Лекция 3. Электростатическое поле в диэлектрике

Вопросы:

- Электрический диполь в электростатическом поле.
- Поляризация диэлектриков. Поляризованность.
- Электростатическое поле в диэлектрике. Свободные и связанные заряды.
- Теорема Гаусса для вектора поляризованности.
- Связь поляризованности с плотностью связанных зарядов.
- Обобщение теоремы Гаусса для диэлектриков. Вектор электрического смещения.
- Поле на границе раздела диэлектриков.

Электрический диполь в электростатическом поле

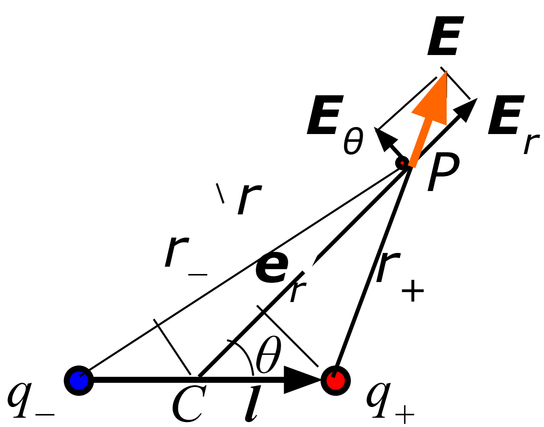
Напоминание:

Электрический диполь – это простейшая электрическая система из двух одинаковых по модулю разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, находящихся на некотором малом расстоянии l (плечо диполя).

Причем, когда говорят о поле диполя, то предполагают сам диполь – точечным, т.е. считают расстояние от диполя до интересующей точки поля $r >> l$. Прямую, проходящую через оба заряда, принято называть *осью диполя*.

Электрический диполь в электростатическом поле

Поле диполя обладает осевой симметрией, поэтому картина поля в любой плоскости, проходящей через ось диполя, будет одной и той же, причем вектор ***E*** лежит в этой плоскости.



Сначала определим потенциал поля диполя, а затем его напряженность.

Согласно формуле для потенциала системы точечных зарядов имеем в т. *P*:

$$\varphi_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q(r_- - r_+)}{r_+ \cdot r_-} \quad (1)$$

Так как $r >> l$, то можно считать: $(r_- - r_+) \approx l \cdot \cos\theta$ и $r_+ \cdot r_- \approx r^2$, тогда формулу (1) получаем в виде:

$$\varphi_P(r,\theta) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q \cdot l \cdot \cos\theta}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{p \cdot \cos\theta}{r^2}, \quad (2)$$

где $p = q \cdot l$ – электрический момент диполя.

Электрический диполь в электростатическом поле

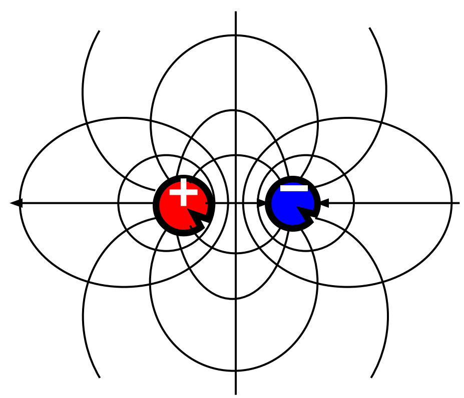
Для нахождения напряженности поля диполя воспользуемся соотношением $E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l}$, разложив результирующий вектор ***E*** на два взаимно перпендикулярных направления – вдоль ортов ***e***$_r$ и ***e***$_\theta$, т. е.

$$E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2p\cdot\cos\theta}{r^3}; \quad E_\theta = -\frac{\partial\varphi}{r\partial\theta} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{p\cdot\sin\theta}{r^3}$$

Отсюда модуль полного вектора ***E*** равен:

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{p}{r^3}\sqrt{1+3\cdot\cos^2\theta} \qquad (3)$$

В целом картина электрического поля диполя в виде системы силовых линий и эквипотенциалей выглядит так:



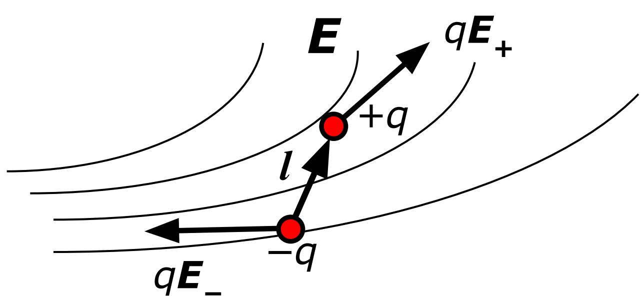
Электрический диполь в электростатическом поле

Теперь рассмотрим воздействие неоднородного электрического поля на диполь. Пусть $\boldsymbol{E}_+$ и $\boldsymbol{E}_-$ - напряженности внешнего поля в местах нахождения положительного и отрицательного зарядов диполя. Тогда результирующая сила $\boldsymbol{F} = q\cdot\boldsymbol{E}_+ - q\cdot\boldsymbol{E}_- = q\cdot(\boldsymbol{E}_+ - \boldsymbol{E}_-)$. Разность $(\boldsymbol{E}_+ - \boldsymbol{E}_-)$ – это приращение $\Delta\boldsymbol{E}$ вектора напряженности на отрезке, равном длине диполя, в направлении вектора $\boldsymbol{l}$.

Вследствие малости l можно записать: $\Delta\vec{E} = \vec{E}_+ - \vec{E}_- = \dfrac{\Delta\vec{E}}{\Delta l}\cdot l = \dfrac{\partial\vec{E}}{\partial l}\cdot l$

и после подстановки последнего выражения в формулу для силы получаем:

$$\vec{F} = p\cdot\frac{\partial\vec{E}}{\partial l} \qquad (4)$$



Согласно (4) в однородном поле сила $\boldsymbol{F} = 0$, так как в этом случае производная по направлению $\partial\vec{E}/\partial l = 0.$

Направление вектора силы всегда совпадает с вектором $\partial\vec{E}/\partial l.$

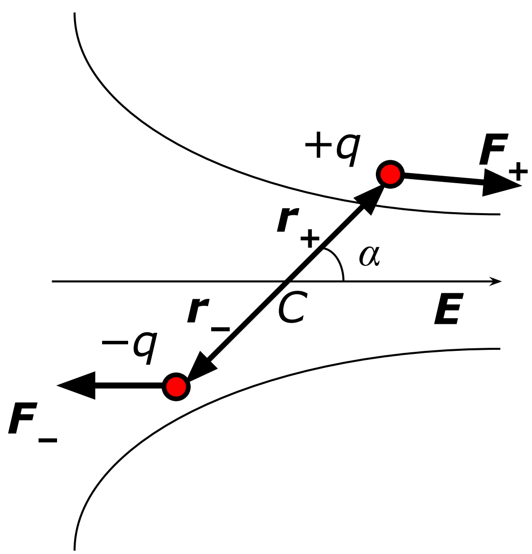
Электрический диполь в электростатическом поле

Далее определим момент сил, действующих на диполь. Рассмотрим поведение диполя во внешнем электрическом поле в системе отсчета центра масс (центр диполя *C*). Согласно определению момент внешних сил $\boldsymbol{F}_+ = q\cdot\boldsymbol{E}_+$ и $\boldsymbol{F}_- = q\cdot\boldsymbol{E}_-$ относительно *C* равен:

$$\boldsymbol{M} = (\boldsymbol{r}_+ \times \boldsymbol{F}_+) + (\boldsymbol{r}_- \times \boldsymbol{F}_-) = (\boldsymbol{r}_+ \times q\boldsymbol{E}_+) - (\boldsymbol{r}_- \times q\boldsymbol{E}_-).$$

При достаточно малом расстоянии между зарядами диполя имеем: $\boldsymbol{E}_+ \approx \boldsymbol{E}_-$ и $\boldsymbol{M} = ((\boldsymbol{r}_+ - \boldsymbol{r}_-) \times q\boldsymbol{E})$, а с учетом, что $(\boldsymbol{r}_+ - \boldsymbol{r}_-) = \boldsymbol{l}$ и $q\boldsymbol{l} = \boldsymbol{p}$, получаем

$$\boldsymbol{M} = (\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E}) = p\cdot E\cdot \sin\alpha \qquad (5)$$



Выводы: 1. Момент сил (5) стремится повернуть диполь так, чтобы его дипольный момент $\boldsymbol{p}$ установился по направлению внешнего поля $\boldsymbol{E}$ – в этом случае ($\boldsymbol{p}\uparrow\uparrow\boldsymbol{E}$) положение диполя является устойчивым. 2. Под действием результирующей силы (4) диполь перемещается в область большего поля $\boldsymbol{E}$, где больше концентрация силовых линий.

Поляризация диэлектриков. Поляризованность

Все тела состоят из молекул и атомов. Последние представляют собой сложные системы из элементарных электрических зарядов и в нормальных условиях в целом электрически нейтральны.

<u>Определение:</u> Тела, в которых часть микроскопических зарядов способна свободно перемещаться в пределах тела, называются *проводниками*. Они проводят электрический ток посредством этих зарядов, которые принято называть *свободными зарядами*.

<u>Определение:</u> Тела, в которых все микроскопические заряды связаны друг с другом в пределах молекул (атомов), практически не проводят электрический ток и называются *диэлектриками* (или *изоляторами*)*.

---

* Идеальных изоляторов в природе не существует; все вещества хотя бы в ничтожной степени проводят электрический ток. Однако вещества, относящиеся к диэлектрикам, проводят ток в 10^{15}-10^{20} раз хуже проводников. К хорошим проводникам относятся: металлы, растворы (расплавы) солей, кислот, щелочей. Изоляторами являются: керамика (фарфор), резина, пластмассы, стекло.

Поляризация диэлектриков. Поляризованность

При внесении даже нейтрального диэлектрика во внешнее электрическое поле – происходят существенные изменения как в самом поле, так и в диэлектрике.

Диэлектрики состоят либо из нейтральных молекул, либо из заряженных ионов, находящихся в узлах кристаллической решетки (так называемые ионные кристаллы, например, NaCl).

Сами молекулы могут быть: а) *полярными*, у которых центр «тяжести» отрицательного заряда сдвинут относительно центра «тяжести» положительного заряда и, следовательно, такие молекулы обладают собственным дипольным моментом $\boldsymbol{p}^*$; б) *неполярными*, у которых центры «тяжести» отрицательного и положительного зарядов совпадают и, следовательно, такие молекулы не обладают дипольным моментом $\boldsymbol{p} = 0$.

---

* Дипольный момент молекулы можно определить как $\vec{p} = \sum_i q_i \langle \vec{r}_i \rangle$, где q_i – соответствующий заряд электронов и положительных ядер, $<\boldsymbol{r}_i>$ - осредненный по времени радиус-вектор соответствующего заряда относительно центра молекулы.

Поляризация диэлектриков. Поляризованность

Под действием внешнего электрического поля происходит *поляризация диэлектрика*. Это явление заключается в следующем (возможны три варианта развития процесса):

1) если диэлектрик состоит из неполярных молекул (например, молекулярные газы O_2, H_2, N_2), то в пределах каждой молекулы происходит смещение зарядов – положительных по полю, отрицательных против поля, и в итоге такие молекулы приобретают дипольный момент;

2) если диэлектрик состоит из полярных молекул (например, молекулы CO, NH, HCl), то их дипольные моменты ориентируются преимущественно по полю (в отсутствии внешнего поля их дипольные моменты из-за теплового движения были ориентированы хаотически, и суммарный момент всего диэлектрика был равен нулю);

3) в ионных кристаллах (типа NaCl) при включении внешнего электрического поля все положительные ионы смещаются по полю, а отрицательные – против поля.

Поляризация диэлектриков. Поляризованность

Механизм поляризации связан с конкретным строением диэлектрика. Однако для дальнейших рассуждений важно только то, что в процессе поляризации происходит смещение микроскопических зарядов внутри диэлектрика (положительных – по полю, отрицательных – против поля) и образование суммарного дипольного момента диэлектрика $\sum_i \vec{p}_i$, отличного от нуля.

Определение: Для характеристики поляризации в некоторой точке вещества вводится понятие, называемое **поляризованностью** (или **вектором *P***), как суммарный дипольный момент единицы объема вещества:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_i \qquad (6)$$

где Δ*V*- физически бесконечно малый объем, содержащий рассматриваемую точку. Размерность в СИ вектора ***P***: [Кл/м^2].

Можно также представить поляризованность вещества как ***P***=*n*<***p***>, где *n* – концентрация молекул (*n* =Δ*N*/Δ*V*), <***p***>=$\sum_i \vec{p}_i \Big/ \Delta N$ средний дипольный момент одной молекулы, Δ*N* – число диполей (молекул).

Поляризация диэлектриков. Поляризованность

- Связь вектора поляризованности с вектором напряженности электрического поля.

Для изотропных диэлектриков поляризованность $\boldsymbol{P}$ зависит линейно от напряженности $\boldsymbol{E}$ поля в веществе, т. е.

$$\boldsymbol{P} = \varkappa \cdot \varepsilon_0 \cdot \boldsymbol{E} \qquad (7)$$

где $\varkappa$ – диэлектрическая восприимчивость вещества, которая не зависит от $\boldsymbol{E}$ и характеризует свойства самого диэлектрика.

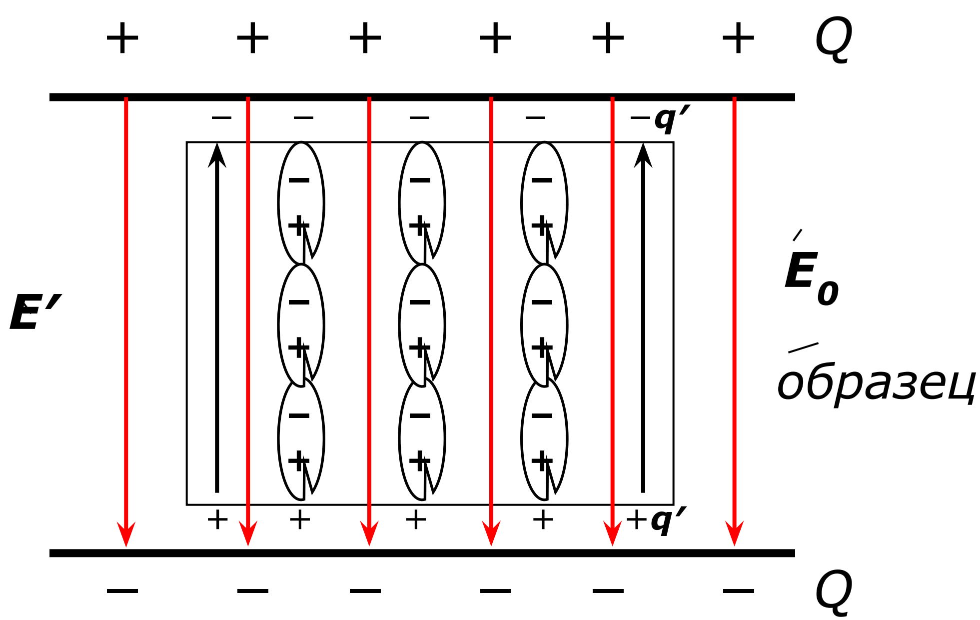
Замечание: Существуют, однако, диэлектрики, для которых связь (7) не применима. Это некоторые ионные кристаллы и электреты (вещества, поляризованные даже в отсутствии внешнего поля), а также сегнетоэлектрики, для последних эта связь сугубо нелинейная и зависит от предыстории состояния диэлектрика, т.е. от предшествующих значений $\boldsymbol{E}$ (такое явление называют **гистерезисом**).

Электростатическое поле в диэлектрике. Свободные и связанные заряды

Пусть внешнее поле $\boldsymbol{E}_0$ создается зарядами ($+Q$, $-Q$) на обкладках плоского конденсатора, между которыми помещается образец-диэлектрик.

Происходит поляризация диэлектрика… и на внешних гранях образца образуются нескомпенсированные молекулярные заряды, которые принято называть *связанными* ($+q'$, $-q'$). Эти заряды создают поле $\boldsymbol{E}'$, которое вместе с внешним полем $\boldsymbol{E}_0$ формирует поле в диэлектрике, как суперпозицию:

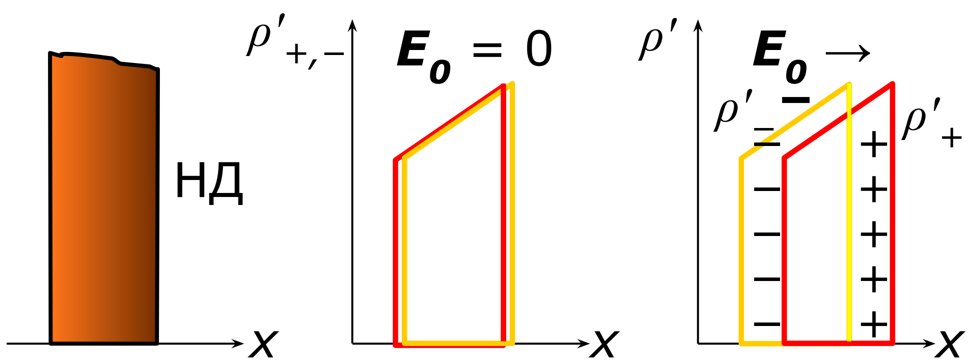
$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 + \boldsymbol{E}'$$



Замечание: Заряды ($+Q$, $-Q$), которые не входят в состав молекул вещества (диэлектрика), называют *сторонними*.

Электростатическое поле в диэлектрике. Свободные и связанные заряды

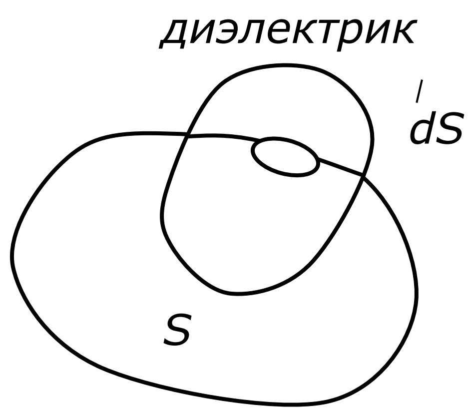
В случае неоднородного диэлектрика (НД), у которого, например, по объему увеличивается вдоль оси x плотность вещества, включение внешнего поля $\boldsymbol{E_0}$ приведет к сдвигу распределений объемных плотностей положительного и отрицательного молекулярных зарядов (ρ'^{+}, ρ'^{-}) относительно друг друга и появлению нескомпенсированных зарядов как на поверхности диэлектрика, так и в его объеме (на рисунке – это отрицательный заряд в объеме).



Теорема Гаусса для вектора поляризованности

Формулировка: Поток вектора ***P*** через произвольную замкнутую поверхность *S* равен взятому с обратным знаком избыточному связанному заряду диэлектрика в объеме, охватываемом данной поверхностью, т. е.

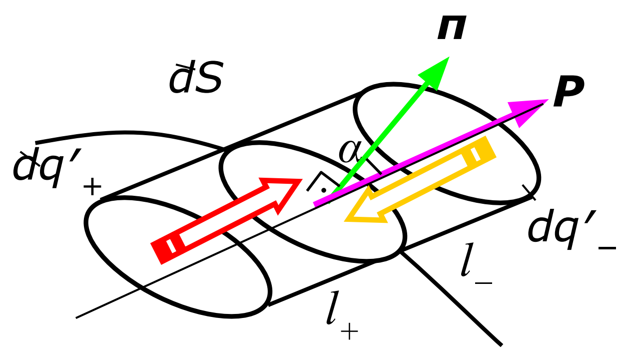
$$\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{s} = -q'_{(внут)} \qquad (8)$$



Доказательство: Пусть произвольная замкнутая поверхность *S* охватывает часть диэлектрика. При включении внешнего поля – диэлектрик поляризуется, т. е. его положительные связанные заряды сместятся относительно отрицательных. Найдем заряд, который «проходит» через элемент *dS* поверхности *S*.

Теорема Гаусса для вектора поляризованности

Пусть $\boldsymbol{l}_+$ и $\boldsymbol{l}_-$ - векторы, характеризующие смещения связанных зарядов. Через dS «наружу» поверхности S выйдет положительный заряд $dq'_+ = \rho'_+ \cdot l_+ \cdot dS \cdot \cos\alpha$, заключенный во «внутренней» части косого цилиндра. Также через элемент dS войдет внутрь поверхности отрицательный заряд $dq'_- = \rho'_- \cdot l_- \cdot dS \cdot \cos\alpha$, заключенный во внешней части цилиндра.



Таким образом, суммарный связанный заряд, выходящий наружу через элемент поверхности: $dq' = \rho'_+ \cdot l_+ \cdot dS \cdot \cos\alpha + +|\rho'_-| \cdot l_- \cdot dS \cdot \cos\alpha = \rho'_+ \cdot (l_+ + l_-) \cdot dS \cdot \cos\alpha = \rho'_+ \cdot l \cdot dS \cdot \cos\alpha$, где $l = l_+ + l_-$ - расстояние, на которое сместились относительно друг друга положительный и отрицательный заряды, образовав диполи с суммарным дипольным моментом $\boldsymbol{p} = \rho'_+ \cdot \Delta V \cdot \boldsymbol{l}$.

Теорема Гаусса для вектора поляризованности

Модуль поляризованности представим как $P = \rho'_{+} \cdot l$, тогда искомый заряд в последнем выражении можно записать: $dq' = P \cdot dS \cdot \cos\alpha = P_n \cdot dS = \mathbf{P} \cdot \mathbf{dS}$

Затем проинтегрировав по всей замкнутой поверхности S, определим полный заряд, который вышел при поляризации диэлектрика из соответствующего объема:

$$\oint_S \vec{P} \cdot d\vec{s} = q'$$

Таким образом внутри поверхности S останется такой же избыточный связанный заряд с обратным знаком, т.е. $q' = -q'_{(внут)}$ и <u>в итоге мы доказали теорему</u>.

- Дифференциальная форма теоремы Гаусса для вектора ***P***

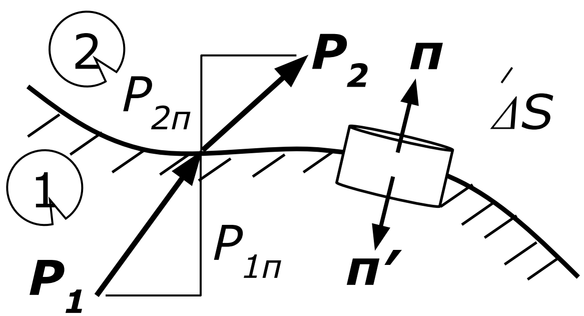
С помощью теоремы Остроградского – Гаусса и объемной плотности заряда ρ' формуле (8) можно придать дифференциальную (локальную) форму:

$$\nabla \cdot \vec{P} = -\rho' \qquad (9)$$

Т.е. дивергенция поляризованности показывает наличие объемных избыточных связанных зарядов, как элементарных «источников» поля ***P***.

Связь поляризованности с плотностью связанных зарядов

Рассмотрим поведение вектора $\boldsymbol{P}$ на границе раздела двух однородных диэлектриков, для которых в ходе поляризации появляются только поверхностные связанные заряды. Воспользуемся теоремой Гаусса в форме (8), где в качестве гауссовой поверхности возьмем малый прямой цилиндр с торцами ΔS по разные стороны границы и осью, ортогональной ей.



Пренебрегая потоком $\boldsymbol{P}$ через боковую поверхность цилиндра, запишем уравнение для теоремы Гаусса:

$$P_{2n}\cdot\Delta S + P_{1n'}\Delta S = -\sigma'\cdot\Delta S,$$

где $q' = \sigma'\cdot\Delta S$, P_{2n} и $P_{1n'}$ - проекции вектора $\boldsymbol{P}$ в диэлектрике 2 на нормаль $\boldsymbol{n}$ и в диэлектрике 1 на нормаль $\boldsymbol{n'}$. С учетом $P_{1n'} = -P_{1n}$ получаем уравнение для потока вектора $\boldsymbol{P}$ в виде $(P_{2n} - P_{1n})\cdot\Delta S = -\sigma'\cdot\Delta S$ или после сокращения на ΔS:

$$P_{2n} - P_{1n} = -\sigma' \qquad (10)$$

Связь поляризованности с плотностью связанных зарядов

Таким образом, на границе раздела диэлектриков нормальная составляющая вектора $\boldsymbol{P}$ терпит разрыв, величина которого зависит от σ'.

В частности, если среда 2 – вакуум и $P_{2n} = 0$, то условие (10) принимает вид:

$$\sigma' = P_n \tag{11}$$

где P_n – проекция вектора $\boldsymbol{P}$ на внешнюю нормаль к поверхности данного диэлектрика. Причем, знак проекции P_n определяет и знак σ' в данном месте.

С учетом связи $\boldsymbol{P} = \varkappa \cdot \varepsilon_0 \cdot \boldsymbol{E}$ можно также записать для поверхностной плотности связанных зарядов $\sigma' = \varkappa \cdot \varepsilon_0 \cdot E_n$, где E_n – проекция вектора напряженности электрического поля в диэлектрике на внешнюю нормаль.

Обобщение теоремы Гаусса для диэлектриков. Вектор электрического смещения

Формулировка: Поток вектора напряженности электрического поля в диэлектрике через замкнутую поверхность *S* равен алгебраической сумме сторонних и связанных зарядов, охватываемых рассматриваемой поверхностью, деленной на ε_0, т. е.

$$\oint_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot (q + q') \qquad (12)$$

Появление связанных зарядов *q′* усложняет дальнейший расчет ***E*** по (12). Эту трудность можно обойти, если выразить заряд *q′* через поток вектора ***P*** по (8), тогда уравнение (12) после умножения на ε_0 примет вид:

$$\oint_S (\varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}) \cdot \overrightarrow{dS} = q,$$ где принято $$q' = -\oint_S \vec{P} \cdot \overrightarrow{dS}$$

Величину, стоящую под интегралом в скобках, обозначают как ***D*** = ε_0·***E*** + ***P*** и называют **вектором электрического смещения**.

Обобщение теоремы Гаусса для диэлектриков. Вектор электрического смещения

Введение вектора электрического смещения значительно упрощает анализ и расчет электрического поля в диэлектрике. Это связано с тем, что <u>поток вектора ***D*** через замкнутую поверхность *S* равен алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых данной поверхностью</u>, т. е.

$$\oint_S \vec{D} \cdot \overrightarrow{dS} = q \qquad (13)$$

Замечание: Единицей измерения вектора ***D*** в СИ является 1 [Кл/м^2].

- Дифференциальная форма теоремы Гаусса для ***D***: дивергенция электрического смещения равна объемной плотности сторонних зарядов в данной точке, т. е.

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \qquad (14)$$

Обобщение теоремы Гаусса для диэлектриков. Вектор электрического смещения

- Связь между векторами ***D*** и ***E***

В случае изотропных диэлектриков имеем $\boldsymbol{P} = \varkappa \cdot \varepsilon_0 \cdot \boldsymbol{E}$, подставив это соотношение в определение вектора электрического смещения, получаем $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \cdot (1 + \varkappa) \cdot \boldsymbol{E}$ или, вводя понятие – *диэлектрическая проницаемость вещества* $\varepsilon = 1 + \varkappa$ (электрическая характеристика диэлектрика, зависит от его природы), получаем:

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \boldsymbol{E} \qquad (15)$$

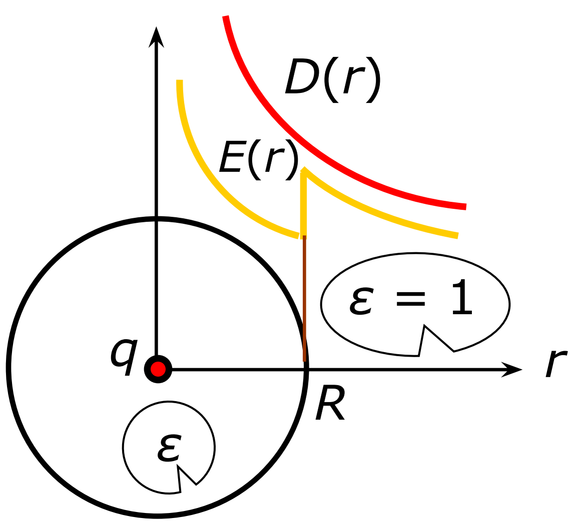
Замечание: Для вакуума $\varepsilon = 1$; для газов $\varepsilon \geq 1$; для воды $\varepsilon \approx 80$; для керамики $\varepsilon \sim 10^3$.

Поле вектора ***D*** можно изобразить с помощью линий вектора ***D*** (подобно полю ***E***). <u>Отличие:</u> линии ***E*** могут начинаться и заканчиваться как на сторонних, так и на связанных зарядах, а «источниками» и «стоками» поля ***D*** являются только сторонние заряды (через области, где находятся связанные заряды, линии ***D*** проходят не прерываясь).

Обобщение теоремы Гаусса для диэлектриков. Вектор электрического смещения

- Расчет электрического поля в присутствии диэлектрика

Задача: Точечный (сторонний) заряд q находится в центре шара радиуса R из однородного диэлектрика с проницаемостью ε. Требуется определить напряженность E поля как функцию r (расстояние от центра шара).



Решение: Симметрия задачи позволяет воспользоваться теоремой Гаусса для вектора ***D*** и записать для замкнутой концентричной сферы радиуса r: $4\cdot\pi\cdot r^2\cdot D_r = q$. Отсюда выражаем

$$D_r = D(r) = \frac{1}{4\cdot\pi}\cdot\frac{q}{r^2}$$

и, используя связь $D_r = \varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot E_r$,

определяем: $E_r = E(r) = \dfrac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\dfrac{q}{\varepsilon\cdot r^2}$ для $r < R$ и $E_r = E(r) = \dfrac{1}{4\cdot\pi\cdot\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}$ для $r > R$.

Поле на границе раздела диэлектриков

Рассмотрим поведение векторов ***E*** и ***D*** на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков (с проницаемостями ε_1 и ε_2). Пусть для общности на границе этих диэлектриков находится поверхностный сторонний заряд с плотностью σ.

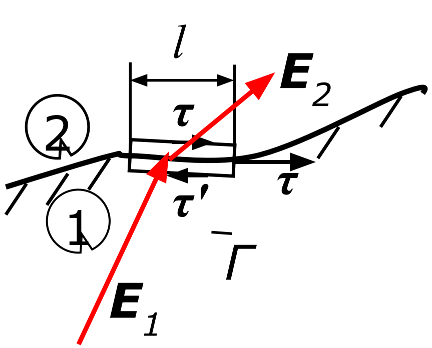
Искомые условия получим с помощью двух теорем:

1) теоремы о циркуляции вектора ***E***, т. е. $\oint\limits_{\Gamma} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} = 0;$

2) теоремы Гаусса для вектора ***D***, т. е. $\oint\limits_{S} \vec{D} \cdot \overrightarrow{ds} = q.$

- Для поля вектора ***E***

Пусть поле вблизи границы раздела в диэлектрике *1* есть $\boldsymbol{E}_1$, а в диэлектрике *2* – $\boldsymbol{E}_2$. Возьмем <u>малый вытянутый прямоугольный контур *Г*</u>, ориентировав его как на рисунке.



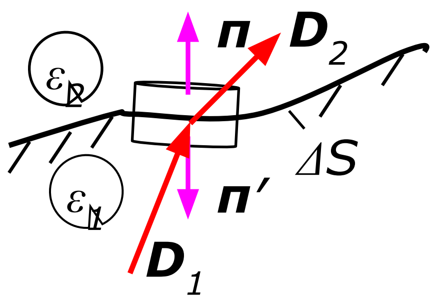
Тогда согласно теореме о циркуляции ***E*** имеем $E_{2\tau} \cdot l + E_{1\tau'} \cdot l = 0$, где проекции ***E*** взяты на направление обхода контура. Так как $E_{1\tau'} = -E_{1\tau}$, то после подстановки получаем:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} \tag{16}$$

Поле на границе раздела диэлектриков

- Для поля вектора ***D***

Возьмем очень малой высоты цилиндр, расположив его на границе раздела двух диэлектриков. Сечение цилиндра ΔS должно быть таким малым, чтобы в пределах каждого его торца вектор ***D*** был одинаков.



Тогда согласно теореме Гаусса имеем $D_{2n}\cdot\Delta S + D_{1n'}\cdot\Delta S = \sigma\cdot\Delta S$, а так как $D_{1n'} = -D_{1n}$ то получаем условие для изменения ***D***:

$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma \qquad (17)$$

т. е. нормальная составляющая вектора ***D***, вообще говоря, претерпевает «скачок» величиной в σ; если же сторонние заряды на границе раздела – отсутствуют ($\sigma = 0$), то имеем постоянство $D_{1n} = D_{2n}$.

Выводы: Если на границе раздела двух однородных диэлектриков – сторонних зарядов нет, то при переходе этой границы составляющие E_τ и D_n изменяются непрерывно (без скачка), а составляющие E_n и D_τ претерпевают скачок.

Поле на границе раздела диэлектриков

- Преломление линий ***E*** и ***D***

Если сторонних зарядов на границе раздела диэлектриков (рис.1) – нет, то имеем: $E_{2\tau} = E_{1\tau}$ и $D_{2n} = D_{1n}$, а последнее можно записать как $\varepsilon_2 \cdot E_{2n} = \varepsilon_1 \cdot E_{1n}$. Тогда из рисунка видно: $\frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1} = \frac{E_{2\tau}/E_{2n}}{E_{1\tau}/E_{1n}} = \frac{E_{1n}}{E_{2n}}$, а с учетом связи между нормальными составляющими получаем

$$\frac{tg\,\alpha_2}{tg\,\alpha_1} = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad (18)$$

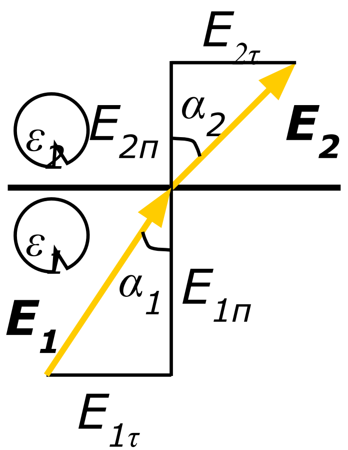


Рис. 1

Выводы: В соответствии с (18) в диэлектрике с большей проницаемостью ε линии ***E*** и ***D*** будут составлять больший угол α с нормалью к границе раздела (больше преломляться).

На рис. 2 представлена качественная картина поведения векторных полей ***E*** и ***D*** для случая $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ и $\sigma = 0$.

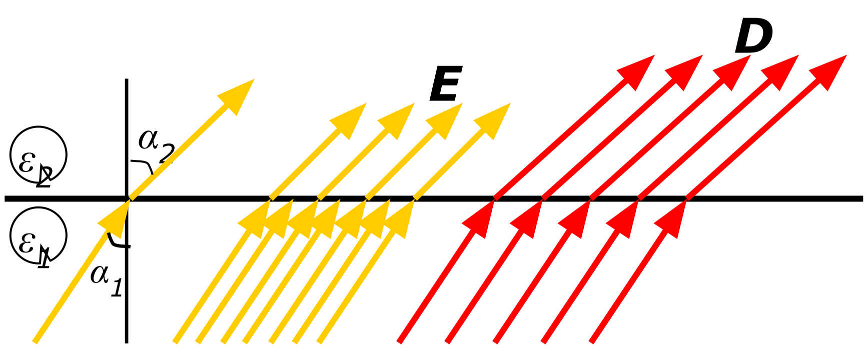


Рис.2