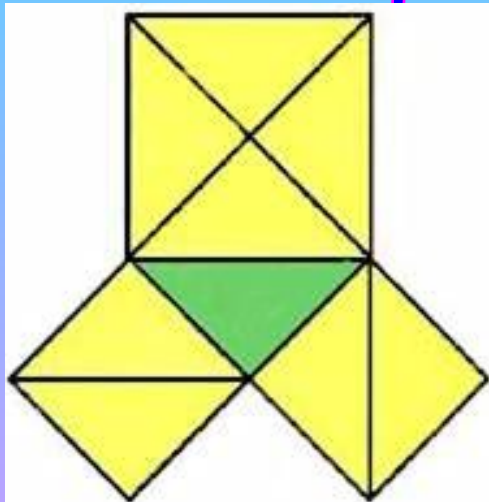


Презентация проекта

Теорема Пифагора



"Пифагоровы штаны Во все стороны равны"



**Участники проекта –
руководители групп по
интересам**

Группы по интересам:

- "Историки" - Исторические сведения по теме (плюс биография Пифагора).
- "Мыслители" - Углубленная математика (выход на различные доказательства теоремы).
- "Просветители" – Подбор, разработка занимательных заданий
- "Практики" – Применение теоремы Пифагора в жизни.



Содержание

- Введение
- История теоремы
- Неалгебраические доказательства теоремы
- Алгебраические доказательства теоремы
- Старинные задачи и их решение.
- Применение теоремы
- Заключение
- Литература

Теорема

Пифагора!

Без преувеличения можно сказать, что это самая известная теорема геометрии, ибо о ней знает подавляющее большинство населения планеты, хотя доказать ее способна лишь очень незначительная его часть.

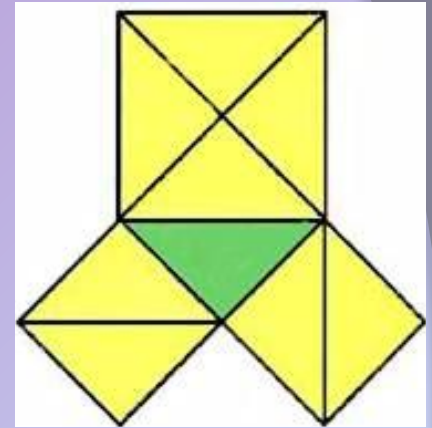
В чем же причина такой популярности «пифагоровых штанов»?

Знатоки утверждают, что причин здесь три:

б) красота,

а) простота,

в) значимость.



Биография Пифагора

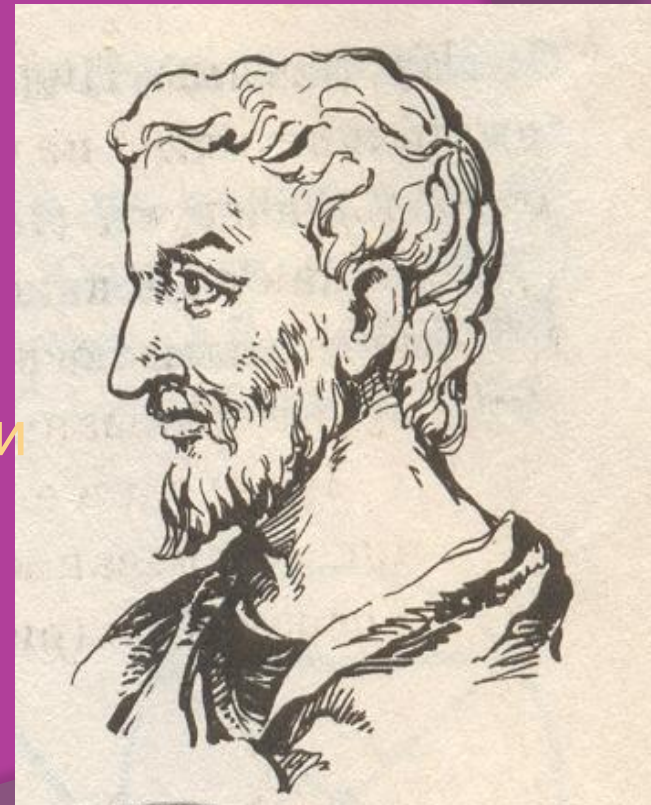
Знаменитый греческий философ и математик Пифагор Самосский, именем которого названа теорема, жил около 2,5 тысяч лет тому назад. Дошедшие до нас биографические сведения о Пифагоре отрывочны и далеко недостоверны. С его именем связано много легенд.



Пифагор – древнегреческий Пифагор – древнегреческий ученый (VI в. до н. э.)

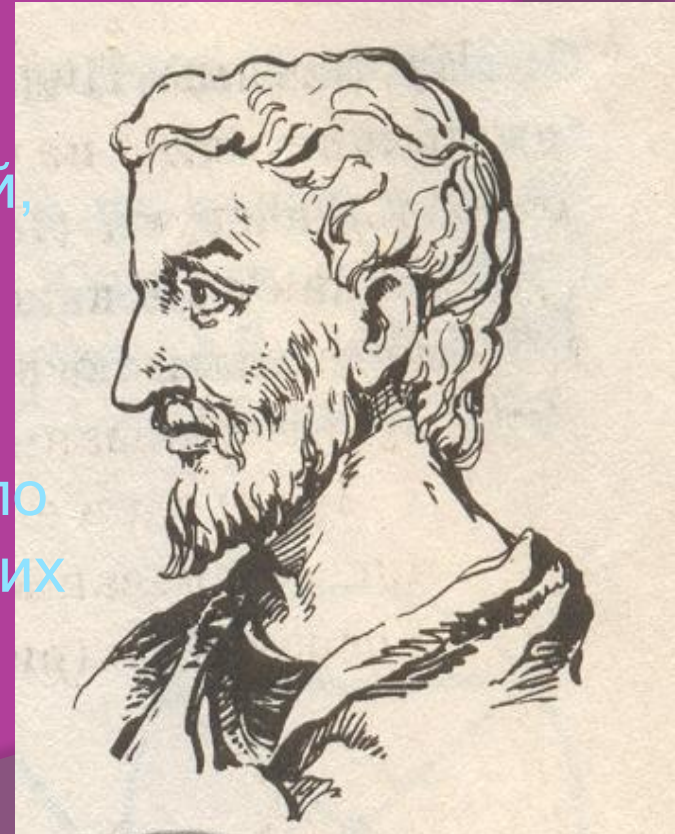
Достоверно известно, что Пифагор много путешествовал по странам Востока, посещал Египет, Индию и Вавилон, изучал древнюю культуру и достижения науки разных стран.

Вернувшись на родину, Пифагор организовал кружок молодежи из представителей аристократии, куда принимались с большими церемониями после долгих испытаний. Каждый вступающий отрекался от своего имущества и давал клятву хранить в тайне учения основателя.



Так на юге Италии, которая была в то время греческой колонией, возникла знаменитая «Пифагорейская школа», сыгравшая важную роль в научной и политической жизни древней Греции.

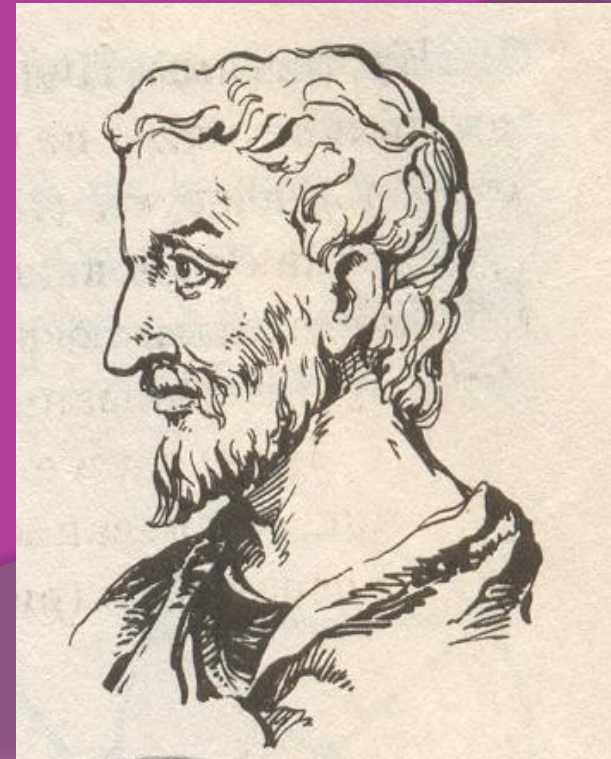
Пифагорейцы занимались математикой, философией, естественными науками. Ими было сделано много важных открытий в арифметике и геометрии. Однако, в школе существовал Декрет, по которому авторство всех математических работ приписывалось Пифагору.




Именно Пифагору приписывают и доказательство знаменитой геометрической теоремы.

На основе преданий, распространенных известными математиками (Прокл, Плутарх и др.), длительное время считали, что до Пифагора эта теорема не была известна, отсюда и название – теорема Пифагора.


Пифагор был убит в уличной схватке во время народного восстания. После его смерти ученики окружили тайной имя своего учителя, так что установить правду о Пифагоре невозможно.





Не подлежит, однако, сомнению, что эту теорему знали за много лет до Пифагора. Так, за 1500 лет до Пифагора древние египтяне знали о том, что треугольник со сторонами 3, 4 и 5 является прямоугольным, и пользовались этим свойством (т. е. теоремой, обратной теореме Пифагора) для построения прямых углов при планировке земельных участков и сооружений зданий.

Да и поныне сельские строители и плотники, закладывая фундамент избы, изготавливая ее детали, вычерчивают этот треугольник, чтобы получить прямой угол.



Это же самое проделывалось
тысячи лет назад при
строительстве великолепных
храмов в Египте, Вавилоне,
Китае, вероятно, и в Мексике.

Как свидетельствуют летописи, в Древнем Китае уже около 2200 года до н.э. для треугольника со сторонами 3, 4, 5 было найдено правило «гоу-гу», с помощью которого можно было по известным гипотенузе и одному из катетов находить другой неизвестный катет, а также гипотенузу, если известны оба катета.

Формулировки теоремы Пифагора различны. Общепринятой считается следующая:

«В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов».

Во времена Пифагора формулировка теоремы звучала так:

«Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на катетах».

Доказательство теоремы считалось в кругах учащихся средних веков очень трудным и называлось:

“Dons asinorum” -
«ОСЛИНЫЙ МОСТ»

или

“elefuga” -
**«бегство
убогих»**

а сама теорема –

**«ветряной мельницей»,
«теоремой – бабочкой»**

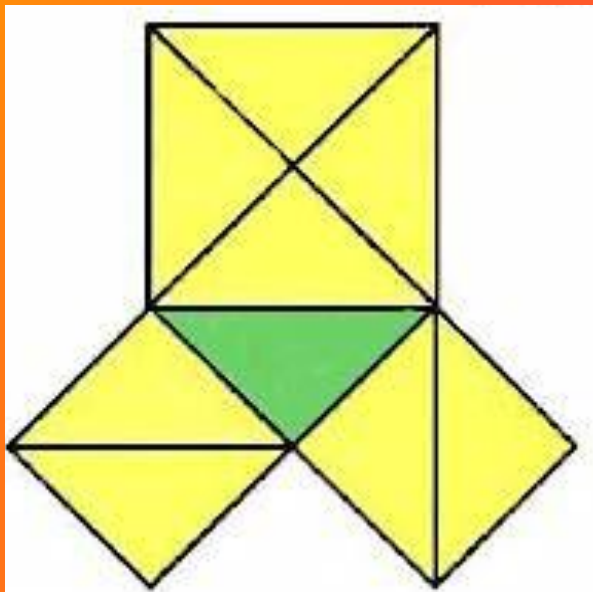
или

«теоремой невесты»

Сейчас известно около 150 различных доказательств этой теоремы (геометрических, алгебраических, механических и т.д.)

Различные способы доказательства теоремы

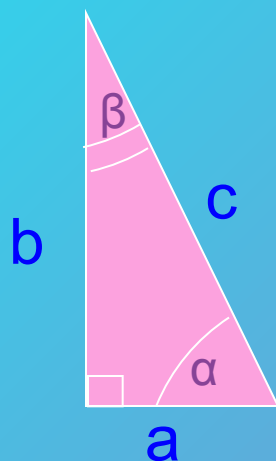
- ✓ Доказательства, основанные на использовании понятия равновеликости фигур
- ✓ Аддитивные доказательства (основаны на разложении квадратов, построенных на катетах, на фигуры, из которых можно сложить квадрат, построенный на гипотенузе)
- ✓ Доказательства методом достроения
- ✓ Алгебраический метод доказательства
- ✓ И т.д.



Большая часть доказательств теоремы Пифагора выполнена геометрическими методами, среди которых значительное место занимает метод разложения. Сущность метода разложения заключается в том, что квадрат, построенный на гипотенузе, с одной стороны, и квадраты, построенные на катетах, с другой, складываются из равных частей. Простейший пример применения этого метода имеем при доказательстве теоремы Пифагора для равнобедренного прямоугольного треугольника (см. рис.). Из этого рисунка все так понятно, что комментировать его не требуется. Как писал в подобных случаях индийский математик XII века Бхаскара: «Смотри!»

Теорема.

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

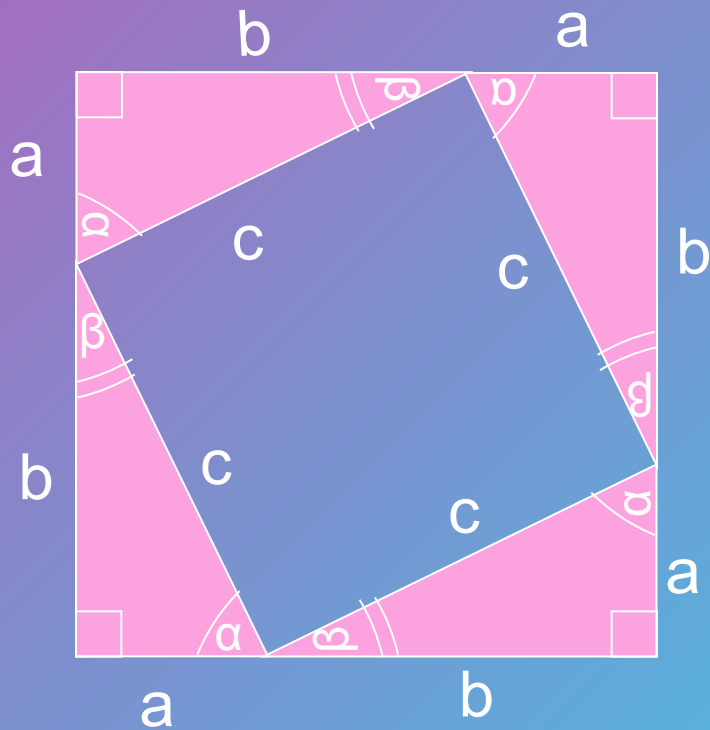


Дано: прямоугольный
треугольник с катетами
a, **b** и гипотенузой **c**.

Док-ть:

$$c^2 = a^2 + b^2,$$

Доказательство:



Достроим данный треугольник до квадрата со стороной $(a + b)$ так, как показано на рисунке.

$$S_{\text{кв.}} = (a + b)^2 \quad \text{или} \quad S_{\text{кв.}} = 4S_{\text{стр.}} + S'_{\text{кв.}}$$

$$S_{\text{стр.}} = 1/2ab; \quad S'_{\text{кв.}} = c^2, \quad \text{тогда}$$

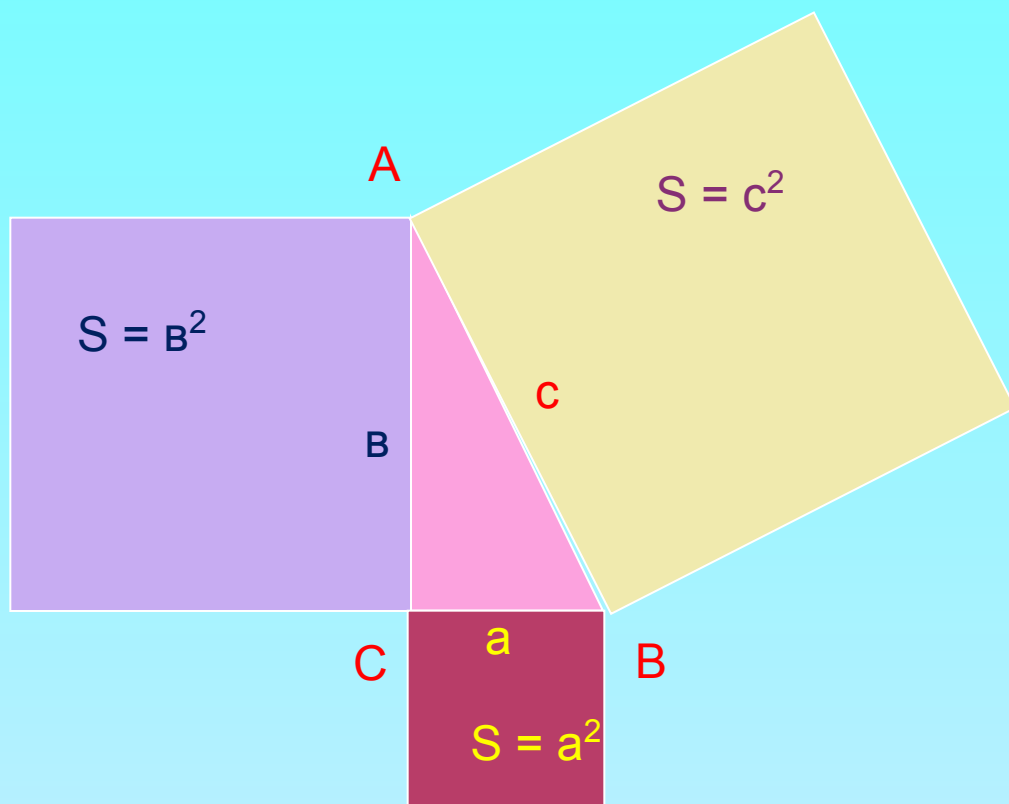
$$S_{\text{кв.}} = 4 \cdot 1/2ab + c^2$$

$$\text{Т.о.,} \quad (a + b)^2 = 4 \cdot 1/2ab + c^2$$

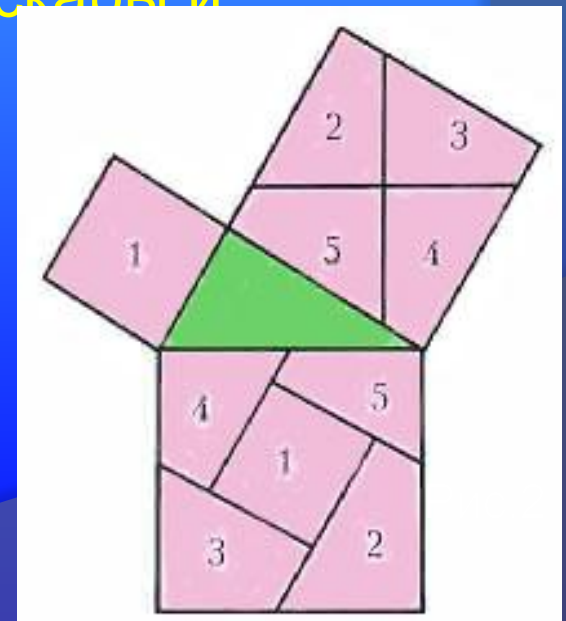
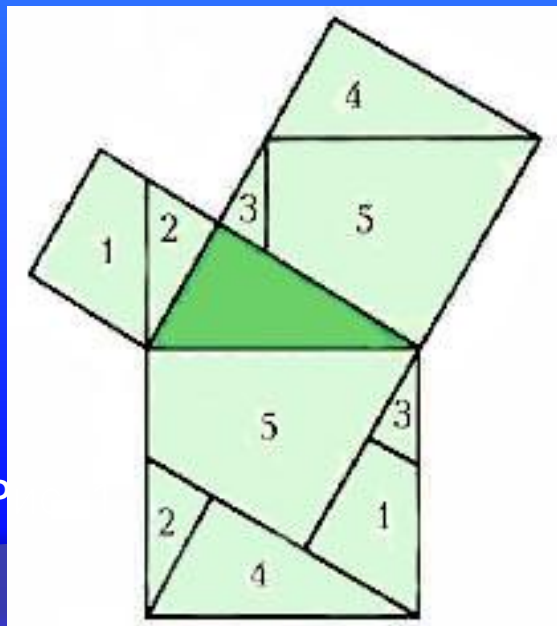
$$a^2 + \underline{2ab} + b^2 = \underline{2ab} + c^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \blacksquare$$

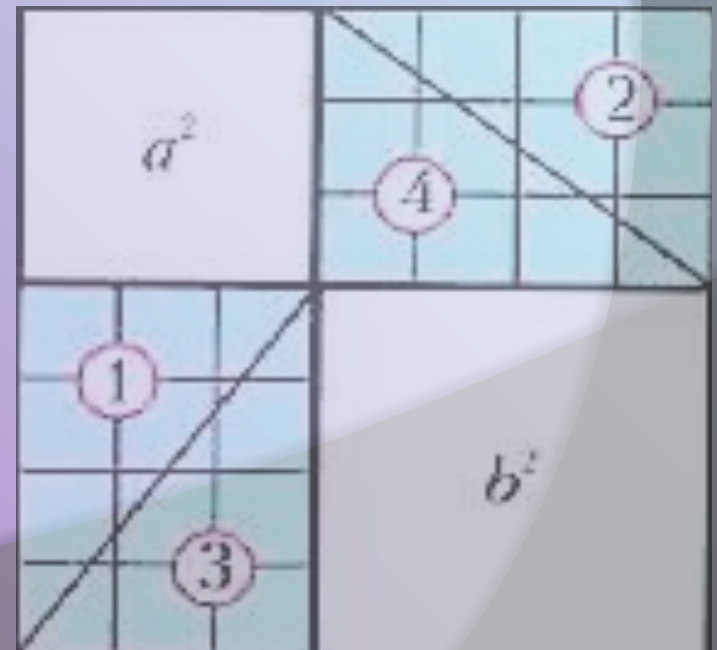
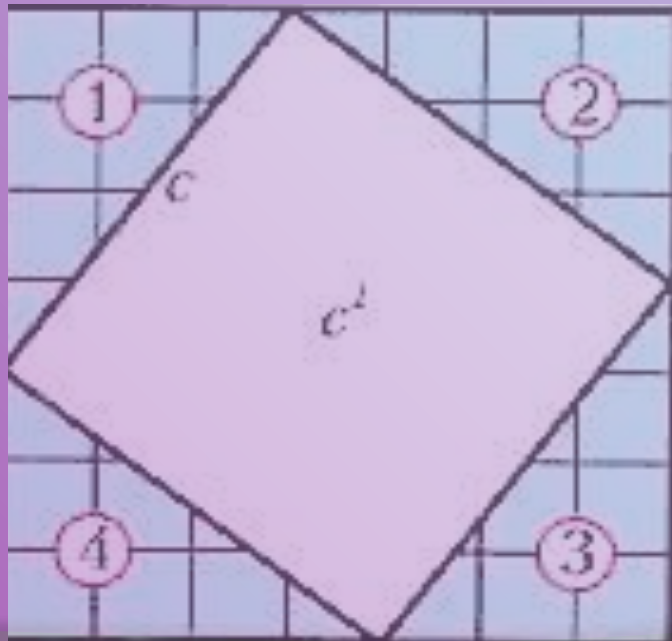
Площадь квадрата, построенного на гипотенузе
прямоугольного треугольника, равна сумме площадей
квадратов, построенных на его катетах...



Среди многочисленных доказательств теоремы Пифагора методом разложения есть и два таких, что их с полным правом можно назвать шедеврами, настолько они красивы и просты до гениальности. Первое (рис.1) принадлежит иранскому математику ан-Найризи (конец IX - начало X века), комментатору Евклида, а второе (рис.2) — лондонскому биржевому маклеру и астроному-любителю Генри Перигэлу, опубликовавшему его в 1873 году. На этих рисунках тоже все настолько ясно, что указание Бхаскары и здесь остается в силе.



В трактате «Математика в девяти книгах», созданном во II веке до н.э. по более древним источникам, кроме 24 задач, требующих для своего решения применения правила «гоу-гу», содержится также чертеж, позволяющий доказать теорему Пифагора геометрически, как это представлено на рисунке. Возможно, что данный чертеж — свидетельство единственного «допифагорова» доказательства теоремы.



Таким образом, теорема Пифагора в виде простейших угломерных приспособлений, частных и общих математических задач и чертежей обнаружена в памятниках культуры древних египтян, вавилонян, китайцев и индийцев задолго до Пифагора. Но среди этих памятников нет ни одного, за исключением китайского математического трактата, в котором имелись бы хотя бы указания на доказательство теоремы.

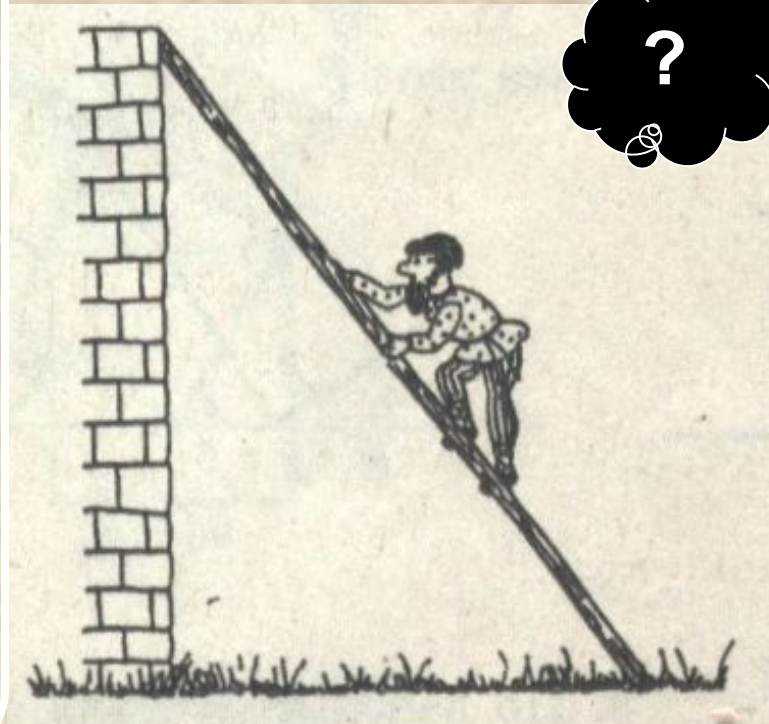
Как утверждают все античные авторы, Пифагор первый дал полноценное доказательство теоремы, носящей его имя. К сожалению, мы не знаем, в чем оно состояло, потому что древние математики и писатели об этом умалчивают, а от самого Пифагора и ранних пифагорейцев до нас не дошло ни одного письменного документа.



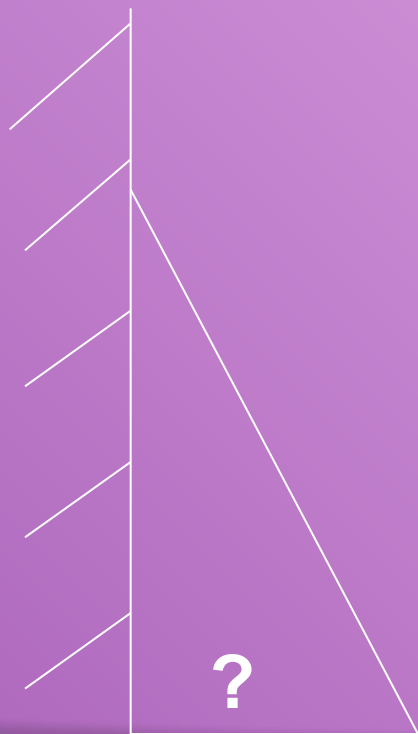
Старинные

задачи:

Случился некоему человеку к стене лестницу прибрати, у стены же тоя высота есть *117* стоп. И обреете лестницу долготью *125* стоп. И ведати хоцет, колико стоп сея лествицы нижний конец от стены отстояти имать.



В Древнем Вавилоне это свойство не только треугольника со сторонами 3, 4, 5, но и вообще всех прямоугольных треугольников было хорошо известно. Так, в одном из самых ранних вавилонских математических текстов содержится следующая изящная задача:



«Палка длиной $1/2$, прислонена к стене. Ее верхний конец опустили на $1/10$. Как далеко отодвинется ее нижний конец?»

Часто математики записывали свои задачи в стихотворной форме. Вот одна из задач индийского математика XII века **Бхаскары**:



2. На берегу реки рос тополь
одинокий.

Вдруг ветра порыв его ствол
надломал.

Бедный тополь упал. И угол
прямой

С течением реки его ствол
составлял.

Запомни теперь, что в том
месте река

В четыре лишь фута была

широка

Еще одна задача древних индусов
также предложенная в стихах:

**3. Над озером тихим,
С полфута размером высился
лотоса цвет.**

**Он рос одиноко. И ветер
порывом**

Отнес его в сторону. Нет

Боле цветка над водой.

**Нашел же рыбак его ранней
весной**

В двух футах от места, где рос.

Итак, предложу я вопрос:

Применение теоремы Пифагора

Возможности применения
теоремы Пифагора к
вычислениям не
ограничиваются
планиметрией.

Она применяется в стереометрии,
архитектуре, астрономии и других областях



Строительство

Крыша

В доме задумано построить двускатную крышу (форма в сечении). Какой длины должны быть стропила, если изготовлены балки $AC=8$ м, и $AB=BF$.

Решение:

Треугольник ADC — равнобедренный $AB=BC=4$ м, $BF=4$ м, Если предположить, что $FD=1,5$ м, тогда:

А) Из треугольника DBC : $DB=2,5$ м $DC=\sqrt{4*4-2,5*2,5}=\sqrt{16+6,25}=\sqrt{22,25}\approx 4,7$

Б) Из треугольника ABF : $AF=\sqrt{16+16}=\sqrt{32}\approx 5,7$

Молниеотвод

Молниеотвод защищает от молнии все предметы, расстояние до которых от его основания не превышает его удвоенной высоты. *Определить оптимальное положение молниеотвода на двускатной крыше, обеспечивающее наименьшую его доступную высоту.*

Решение:

По теореме Пифагора $h^2 > a^2 + b^2$, значит $h > \sqrt{a^2 + b^2}$ Ответ: $h > \sqrt{a^2 + b^2}$

Астрономия

Пусть световой луч проходит путь от точки A к точке B . *Какой путь проходит луч?* Поскольку свет идет туда и обратно одинаковый путь, возникает вопрос: чему равна половина пути, который проходит луч? Если обозначить отрезок AB символом l , половину времени как t , а также обозначив скорость движения света буквой c , то уравнение примет вид:

$$c \times t = l$$

Это произведение затраченного времени на скорость.

Попробуем взглянуть на то же явление из другой системы отсчета, например, из космического корабля, пролетающего мимо бегающего луча со скоростью v . При таком наблюдении скорости всех тел изменятся, причем неподвижные тела станут двигаться со скоростью v в противоположную сторону. Предположим, что корабль движется влево. Тогда две точки, между которыми бегают зайчик, станут двигаться вправо с той же скоростью. Причем, в то время, пока зайчик пробегает свой путь, исходная точка A смещается и луч возвращается уже в новую точку C .

Вопрос: на сколько успеет сместиться точка, чтобы превратиться в точку C , пока путешествует световой луч, то есть спросим о половине данного смещения. Если обозначить половину времени путешествия луча буквой t' , а половину расстояния AC буквой d , то получим наше уравнение в виде:

$$v \times t' = d$$

Буквой v обозначена скорость движения космического корабля.

Другой вопрос: какой путь при этом пройдет луч света? Чему равна половина этого пути? Чему равно расстояние до неизвестного объекта? Если обозначить половину длины пути света буквой s , получим уравнение:

$$c \times t' = s$$

Здесь c — это скорость света, at' — это тоже время, которые было рассмотрено формулой выше. Теперь рассмотрим треугольник ABC . Это равнобедренный треугольник, высота которого равна l , которое было введено при рассмотрении процесса с неподвижной точки зрения. Поскольку движение происходит перпендикулярно l , то оно не могло повлиять на нее. Треугольник ABC составлен из двух половинок — одинаковы прямоугольных треугольников, гипотенузы которых AB и BC должны быть связаны с катетами по теореме Пифагора. Один из катетов — это d , который был рассчитан только что, а второй катет — это s , который проходит свет, и который тоже рассчитали. Получаем уравнение: $s^2 = l^2 + d^2$.

Мобильная связь

В настоящее время на рынке мобильной связи идет большая конкуренция среди операторов. Чем надежнее связь, чем больше зона покрытия, тем больше потребителей у оператора. При строительстве вышки (антенны) часто приходится решать задачу: *какую наибольшую высоту должна иметь антенна, чтобы передачу можно было принимать в определенном радиусе (например, радиусе $R=200$ км, если известно, что радиус Земли равен 6380 км).*

Решение:

Пусть $AB=x$, $BC=R=200$ км, $OC=r=6380$ км. $OB=OA+AB$, следовательно: $OB=r+x$.

Используя теорему Пифагора, получим ответ 2,3 км.

Вывод

Теорема Пифагора – одна из самых главных теорем геометрии. Из нее или с ее помощью можно вывести большинство теорем. Сама же теорема Пифагора замечательна тем, что она проста, но не очевидна. Это сочетание двух противоречивых начал и придает ей особую притягательную силу, делает ее красивой. Но, кроме того, теорема Пифагора имеет огромное практическое значение: она применяется в геометрии буквально на каждом шагу.