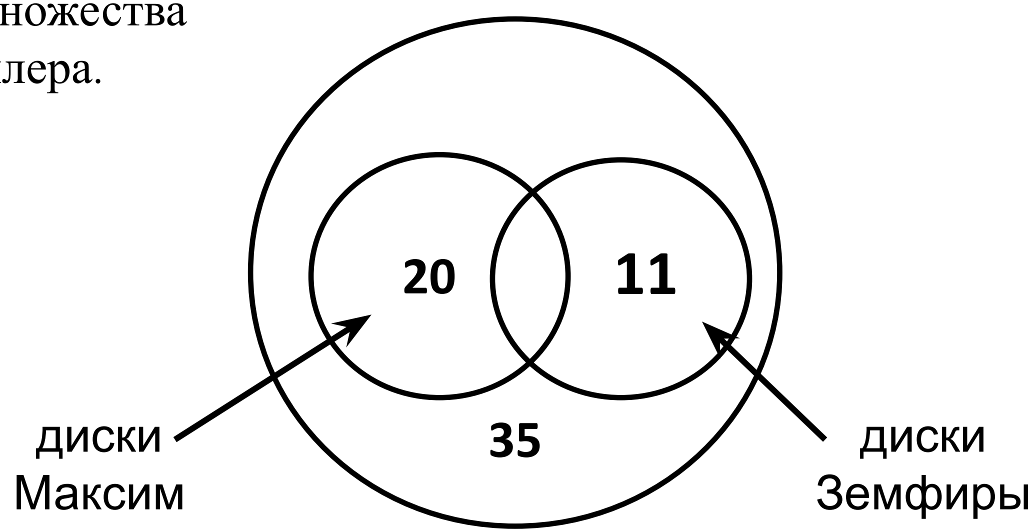
Так эти множества можно представить на кругах.

Задача «Мир музыки»

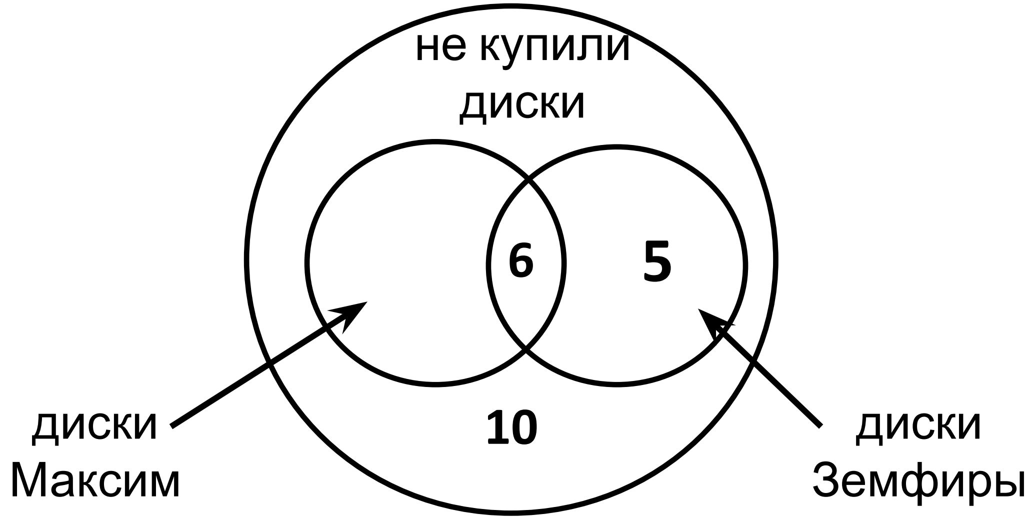
В магазин «Мир музыки» пришло 35 покупателей. Из них 20 человек купили новый диск певицы Максим, 11 – диск Земфиры, 10 человек не купили ни одного диска. Сколько человек купили диски и Максим, и Земфиры?

Решение:

Изобразим эти множества на кругах Эйлера.

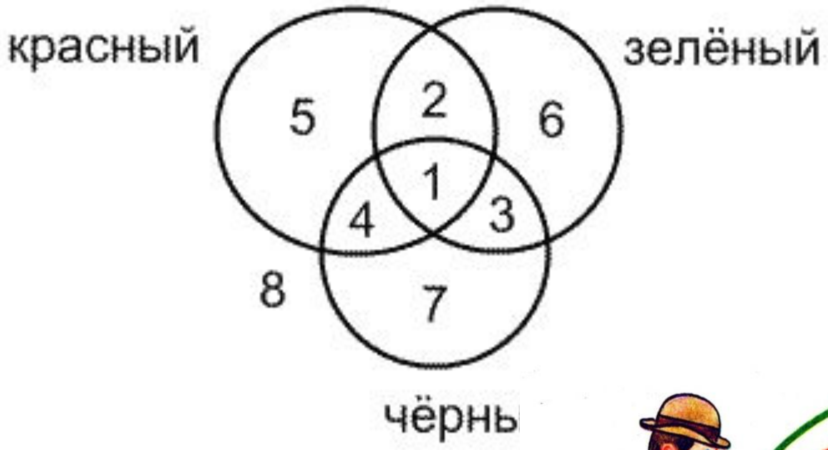


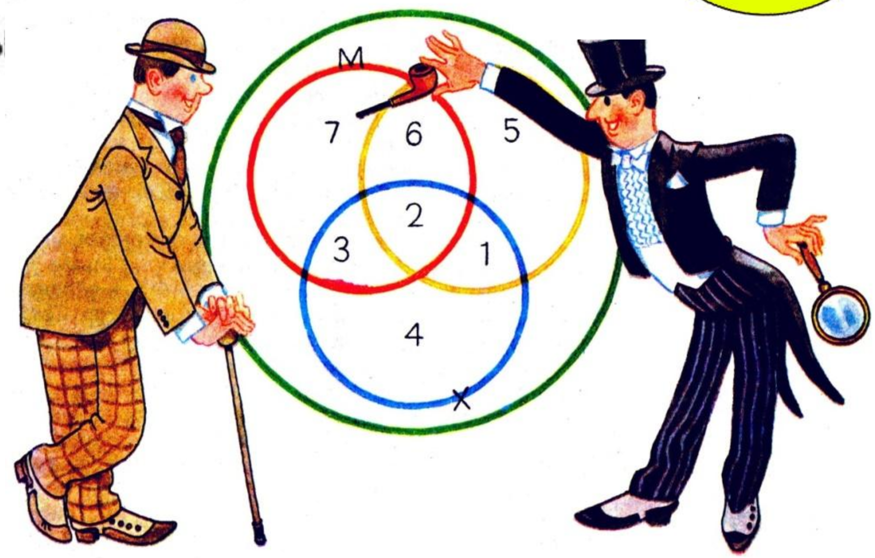
Теперь посчитаем: Всего внутри большого круга 35 покупателей, внутри двух меньших 35–10=25 покупателей. По условию задачи 20 покупателей купили новый диск певицы Максим, следовательно, 25 – 20 = 5 покупателей купили только диск Земфиры. А в задаче сказано, что 11 покупателей купили диск Земфиры, значит 11 – 5 = 6 покупателей купили диски и Максим, и Земфиры:



Ответ: 6 покупателей купили диски и Максим, и Земфиры

ПРИДУМАЙТЕ ЗАДАЧИ ПО КАРТИНКАМ





Использованные Интернет-ресурсы:

1. http://mat.1september.ru Газета «Математика» Издательского дома «Первое сентября»
2. http://www.math.ru Math.ru: Математика и образование
3. http://festival.1september.ru/articles/635933/
4. https://znanija.com/task/3231925
5. https://yandex.ru/images/search?textstype=image&lr=43&noreask=1&parent-reqid=1483952074037160-1110803268472871449321762-sas1-3418&source=wiz