Логарифм и ОДЗ

$$\mathrm{Log}_a\, b = X$$

$$a^x = b$$

b? a?

Логарифм и ОДЗ ВМЕСТЕ трудятся везде!

Тест№1

$\log_{1/2} 4 =$ -2

$\log_3 27 =$ 3

$\log_2 \frac{1}{4} =$ -2

$\log_5 \sqrt{5} =$ 1/2

$5^{2\log_5 3} =$ 9

$8^{\log_2 3} =$ 27

lg 0,1= -1

$\log_2(-8)$ не существует

$4^{2+\log_4 5} =$ 80

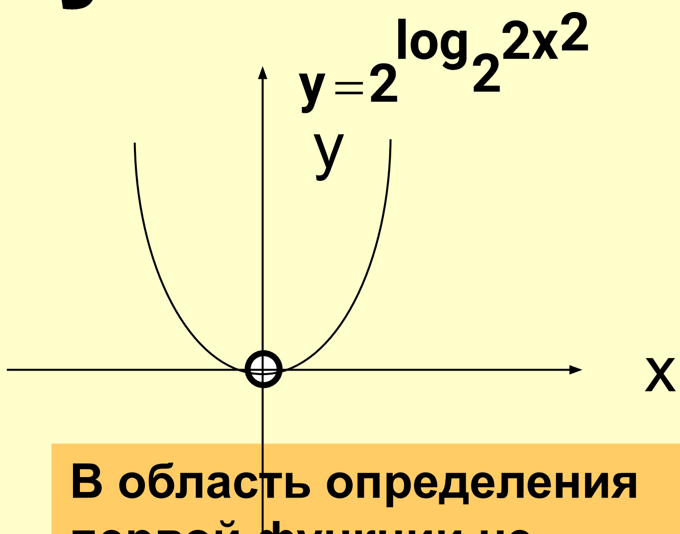
Продолжение теста №1

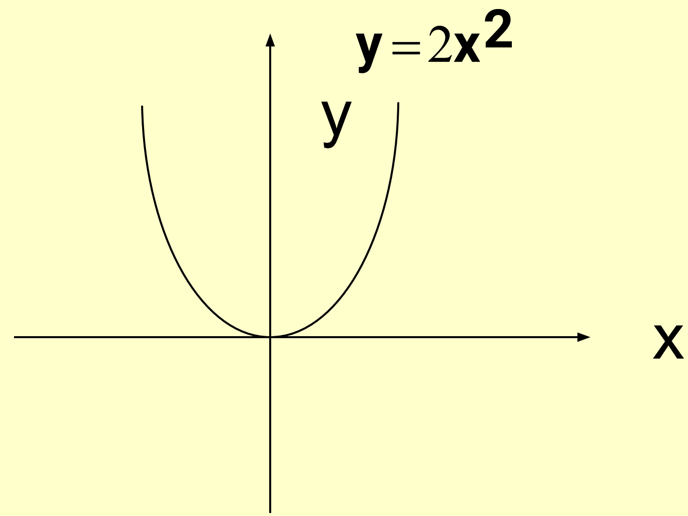
1) Сравните с 1: $\log_{2010}2009$ **меньше 1**

2) Сравните с 1: $\log_{2010}2011$ **больше 1**

3) Графики функций отличаются или совпадают?

$$y = 2^{\log_2 2x^2} \qquad y = 2x^2$$





В область определения первой функции не входит точка x=0, (точка «выколота»)

Ответ: отличаются

Методы решения

1) по определению логарифма;
2)функционально-графический метод;
3)метод потенцирования;
4)метод введения новой переменной;

Пути решения уравнений

1

- ***Решить уравнение, выбрав метод решения***
- ***Проверить найденные корни непосредственной подстановкой в исходное уравнение***

2

- ***Найти область допустимых значений (ОДЗ) переменной***
- ***Решить уравнение, выбрав метод решения***
- ***Выяснить, удовлетворяют ли корни решённого уравнения ОДЗ***

3

- ***Заменить уравнение равносильным уравнением или равносильной системой***

Метод решения с помощью определения ЛОГАРИФМА

Если a — число ($a > 0$ и $a \neq 1$), то $\boxed{\log_a f(x) = c \Leftrightarrow f(x) = a^c}$ *(используем определение логарифма)*	▶ $\log_3(x-1) = 2$. $x - 1 = 3^2$, $x = 10$. *Ответ:* 10. ◁

Метод решения с помощью определения ЛОГАРИФМА

$\log_4 x = 2$

$\log_x 4 = 2$

$\log_{0,5} x = 2$

$\log_5 x = -2$

$\log_x 5 = 1$

$\log_x(-4) = (-4)$

Метод потенцирования:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0 \end{cases} \Big\vert \text{ ОДЗ}$$ *(учитываем ОДЗ и приравниваем выражения, стоящие под знаками логарифмов)*	$\log_3(x^2 - 2) = \log_3(4x - 5)$. ► ОДЗ: $\begin{cases} x^2 - 2 > 0, \\ 4x - 5 > 0. \end{cases}$ На этой ОДЗ данное уравнение равносильно уравнениям: $x^2 - 2 = 4x - 5$, $x^2 - 4x + 3 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x = 1$ — посторонний корень (не удовлетворяет условиям ОДЗ); $x = 3$ — корень (удовлетворяет условиям ОДЗ). *Ответ:* 3. ◁

2. Решите уравнения методом потенцирования:

- а) $\log2\ (3x - 6) = \log2\ (2x - 3)$;
- б) $\log6\ (14 - 4x) = \log6\ (2x + 2)$;
- в) $\log0{,}5\ (7x - 9) = \log0{,}5\ (x - 3)$;
- г) $\log0{,}2\ (12x + 8) = \log0{,}2\ (11x + 7)$.

Метод введения вспомогательной переменной:

Если в уравнение (неравенство или тождество) переменная входит в одном и том же виде, то удобно соответствующее выражение с переменной обозначить одной буквой (новой переменной).	$\lg^2 x - 2\lg x - 3 = 0.$ ▶ *Замена:* $\lg x = t$, $t^2 - 2t - 3 = 0,$ $t_1 = -1,\ t_2 = 3.$ Следовательно, $\lg x = -1$ или $\lg x = 3$. Тогда $x = 10^{-1} = 0{,}1$ или $x = 10^3 = 1000$. *Ответ:* 0,1; 1000. ◁

$\lg^2 x^3 - 10\lg x + 1 = 0$

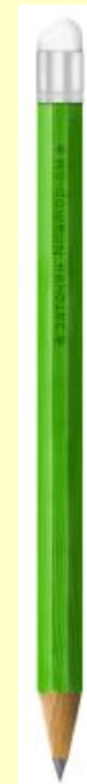
3.Решите уравнения методом введения вспомогательной переменной:

$$\lg^2 x^3 - 10\lg x + 1 = 0$$

$$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 = 0;$$

$$3\log_{05}^2 x + 5\log_{0,5} x - 2 = 0;$$

$$2\log_{0,3}^2 x - 7\log_{0,3} x - 4 = 0.$$



Рецензирование.

$$\lg 2x = \frac{1}{4} \lg (x - 15)^4$$

$$\lg 2x = \frac{1}{4} \cdot 4 \lg (x - 15)$$

$$\lg 2x = \lg (x - 15)$$

$$2x = x - 15$$

$$x = -15$$

Ответ: корней нет

Работа в группах. Решите уравнения.

$$\log_2(x-8)=4$$ X=24

$$\lg x^2 = 2$$ X=-10 и X=10

$\log_2 x + 4\log_4 x = 12$ X=16

$$\log_2 \log_3 \log_4 x = 0$$ x=64

$x^{\lg x} = 100x;$

Тест №3. Укажите метод решения

$$\log_7(4-3x)=\log_7(6+5x)$$

$$\log_3^2(x+1)-\log_3(x+1)^4=2$$

$$\log_3 x+\log_9 x+\log_{27} x=5{,}5$$

$$\log_9 x+\log_x 9=0{,}5$$

$$x^{1+\lg x}=100$$

Продолжение теста №3.
Найдите лишнее уравнение и назовите метод решения

1) $x^{\log_3 x-4}=\frac{1}{27}$ **Логарифмирование**

2) $5^{1-3x}=7$ **Логарифмирование**

3) $\log_2 x=1+\log_2 5$ **Лишнее**

---

1) $\log_2^2 x+\log_2 x=2$ **Квадратное относительно логарифма. Замена**

2) $\log_{x-3}(x^2-4x)=4$ **Лишнее**

3) $\lg^2 x-\lg x+1=0$ **Квадратное относительно логарифма. Замена**

Логарифмы в ЕГЭ (часть 2)

$$\log_{10} x + \log_{\sqrt{10}} x + \log_{\sqrt[3]{10}} x + \ldots + \log_{\sqrt[10]{10}} x = 5{,}5$$

$\log_{10}x + 2\log_{10}x + 3\log_{10}x + \ldots + 10\log_{10}x = 5{,}5$

$(1 + 2 + 3 + \ldots + 10)\log_{10}x = 5{,}5$

$\sum = 55$

$55 \lg x = 5{,}5$

$\lg x = 0{,}1$

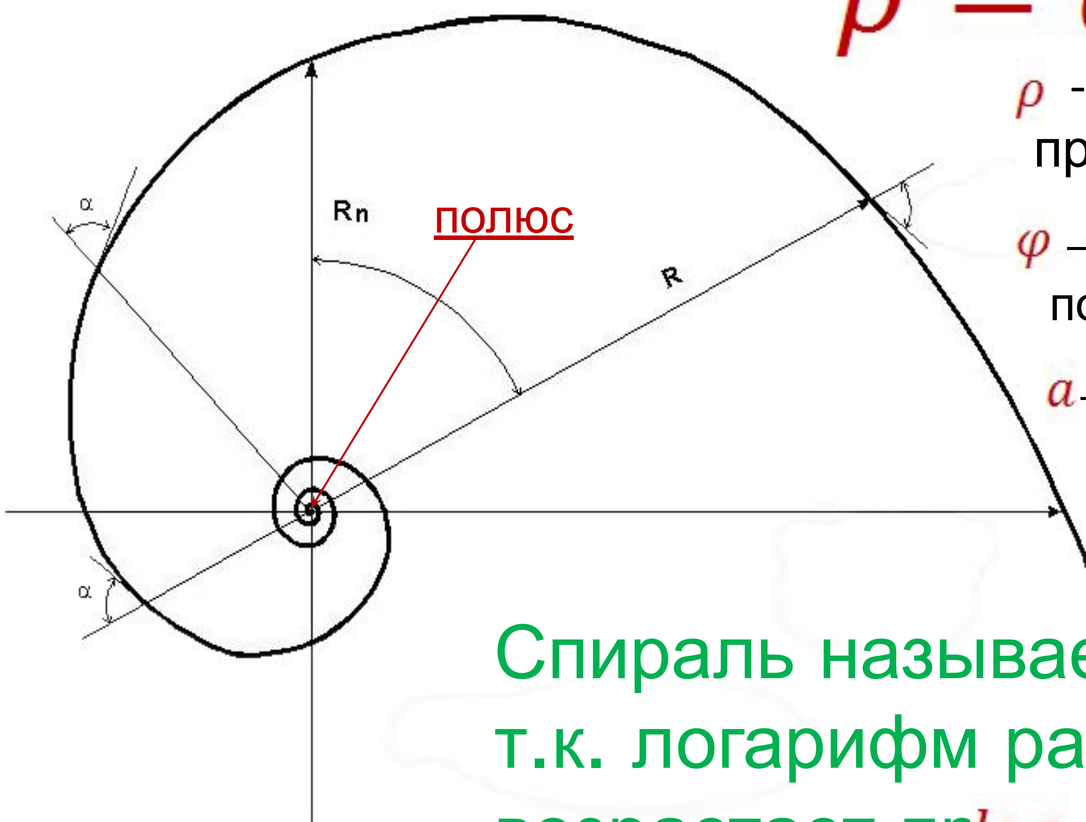
$x = 10^{0{,}1}$

Ответ: $10^{0{,}1}$

Логарифмическая спираль

Подготовила Крутякова Кристина

Уравнение логарифмической спирали



$$\rho = a^{\varphi}, \text{где } a > 0$$

ρ - расстояние от полюса до произвольной точки на спирали

φ – угол поворота относительно полюса

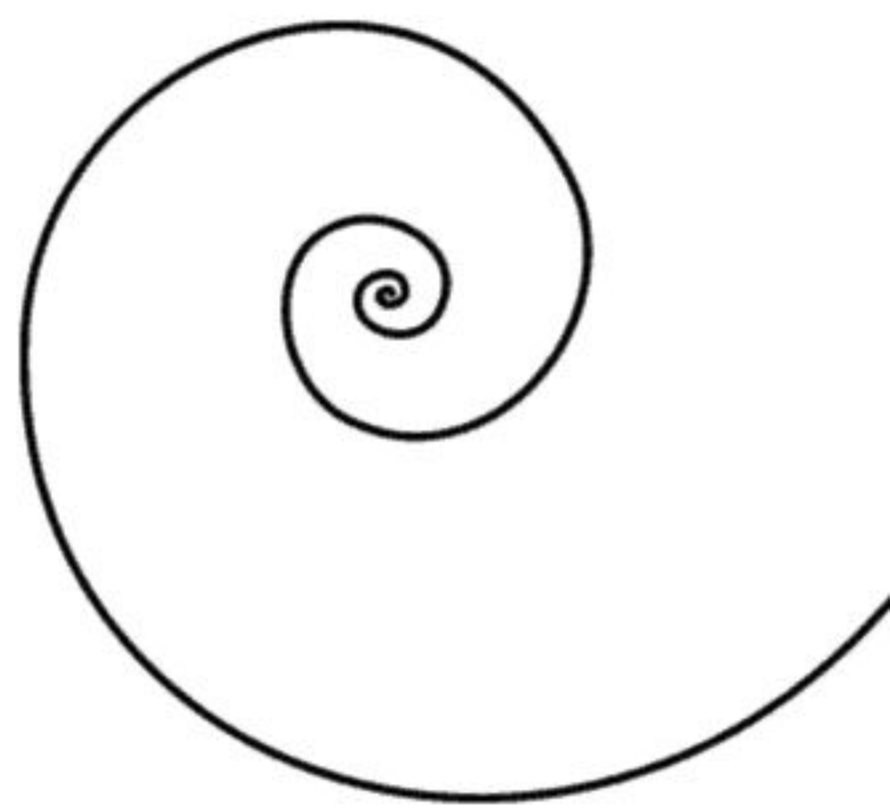
a – постоянная

или $$\varphi = \log_a \rho$$

Спираль называется логарифмической, т.к. логарифм расстояния ($\log_a \rho$) возрастает пропорционально углу поворота φ

Свойство:

Если вращать спираль вокруг полюса по часовой стрелке, то можно наблюдать кажущееся *растяжение* спирали.



Свойство:

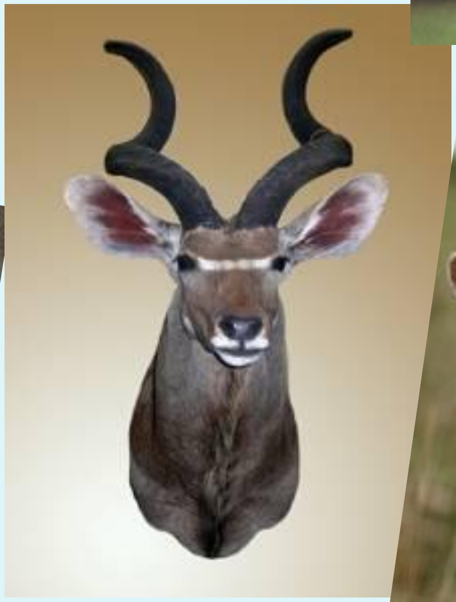
Если вращать спираль вокруг полюса против часовой стрелки, то можно наблюдать кажущееся *сжатие* спирали.

Логарифмы в природе

Спирали широко проявляют себя в живой природе. **Спирально** закручиваются усики растений, по **спирали** происходит рост тканей в стволах деревьев.

В подсолнухе семечки расположены по дугам, близким к **логарифмической спирали**

Рога животных растут лишь с одного конца. Этот рост осуществляется по **логарифмической спирали**. Например, рога баранов, коз, антилоп и других рогатых животных.



Раковины морских животных могут расти лишь в одном направлении. Чтобы не слишком вытягиваться в длину, им приходится скручиваться, причем каждый следующий виток подобен предыдущему. Поэтому раковины многих моллюсков, улиток, закручены по логарифмической спирали.

По логарифмической спирали формируется тело циклона

Черный ящик №1

- Потребность в сложных расчетах XVI века быстро росла. В конце века нескольким математикам, почти одновременно, пришла в голову идея: заменить трудоемкое умножение на простое сложение, а деление автоматически заменяется на более простое и надежное вычитание.

ьтат

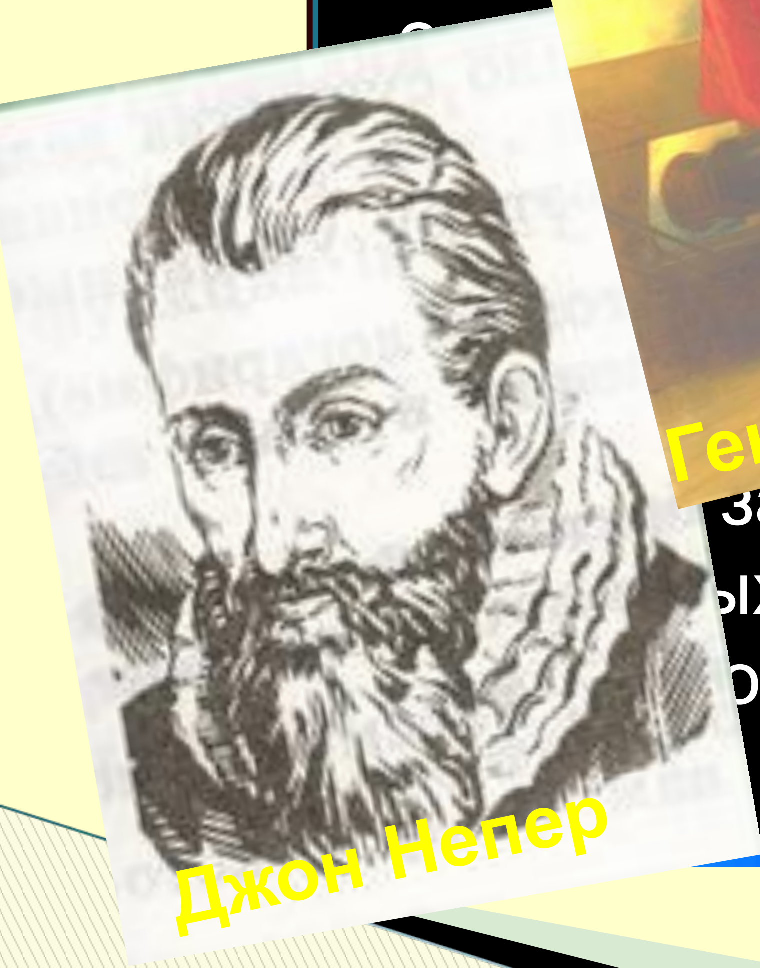
их

ов в

заведениях и

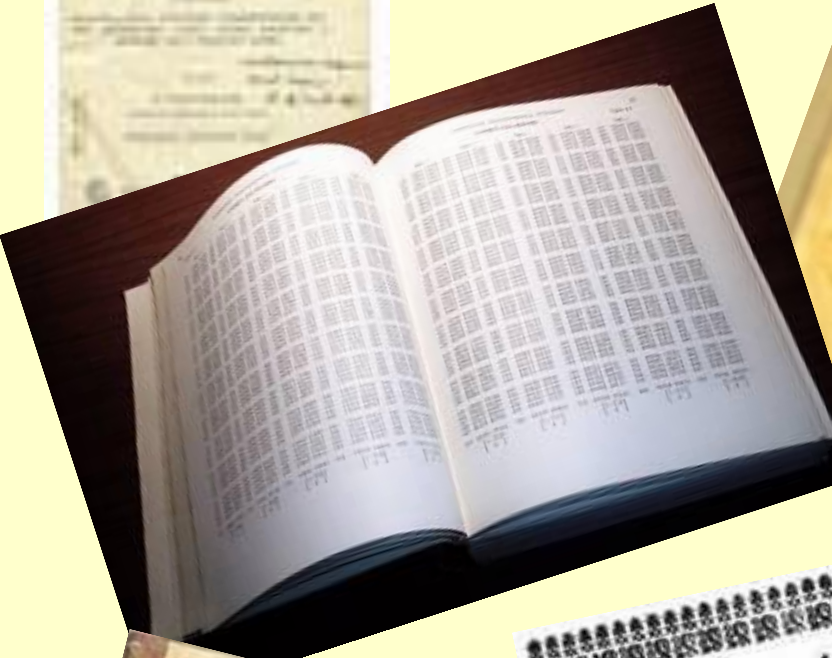
ых расчетах до

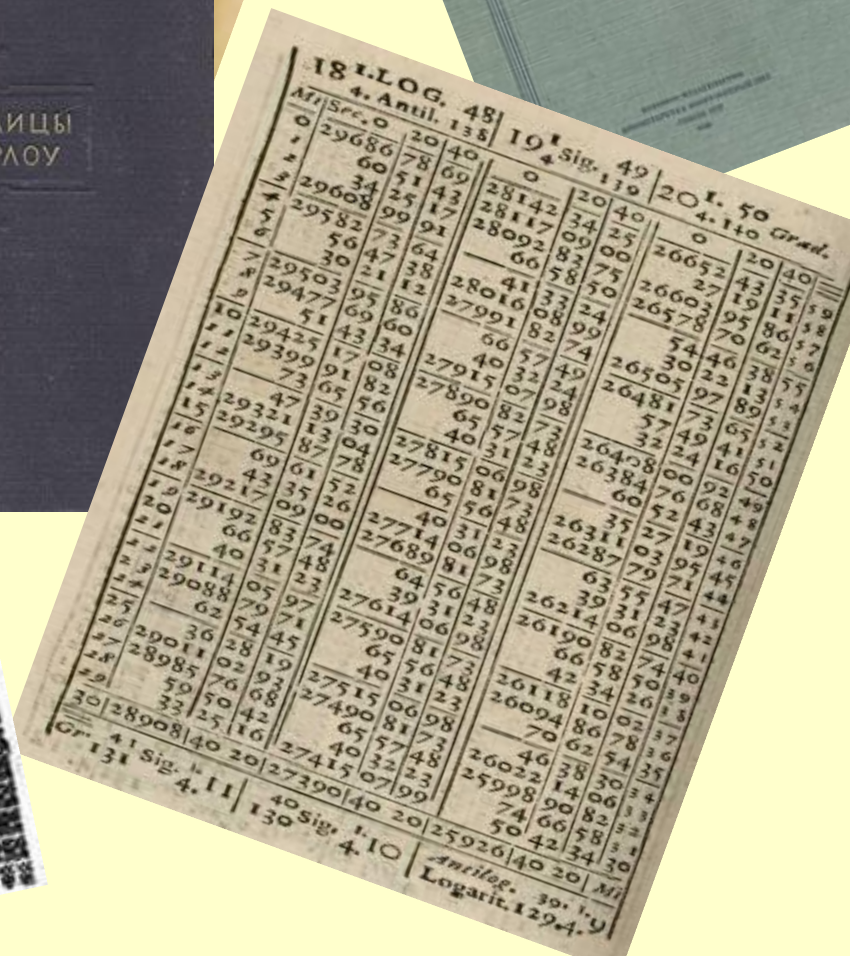
ошлого века.



В. Брадис

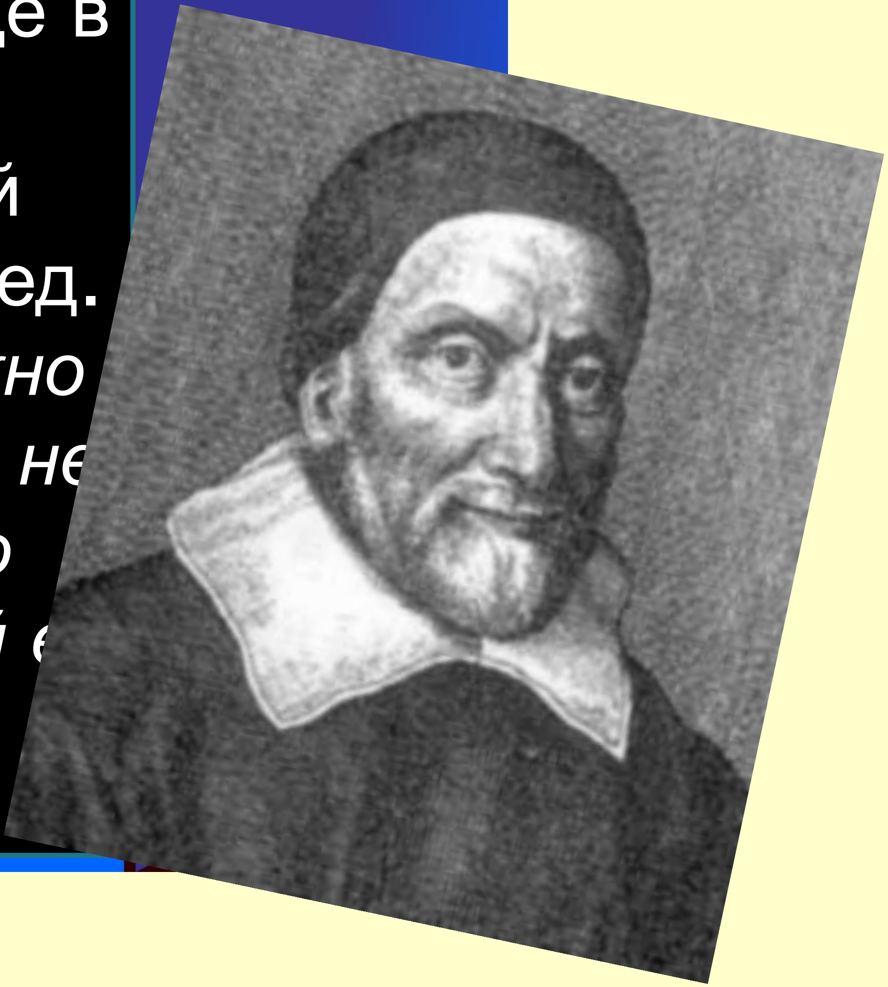
Музей таблиц логарифмов





Черный ящик № 2

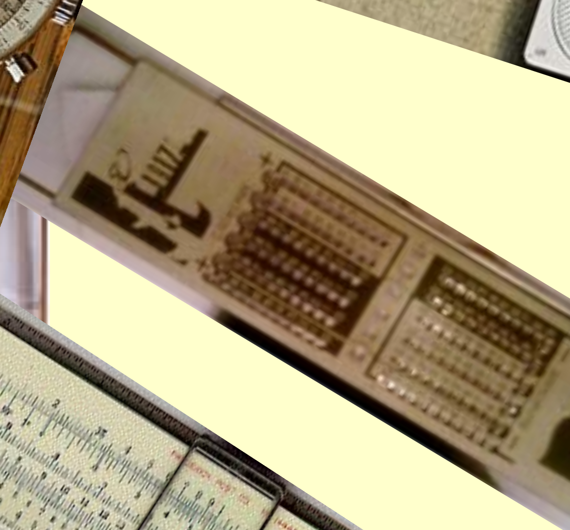
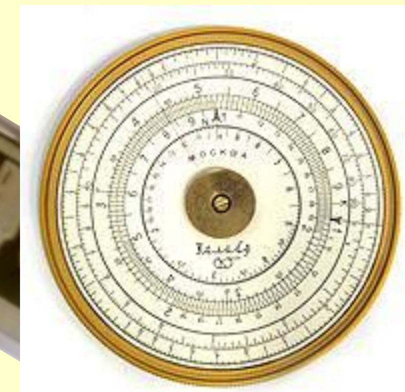
Здесь лежит, то что еще в 20 годах 17 века придумал английский математик Уильям Отред. *«Считать на ней можно быстро, места почти не занимает, её можно всюду носить с собой в кармане.»*



Музей логарифмических линеек






Домашнее задание

Выполнить индивидуальный мини-проект «Уравнение с изнанки»

Рефлексия (итог урока)

- Какую цель ставили перед собой на уроке?
- Смогли ли её достичь?
- Оцените свою деятельность на уроке.
- Какой вид деятельности вам больше понравился?

Спасибо за работу на уроке!

Использованная литература

- Виленкин Н. Я. Функции в природе и технике – М.: Просвещение, 1978.
- Кочагин В. В., Кочагина М. Н. ЕГЭ Математика, 2007 – М.: «Эксмо», 2007.
- Лиман М. М. Школьникам о математике и математиках. 4 - 8 кл. – М.: Просвещение, 1981.
- Мерзляк А. Г. и др. Алгебраический тренажер – М.: «Илекса», 2005.
- Перельман Я. И. Занимательная алгебра – М.: Госиздат технико-теоретической литературы, 1955.
- Рурукин А. Н. Интенсив. Математика – М.: «ВАКО», 2006.