




МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

▣ **Колебания** - один из самых распространенных процессов в природе и технике

▣ **Механические колебания** – это движения, которые точно или приблизительно повторяются через равные промежутки времени.

▣ **Колебания** бывают следующих видов:

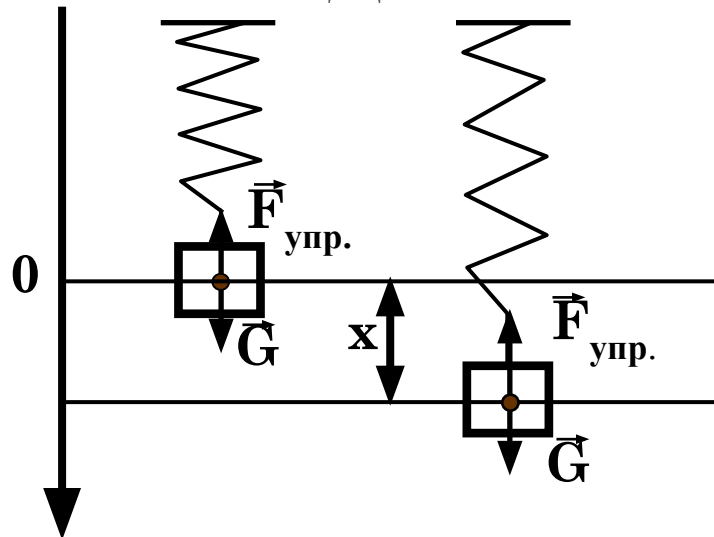
1. **Свободные** – это колебания, возникающие в системе под действием внутренних
 2. **Вынужденные** – это колебания, совершаемые телами под действием внешних периодически меняющихся сил
 3. **Автоколебания** - это незатухающие колебания, которые могут существовать в системе без воздействия на нее внешних периодических сил, за счет источника энергии (например, часы с маятником)
- 

УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

- при выведении тела из положения равновесия в системе должна возникнуть сила, стремящаяся вернуть его в положение равновесия;
- силы трения в системе должны быть достаточно малы.



УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЕ ГРУЗА, ПОДВЕШЕННОГО НА ПРУЖИНЕ



- Тело, подвешенное на пружине и совершающее колебания вдоль вертикальной оси под действием силы упругости пружины, называется **пружинным маятником**

$$kx_0 = mg \quad - \text{условие равновесия}$$

$$F_y = -k(x_0 + x) \quad - \text{возвращающая сила}$$

$$ma_x = -k(x + x_0) + mg$$

$$ma_x = -kx$$

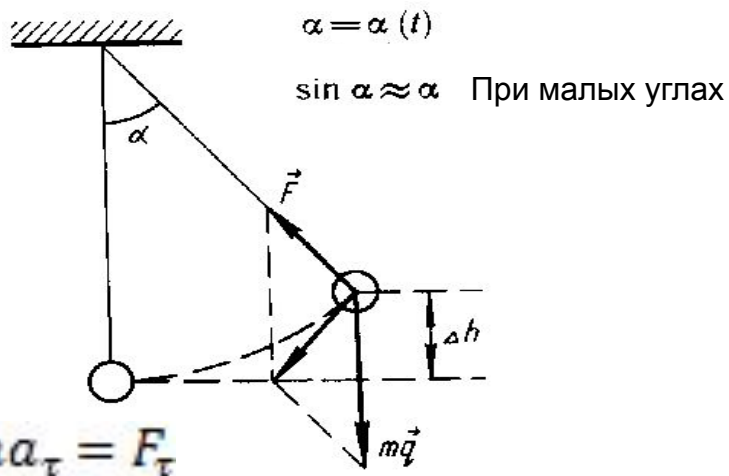
$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \quad - \text{собственная частота маятника}$$

$$a_x = -\omega_0^2 x \quad - \text{уравнение движения маятника}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА



▣ **Математический маятник** - подвешенный на тонкой невесомой нити груз, размерами которого можно пренебречь по сравнению с размерами нити.

$$ma_{\tau} = -mg \sin \alpha$$

$$a_{\tau} = -g \sin \alpha$$

$$a_{\tau} = -g\alpha \quad \alpha = \frac{s}{l}$$

$$a_{\tau} = -g \frac{s}{l} \quad s - \text{длина дуги, } l - \text{длина маятника}$$

$$\frac{g}{l} = \omega_0^2$$

$$a_{\tau} = -\omega_0^2 s \quad \square \text{ Уравнение движения математического маятника}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

- x_m или A - модуль максимального смещения точки от положения равновесия называется амплитудой;
- T – время одного полного колебания называется периодом;
 $T = t/n$, где n – число полных колебаний
- x – смещение точки от положения равновесия в данный момент времени.



- число колебаний в единицу времени называется **частотой**;

$\nu = 1/T$ – линейная частота колебаний

$$\nu = n/t \quad [\nu] = 1/c = 1 \text{ Гц (Герц)}$$

$\omega_0 = 2\pi/T$ – циклическая частота колебаний

$$[\omega_0] = \text{рад/с}$$

- φ – **фаза колебаний**, которая определяет состояние колебательной системы в любой момент времени;

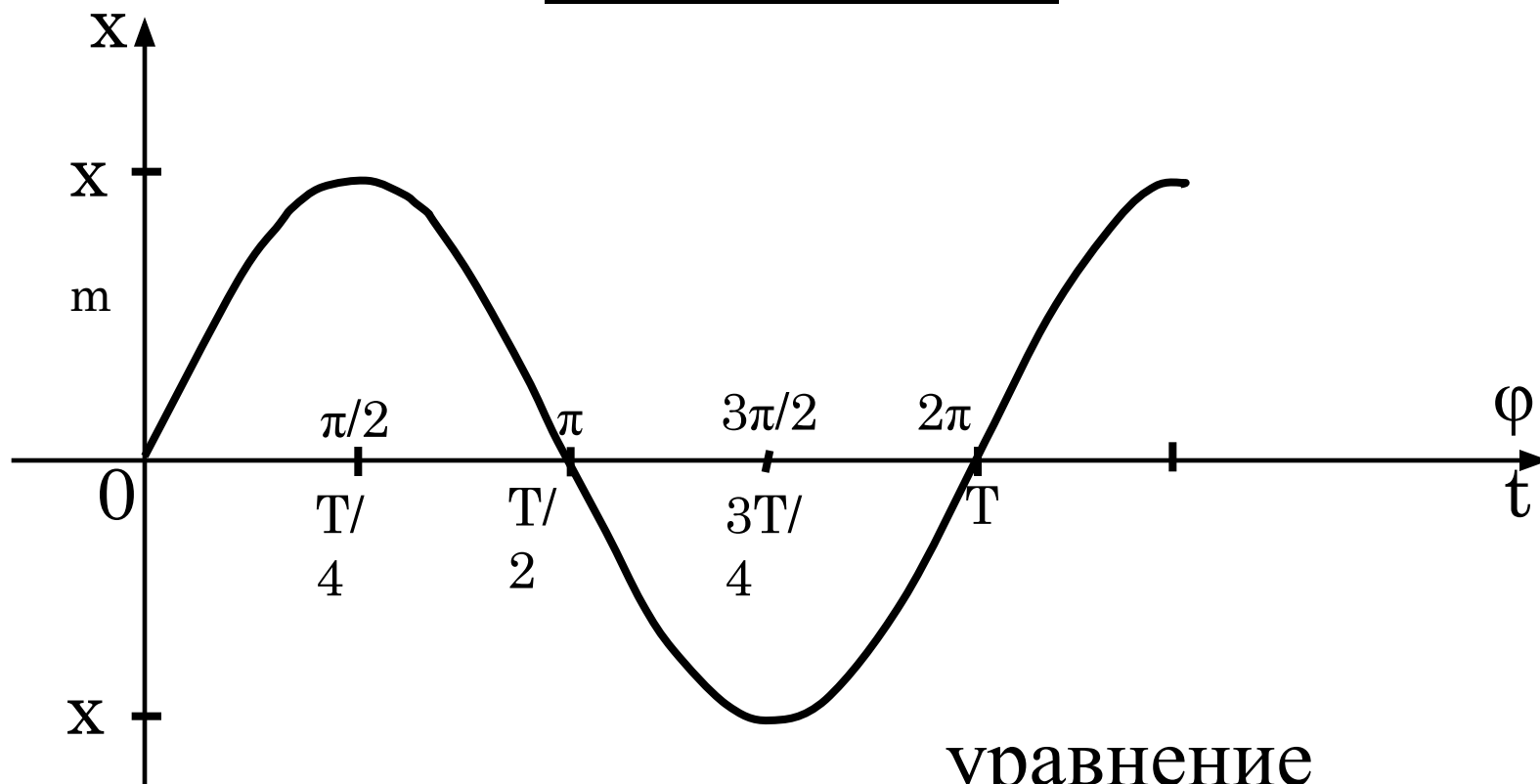
$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0 \quad [\varphi] = \text{рад}$$



Периодические изменения физической величины в зависимости от времени, происходящие по закону синуса или косинуса,

называются

ГАРМОНИЧЕСКИМИ КОЛЕБАНИЯМИ

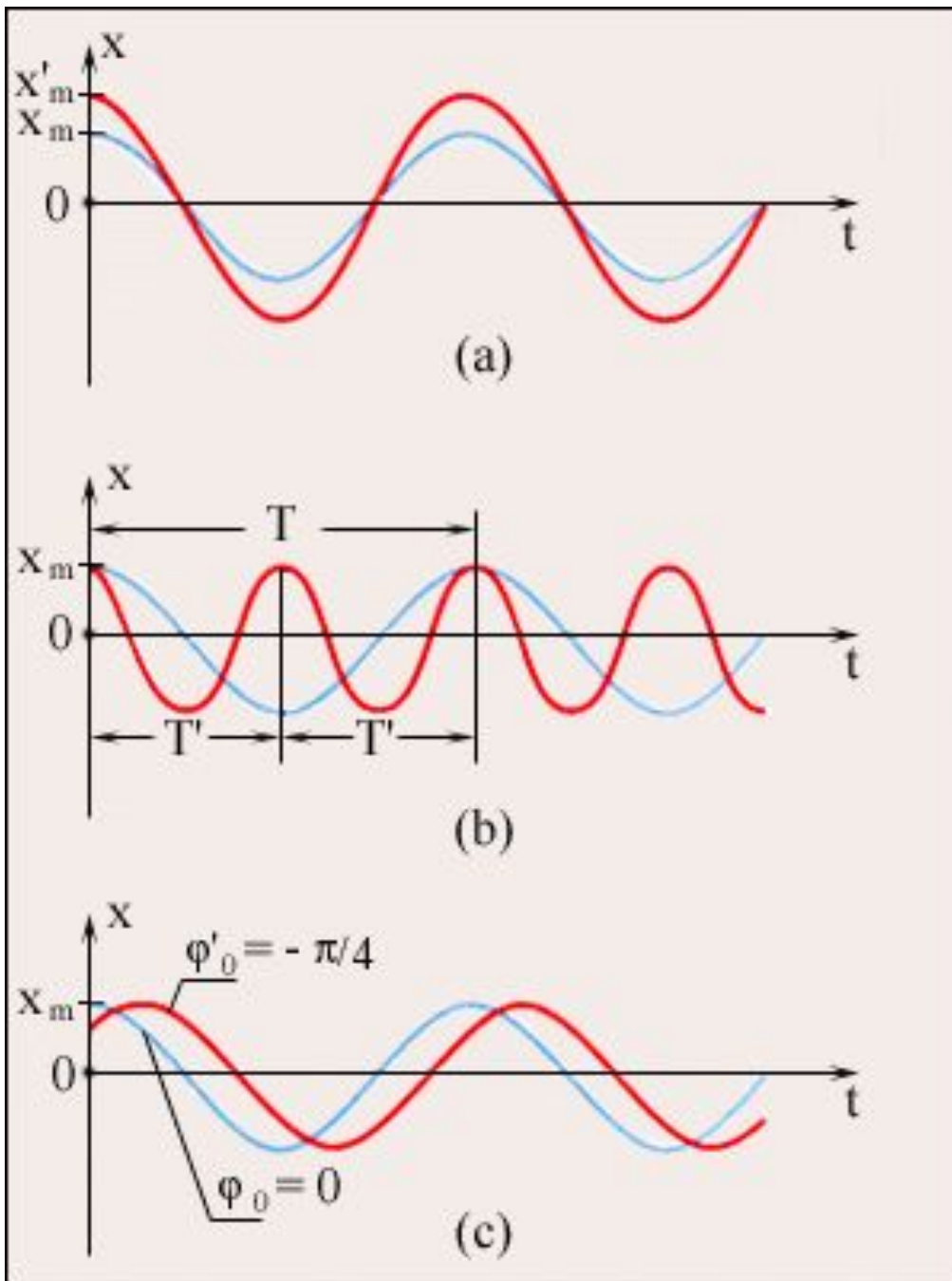


$$X = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

уравнение

гармонического
колебания



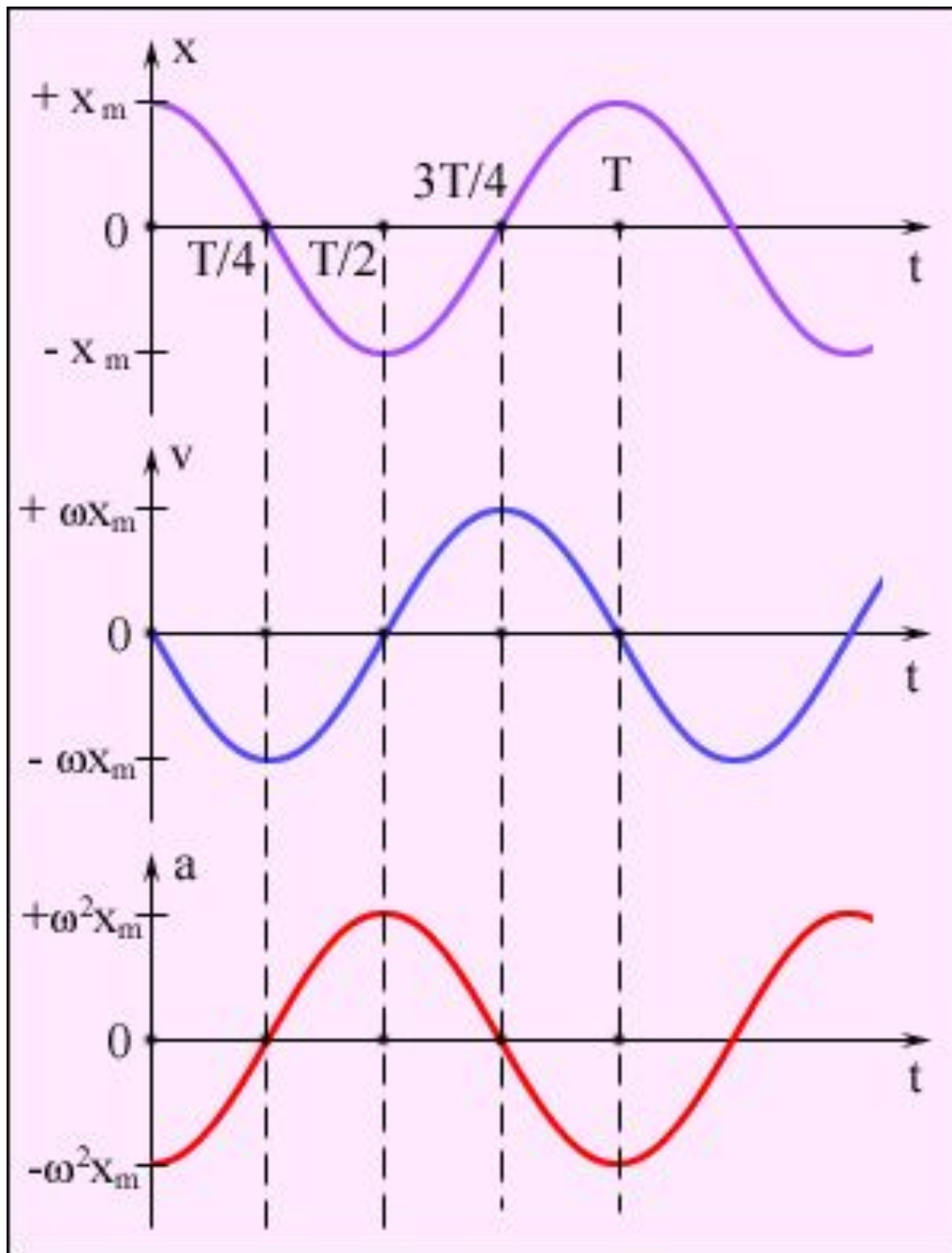


Во всех трех случаях для синих кривых $\varphi_0 = 0$:

а – красная кривая отличается от синей **ТОЛЬКО** большей амплитудой ($x'_m > x_m$);

б – красная кривая отличается от синей **ТОЛЬКО** значением периода ($T' = T / 2$);

с – красная кривая отличается от синей **ТОЛЬКО** значением начальной фазы ($\varphi_0' = -\pi/2$ рад).



Графики координаты $x(t)$, скорости $v(t)$ и ускорения $a(t)$ тела, совершающего гармонические колебания.

$$x = x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$v_x = x' = -\omega_0 x_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

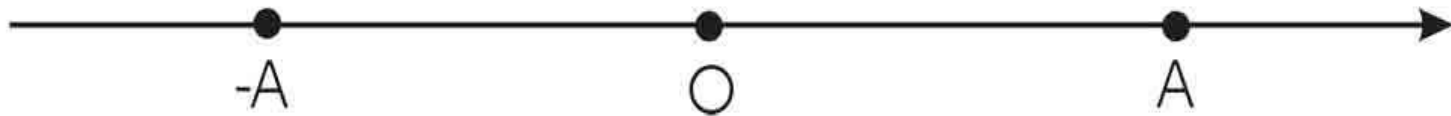
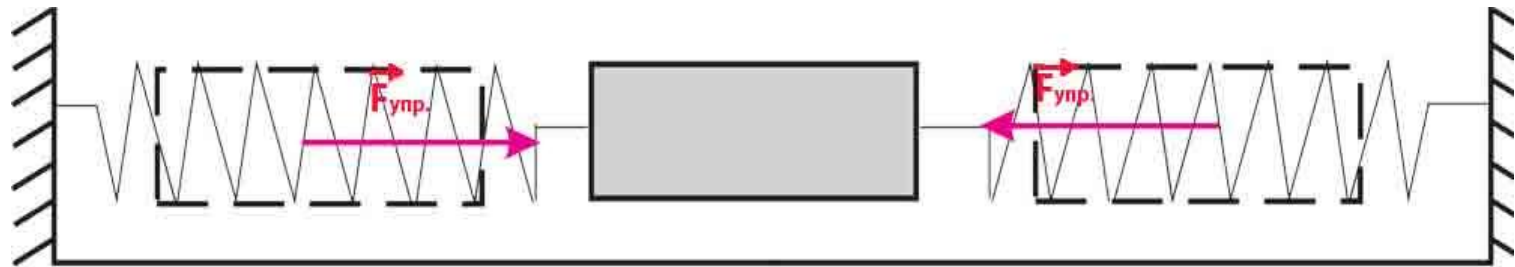
$$v_x = \omega_0 x_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a_x = v'_x = x'' = -\omega_0^2 x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$a_x = \omega_0^2 x_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \pi)$$



ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ ДЛЯ ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА



$F_{упр.} = \max$

$V = 0$

$E_{к.} = 0$

$x = -A$

$E_{п.} = \max$

$F_{упр.} = 0$

$V = \max$

$E_{к.} = \max$

$x = 0$

$E_{п.} = 0$

$F_{упр.} = \max$

$V = 0$

$E_{к.} = 0$

$x = A$

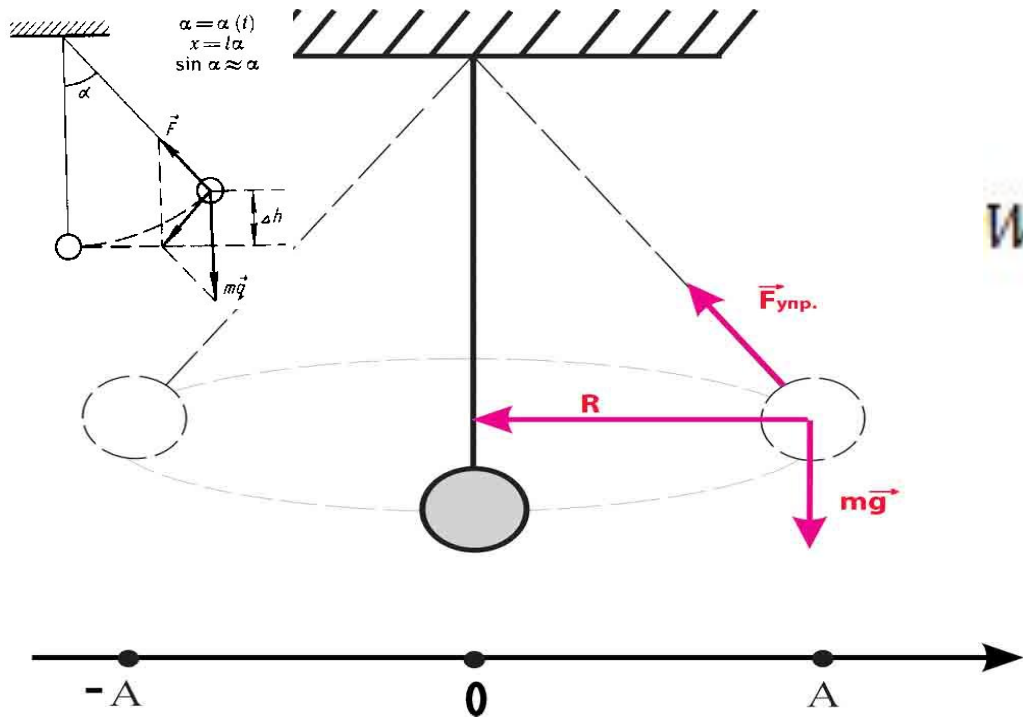
$E_{п.} = \max$

$$W = W_{п.} + W_{к.} = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

$$W = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{kx_m^2}{2}$$



ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИЯ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА



$$W = W_{\Pi} + W_{К} = \frac{mv^2}{2} + mgh$$

$$W = \frac{mv_m^2}{2} = mgh_{max}$$

Фупр.=max

V=0

Ек.=0

X=-A

Ер.=max

Фупр.=0

V=max

Ек.=max

X=0

Ер.=0

Фупр.=max

V=0

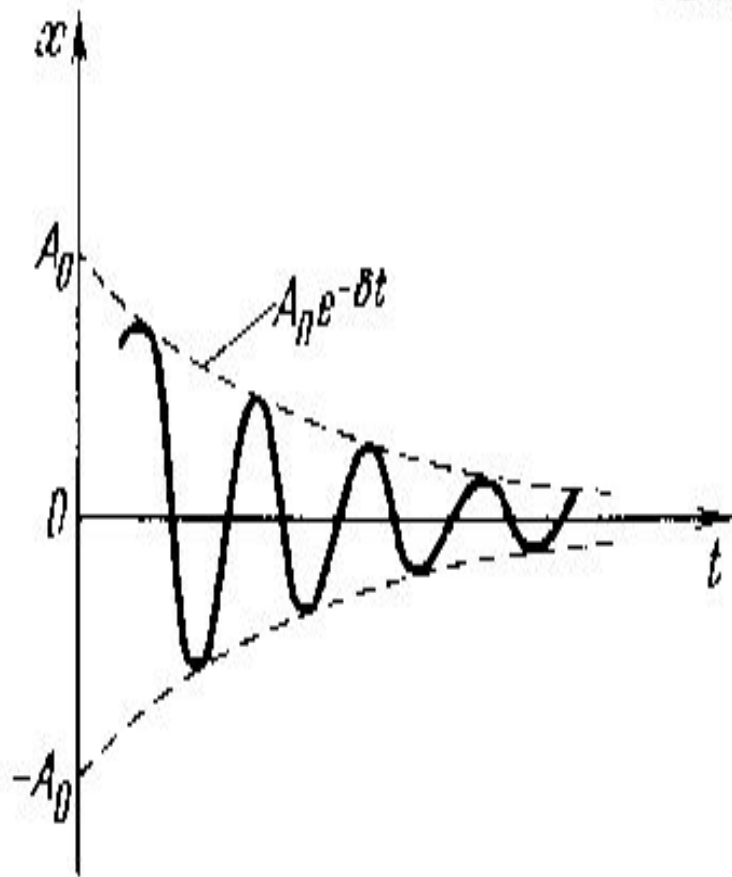
Ек.=0

X=A

Ер.=max



ЗАТУХАЮЩИЕ КОЛЕБАНИЯ.



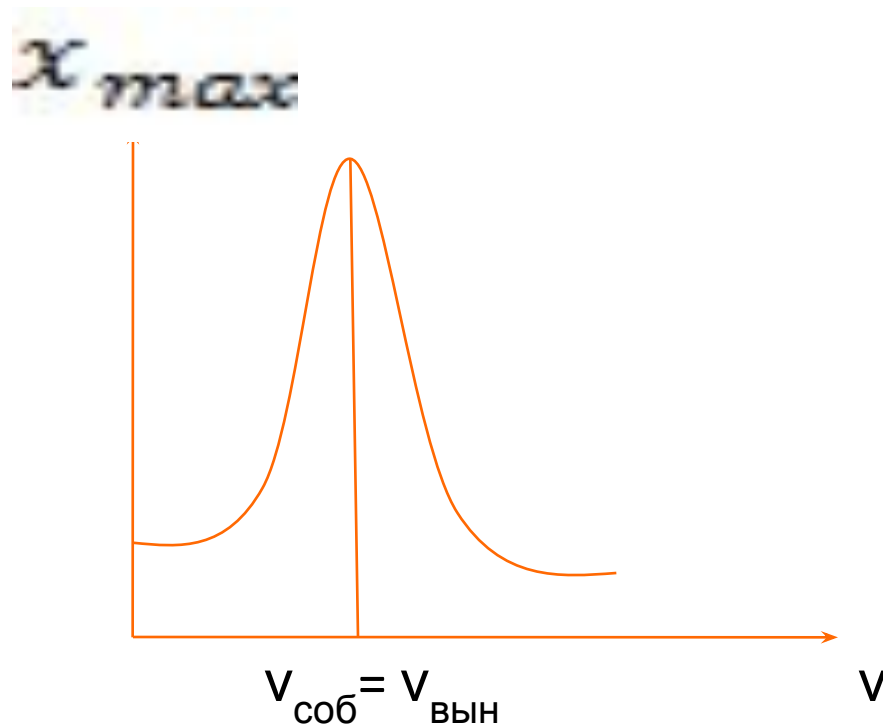
□ *Затухающими* называют колебания, энергия (а значит, и амплитуда) которых уменьшается с течением времени. Затухание свободных механических гармонических колебаний связано с убыванием механической энергии за счет действия сил сопротивления и трения.



| Тип колебаний | Каковы условия возникновения колебаний | Чем определяется период колебаний | Чем определяется амплитуда колебаний |
|-----------------|--|---|--|
| Свободные | Колебательная система (КС) при наличии первоначального запаса энергии | Собственными параметрами КС. $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}};$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};$ $T = 2\pi\sqrt{LC}$ | Начальными условиями |
| Вынужденные | Любая система при наличии внешнего, периодически изменяющегося воздействия | Частотой внешнего, периодически изменяющегося воздействия | Амплитудой внешнего воздействия, соотношением частот $\nu_{\text{внешн}} = \nu_{\text{собств}}$, диссипативными потерями энергии в КС |
| Автоколебания | Автоколебательная система (АКС) при наличии внешнего источника энергии | Собственными параметрами КС | Параметрами АКС (ее нелинейностью) |
| Параметрические | Колебательная система (КС) при периодически изменяющихся параметрах КС | Собственными параметрами КС | Соотношением частоты изменения параметров КС с ее собственной частотой |

Резонанс – это резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний.

Резонанс возникает только в том случае, когда частота собственных колебаний совпадает с частотой вынуждающей силы.



Использование резонанса– раскачивание качелей, машины для утрамбовки и для забивания свай, частотомер.

Вред, наносимый резонансом– дребезжание и быстрый износ корпусов машин и различных сооружений, разрушение мостов и перекрытий домов.

Для борьбы с резонансом– увеличивают силы трения или же добиваются, чтобы собственные частоты колебаний не совпадали с частотой внешней силы. На мостах поезда и автомобили движутся с ограничением скоростей.



Пример 1: Пружинный маятник совершил за 4 с 16 полных колебаний. Определите период, частоту и циклическую частоту колебаний этого маятника.

Дано:

$$t = 4\text{с}$$

$$\underline{N = 16}$$

$$T = ? \quad \nu = ? \quad \omega_0 = ?$$

Решение:

$$\text{Период: } T = t/n = 4\text{с}/16 = 0,25 \text{ с.}$$

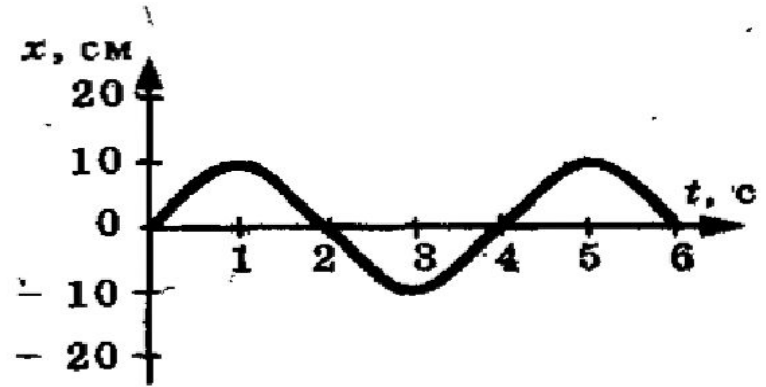
$$\text{Частота: } \nu = 1/T = 1/0,25\text{с} = 4 \text{ Гц.}$$

$$\text{Циклическая частота: } \omega_0 = 2\pi/T = 2\pi/0,25\text{с} = 8\pi \text{ рад/с.}$$



Пример 2:

Найти по рисунку период колебания, амплитуду, частоту, циклическую частоту начальную фазу и фазу колебания.



Период – это время полного колебания. $T = 4$ с.

Амплитуда – это модуль максимального отклонения от положения устойчивого равновесия.: $x_m = A = 10$ см = 0,1 м.

Начальная фаза колебаний : $\varphi_0 = 0$.

Частота: $\nu = 1/T = 1/4$ с=0,25 Гц.

Циклическая частота: $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi/4 = \pi/2$ рад/с.

• φ – фаза колебаний,

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0 = \pi t/2 \text{ рад} + 0 = \pi t/2 \text{ рад.}$$

В задачах такого типа $\pi=3,14$ записывается просто π ,

a t – переменная величина.



Ответьте письменно на вопросы

1. Будут ли колебания затухающими, если амплитуда колебаний не будет изменяться? Почему?
2. При каких условиях возникают и существуют колебания? Приведите пример.
3. Какая энергия будет максимальной у математического маятника (а) в крайне левом положении и (б) внизу и почему. Нарисуйте и поясните ответ.
3. Чем свободные колебания отличаются от вынужденных.
4. При каких фазах смещение по модулю равно половине амплитуды.

Решите задачи.

1. Определите период и частоту колебаний материальной точки, совершившей 50 полных колебаний за 20с.
 2. Дано условие колебательного движения: $x=0.4\sin 5\pi t$. Определите амплитуду, период колебаний, частоту, циклическую частоту, фазу, начальную фазу и смещение при $t=0.1$ с.
- 