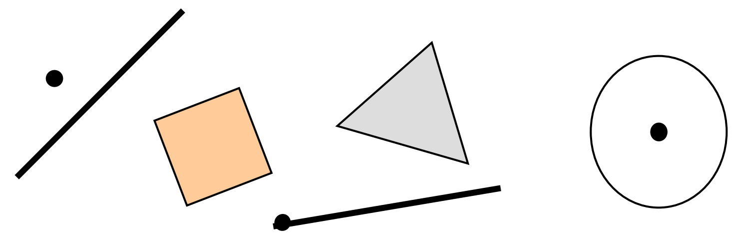
«планіметрія» –мішане походження: від гретс. **metreo** – вимірювати
та лат. **planum** – *плоска поверхня (площина)*

ГЕОМЕТРІЯ

ПЛАНІМЕТРІЯ

ГЕОМЕТРІЯ на площині



СТЕРЕОМЕТРІЯ

ГЕОМЕТРІЯ у просторі

«стереометрія» – від гретс. **stereos** – *просторовий* (**stereon** – *об'єм*).

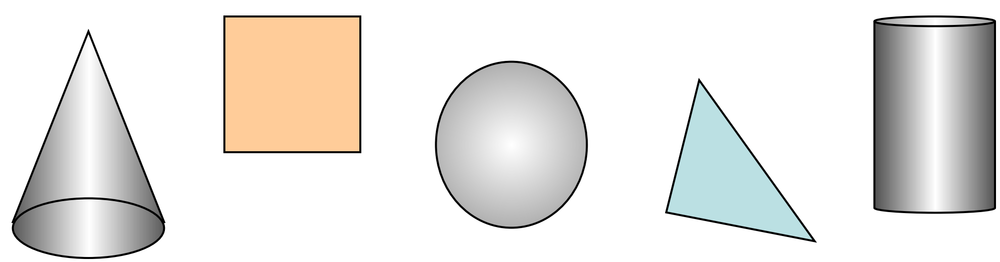


Схема побудови стереометрії

Тема: **Аксіоми стереометрії та найпростіші висновки з них.**

Взаємне розміщення двох прямих у просторі.

Мета

1. Повторити, узагальнити та систематизувати:

1) відомості щодо аксіом стереометрії;

2) знання з планіметрії про взаємне розміщення двох прямих на площині.

2. Сформувати знання про:

1)основні геометричні фігури в просторі, способи їх позначення;

2) зміст теорем, які є наслідками аксіом стереометрії;

3) можливі випадки взаємного розміщення прямих у просторі.

3. Сформувати вміння:

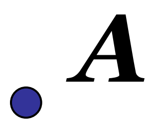
1)описувати вивчені поняття;

2)відтворювати вивченні твердження, а також використовувати їх для обґрунтування міркувань, розв'язування найпростіших задач.

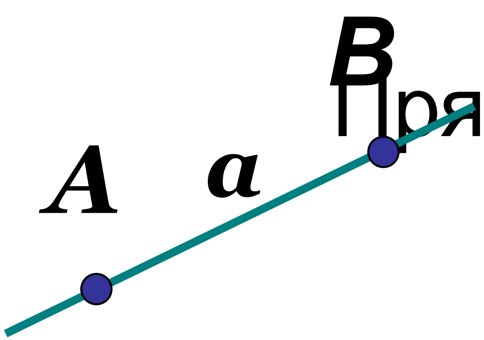
План викладання теми

1. Основні фігури в просторі. Уявлення про геометричну фігуру «площина». Позначення площини.
2. Основні аксіоми стереометрії.
3. Наслідки з аксіом стереометрії.
4. Взаємне розміщення двох прямих у просторі.

Основні фігури стереометрії та їх позначення

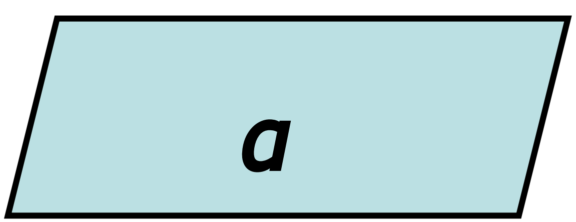


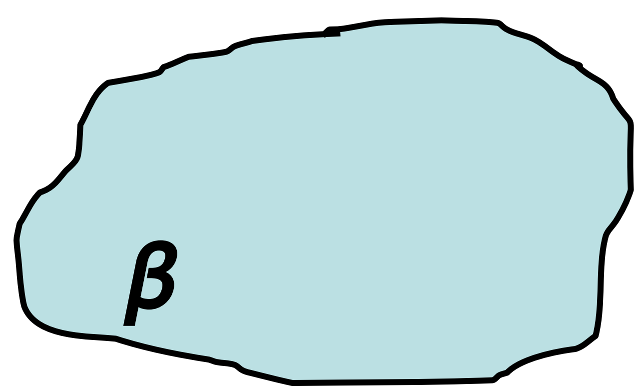
Точка *A,B,C,D,E,F……*



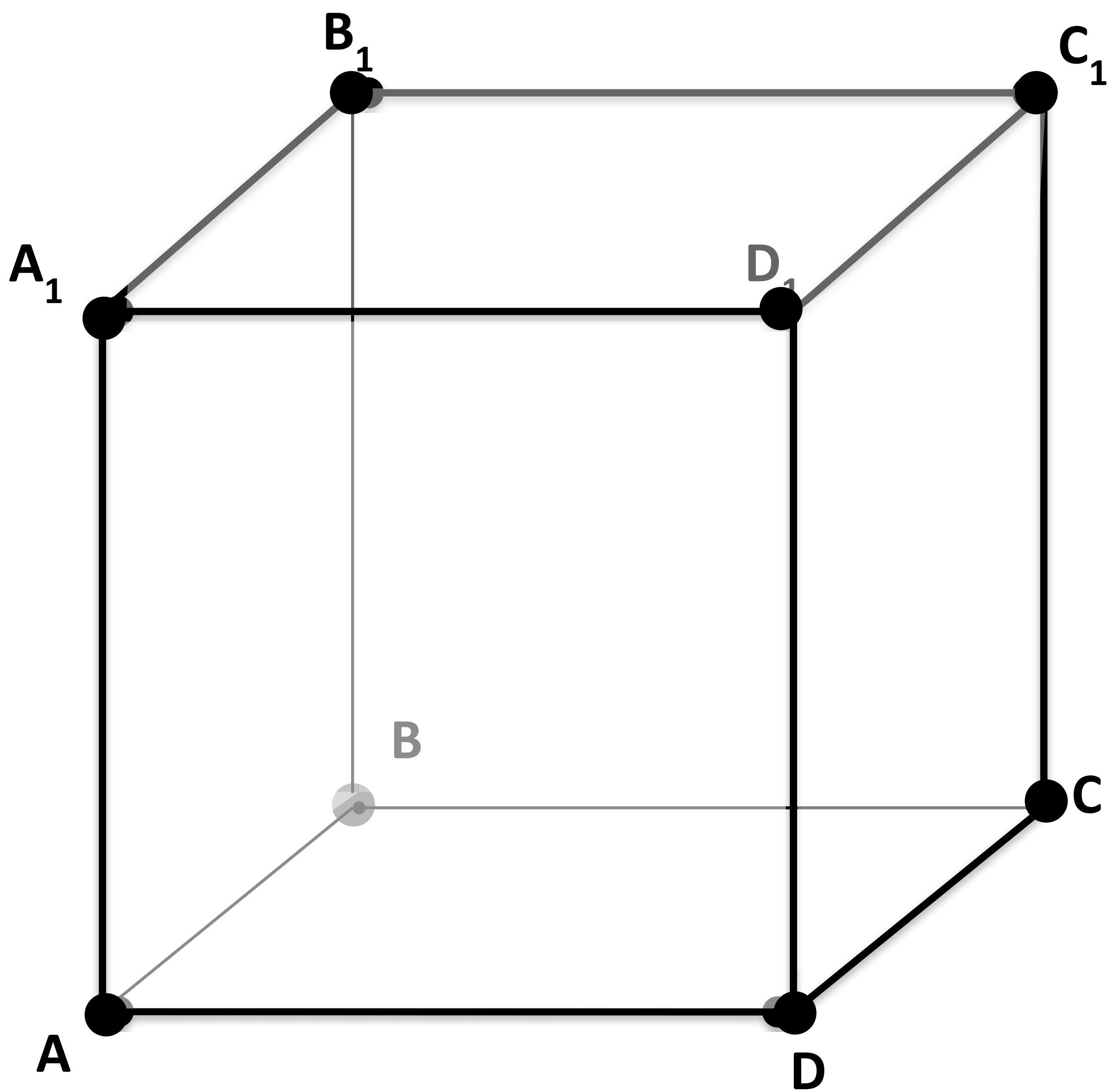
Пряма *a , b, c, d….(a = AB)*

Площина **α, β, γ,**





Приклад 1



Відношення належності

«$\in$» — належить,

«$\notin$» — не належить,

«$\subset$» — підмножина.

Детальніше:

1. $\mathbf{A} \in \boldsymbol{a}$ ($\mathbf{A} \notin \boldsymbol{a}$)

Точка А належить *(* не належить*)* прямій *а*

Точка А лежить (не лежить) на прямій *а*.

Пряма *а* проходить (не проходить) через точку А.

2. $\mathbf{A} \in \boldsymbol{\alpha}$ ($\mathbf{A} \notin \boldsymbol{\alpha}$)

Точка А лежить *(* не належить*)* у площині α

Площина α проходить (не проходить) через точку А.

3. $\boldsymbol{a} \subset \boldsymbol{\alpha}$ ($\boldsymbol{a} \not\subset \boldsymbol{\alpha}$)

Кожна точка прямої *а* лежить у площині α.

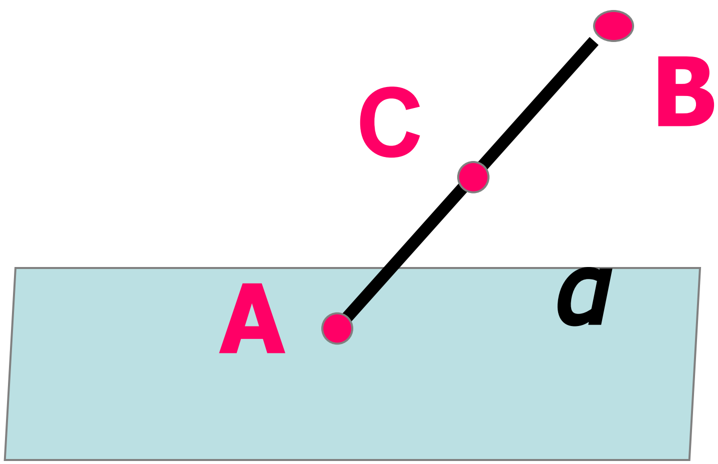
Пряма *а* лежить у площині α.

Площина α проходить через пряму *а.*

Приклад 2.

Побудуйте та запишіть за допомогою символів:

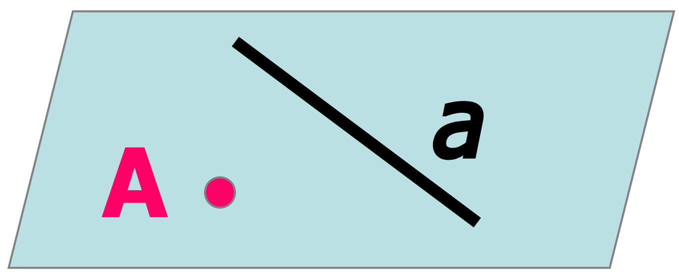
а) площину α і точку А, що лежить у ній; точку В, яка не лежить у площині; точку С, яка належить прямій АВ.



A є α, B ∉ α, C є AB;

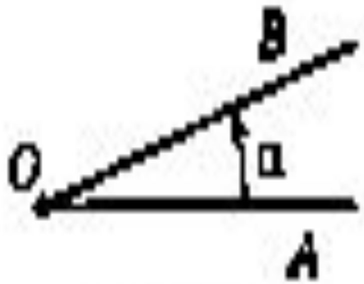
Побудуйте та запишіть за допомогою символів:

б) площину α, яка проходить через пряму а; точку А, яка належить площині α, але не належить прямій *а*;

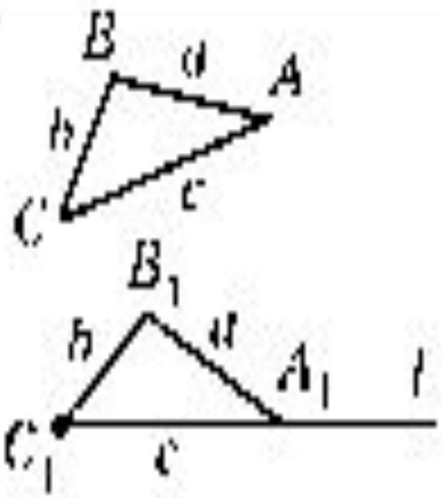
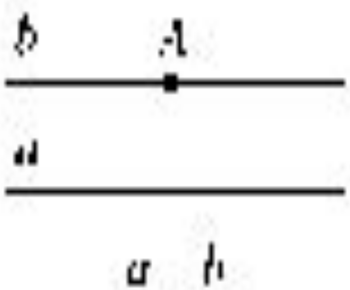


$a \subset \alpha, \ A \in \alpha, \ A \notin a$

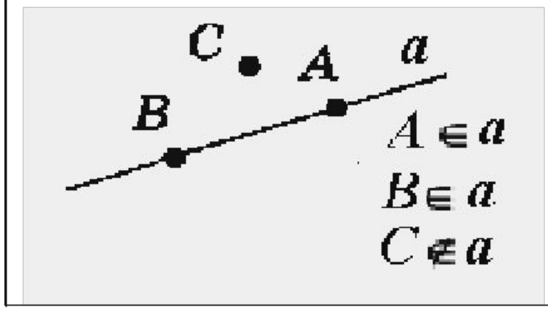
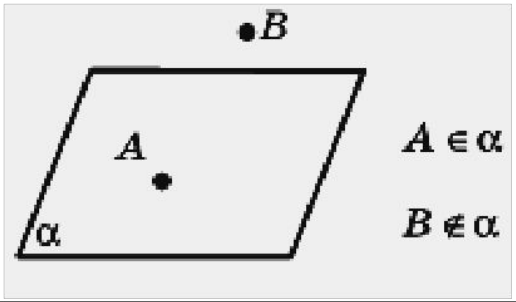
Аксіоми геометрії

	Аксіоми планіметрії	Аксіоми стереометрії
	Пряма розбиває площину на дві півплощини	Пряма, *що належить площині*, розбиває цю площину на дві півплощини.
 $\angle AOB = \alpha$, $\alpha \leq 180°$	Від будь-якої пів прямої у задану півплощину можна відкласти кут із заданою градусною мірою, меншою за 180, і до того ж тільки один.	Від будь-якої півпрямої *на площині, що містить її*, у задану півплощину можна відкласти кут із заданою градусною мірою, меншою за 180, і до того ж тільки один.

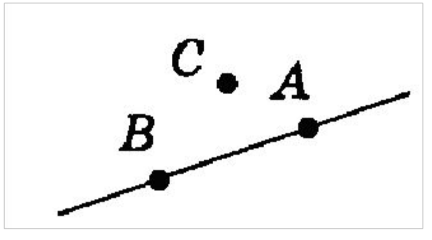
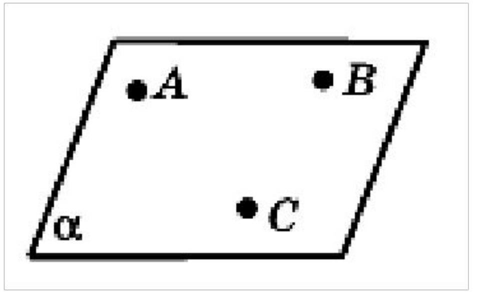
Аксіоми геометрії

	Аксіоми планіметрії	Аксіоми стереометрії
	Який не був би трикутник існує трикутник, який дорівнює йому в заданому розміщені відносно даної півпрямої	Який не був би трикутник існує трикутник, який дорівнює йому ***в даній площині*** в заданому розміщені відносно даної півпрямої ***в цій площині.***
	Через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести не більше як одну пряму, паралельну даній.	***На площині*** через точку, що не лежить на даній прямій, можна провести не більше як одну пряму, паралельну даній.

Аксіоми геометрії

Аксіоми планіметрії	Аксіоми стереометрії
С1. Аксіома належності точок прямій Яка б не була пряма, існують точки, які належать їй, і точки, які їй не належать.  	**С1. Аксіома належності точок площині** Яка б не була площина, існують точки, що належать цій площині і точки, що не належать їй. 

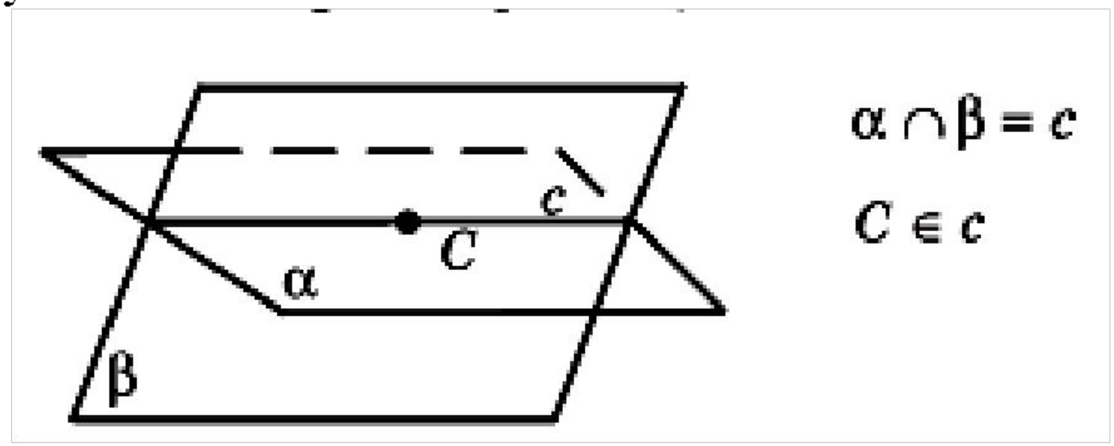
Аксіоми геометрії

Аксіоми планіметрії	Аксіоми стереометрії
С2. Аксіома проведення прямої Через будь-які дві точки можна провести пряму, й тільки одну  	**С2. Аксіома проведення площини** Через три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести площину, й тільки одну. 

Аксіоми стереометрії

С3. Аксіома перетину площин

Якщо дві площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.



Приклад 3.

Користуючись зображенням куба, вкажіть точки, які

а) не належать грані A_1B_1BA.

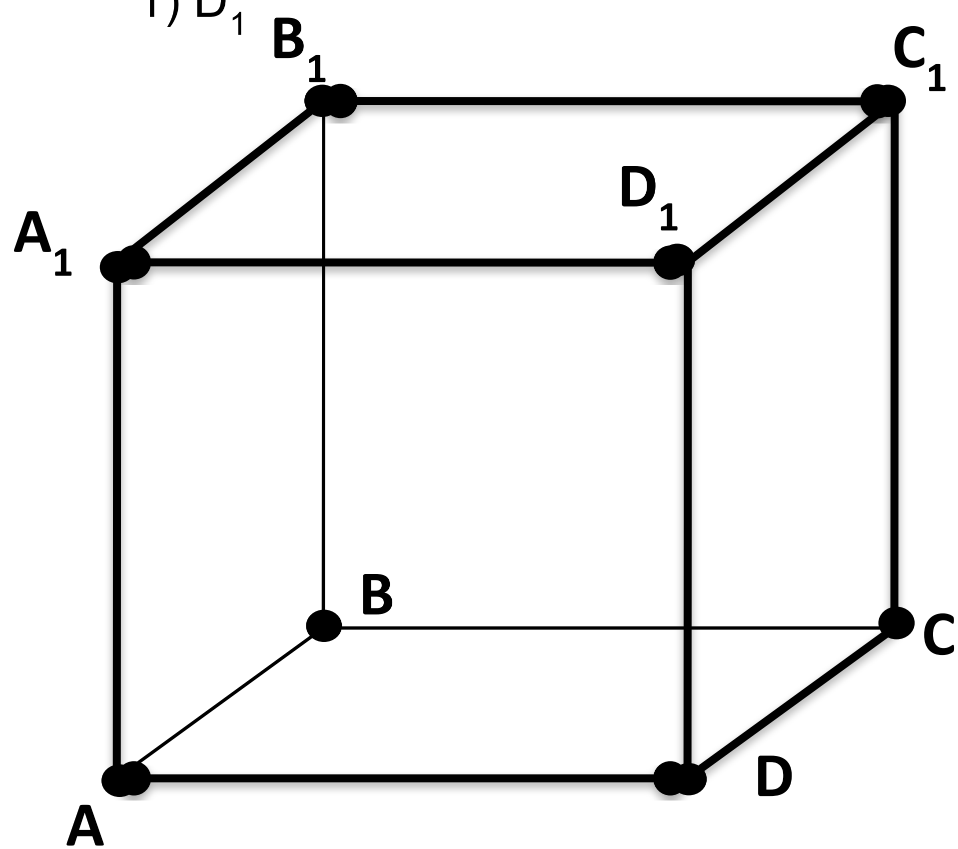
б) належать верхній грані;

в) спільні точки верхньої і передньої граней;

г) пряму перетину площин граней $A_1B_1C_1D_1$ і BB_1C_1C;

д) Яка з вказаних точок належить площині AA_1D?

а) C_1; б) B_1 ; в) C; г) D_1



Відповіді.

а) C, C1,D, D1;

б) A_1, B_1,C_1, D_1;

в) A_1, D_1;

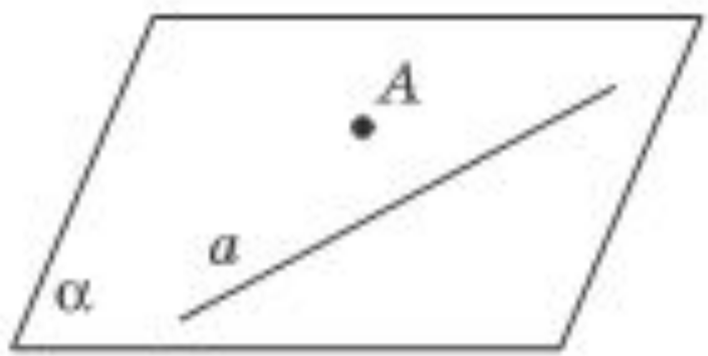
г) B_1C_1;

д) D_1;

Наслідки з аксіом стереометрії

Т1. Теорема про проведення площини через пряму і точку.

Через пряму й точку, що не лежить на ній можна провести площину, й тільки одну.

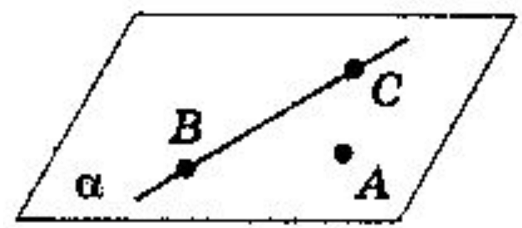


$$A \notin a \Rightarrow \begin{cases} A \in \alpha \\ a \subset \alpha \end{cases}$$

і α — єдина

Доведення теореми про проведення площини через пряму і точку.

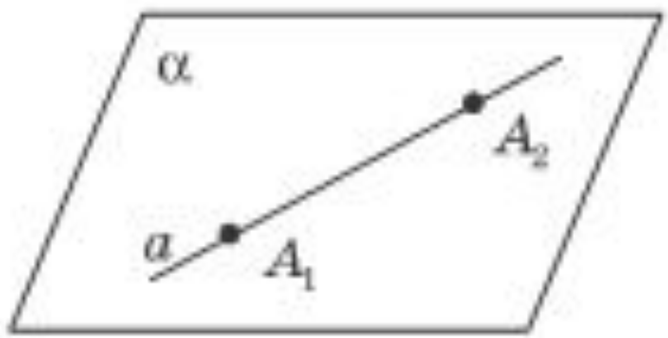
Дано: пряма *a* ; А $\notin a$.
Довести: через пряму *a*
та точку А $\notin a$ можна провести
площину, й тільки одну



Доведення (**Існування**)
Крок 1. На прямій *a* існує нескінчена множина точок. Візьмемо які-небудь дві з них: B,C, які належать прямій *a* (***згідно з аксіомою С1***).
Крок2. Так як за умовою А $\notin a$, то три точки А,В,С не належать одній прямій і через них можна провести площину α (***згідно з аксіоми С2***).
Доведення (існування єдиної площини)
Крок 3. Будь-яка інша площина, яка містить пряму *a* та точку А, також проходить через три точки А,В,С, які не лежать на одній прямій, значить ***за аксіомою С2*** співпадає з площиною α.

Наслідки з аксіом стереометрії

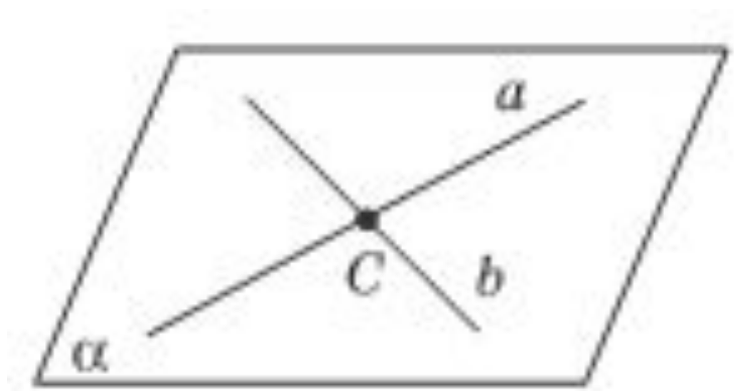
Т2. **Ознака** належності прямої площині Якщо дві точки прямої належать площині, то вся пряма належить цій площині.



$$\left.\begin{array}{l} A_1 \in a \\ A_2 \in a \\ A_1 \in \alpha \\ A_2 \in \alpha \end{array}\right\} \Rightarrow a \subset \alpha$$

Наслідки з аксіом стереометрії

Т3. **Теорема про проведення площини через дві прямі, що перетинаються**. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести площину, й тільки одну.



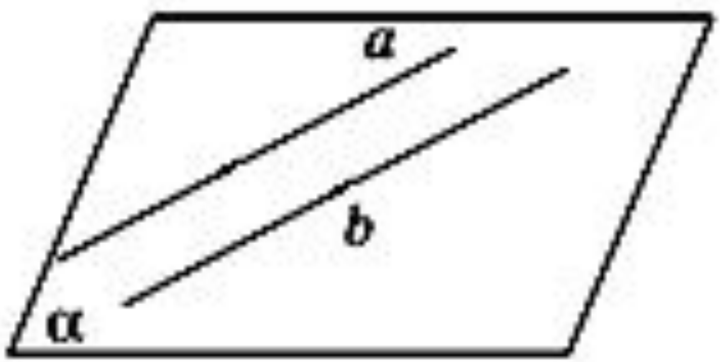
$a \cap b = C \Rightarrow$ існує площина α:

$a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$ і α — єдина

Наслідки з аксіом стереометрії

Т4. Теорема про проведення площини через дві паралельні прямі.

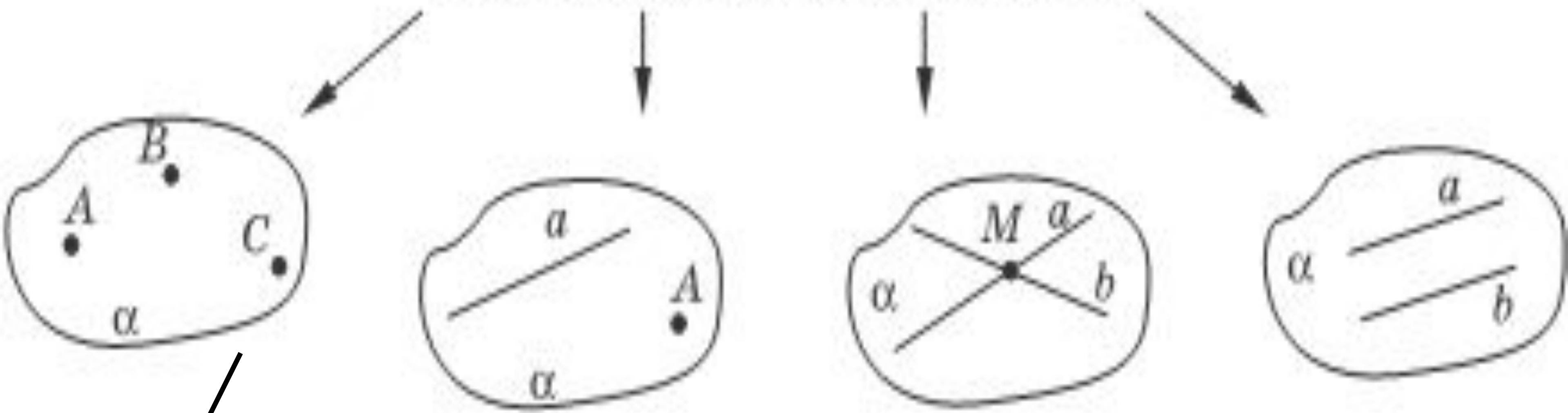
Через дві паралельні прямі можна провести площину, й тільки одну.



$a \parallel b \Rightarrow$ існує площина α:

$a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$ і α — єдина

Способи задання єдиної площини



за трьома точками, що не лежать на одній прямій

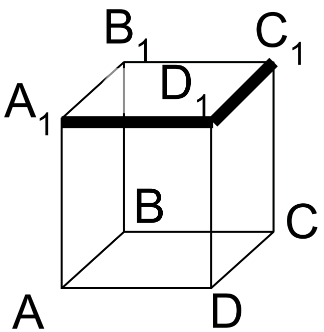
прямою і точкою, що не лежить на ній

двома прямими, які перетинаються

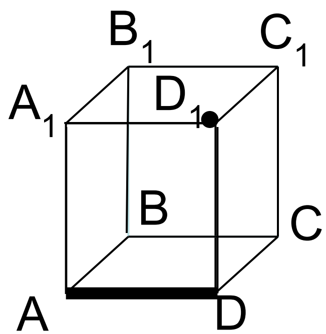
двома паралельними прямими

Приклад 4

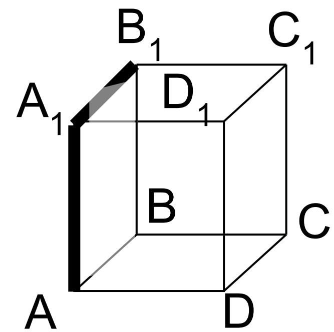
Скільки площин можна провести через виділені елементи?



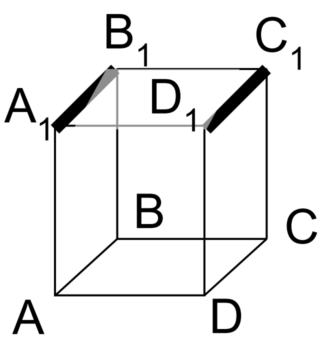
а)



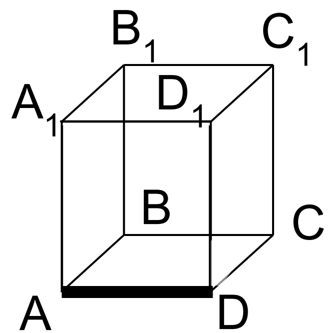
б)



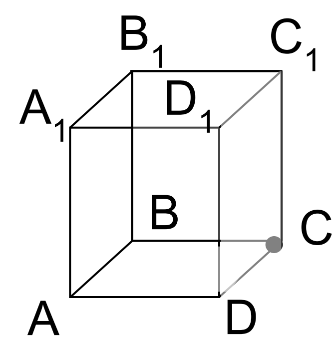
в)



г)



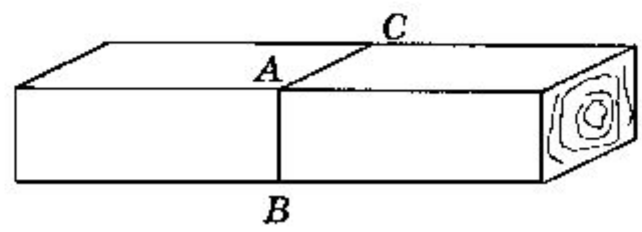
д)



е)

Приклад 5. Задачі прикладного характеру.

1. Столяр перевіряє, чи лежать кінці чотирьох ніжок стільця в одній площині, прикріпивши до кінців ніжок навхрест дві нитки. На чому ґрунтується така перевірка?
2. Щоб поверхня розпилу чотирикутної балки була плоскою, столяр зробив так; позначив на ребрі балки точку A і провів від неї в потрібному напрямі два відрізки AB і AC у суміжних гранях балки, потім направив пилку по намічених відрізках. Поясніть, чому повинна утворитися плоска поверхня розпилу?



Теорема Т3. Дві прямі, що перетинаються визначають площину і до того ж тільки одну.

Задачі прикладного характеру.

3. Штативи для багатьох інструментів (фотоапарата, геодезичних приладів — нівеліра) виготовлено у вигляді тринога. Чому підставка з такою кількістю ніжок є стійкою?
4. Чому стілець з трьома ніжками, розміщеними по колу, завжди стоїть на підлозі стійко, а з чотирма — не завжди?

Аксіома С2. *Через три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести площину, й тільки одну.*

5. Чому незамкнені двері відчиняються, а замкнені — нерухомі?

Теорема Т1. Через пряму й точку, що не лежить на ній можна провести площину, й тільки одну.

Домашнє завдання:

1. Опрацювати (прочитати, розібрати) теоретичний матеріал (лекцію ви можете отримати в електронній базі коледжу)
2. Записати опорний конспект та зразки практичних завдань у зошиті для аудиторних робіт.
3. Вміти відповідати на контрольні запитання (усно).
4. Розв’язати тест на відповідність (дивись пункт «Тестові завдання»).