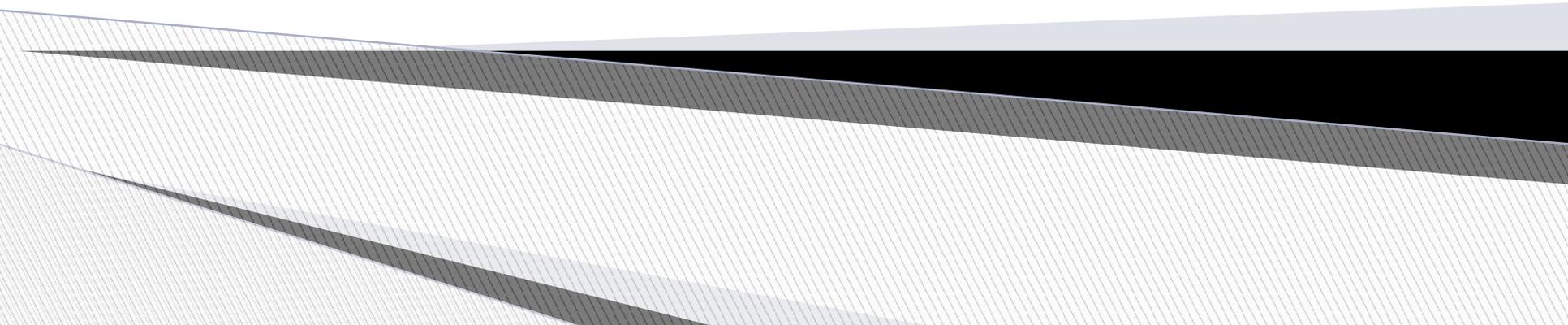
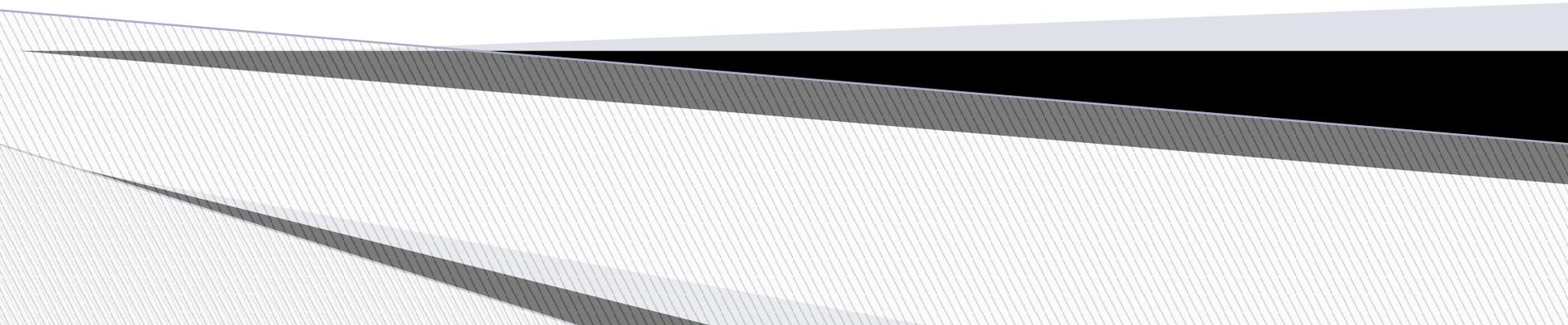


*ФГАОУ ВПО «Северо-Восточный федеральный университет им. М.К.  
Аммосова»  
Инженерно-технический институт  
Кафедра прикладной механики*

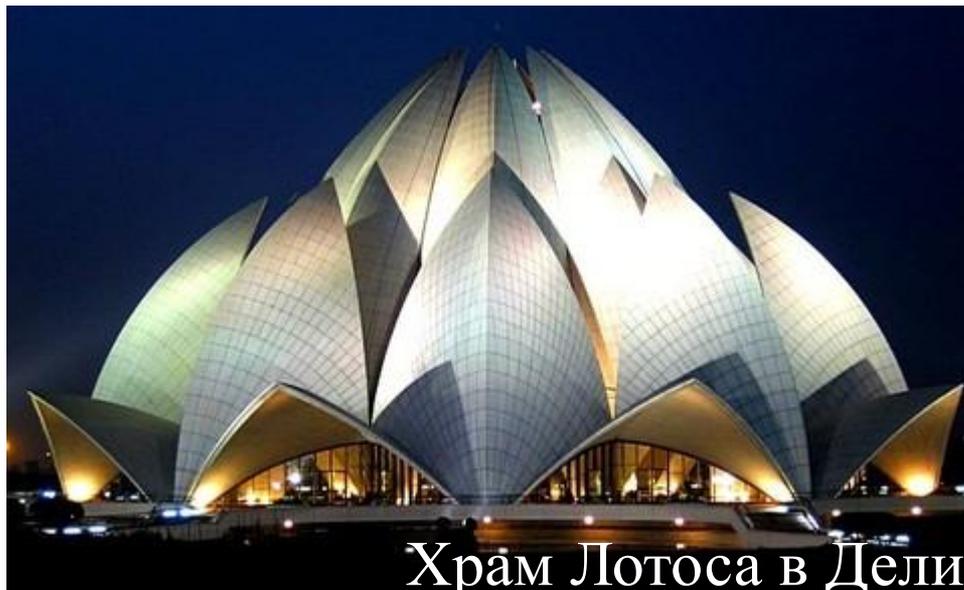
**Лекции**  
**по дисциплине «Техническая механика»**  
**Специальность-Электроэнергетика и**  
**электротехника**  
**Специализация-Электроснабжение**



# **Введение, ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ**



Рост качества материалов, строительных конструкций, деталей машин и механизмов, изменение эстетических видов сооружений ведет к повышению требований к надежности и долговечности, а также к экономичности материалов. Создание современных гражданских и промышленных сооружений, машин и механизмов невозможно без знания теоретических расчетов их деталей и конструкций. Таким образом, при решении задач создания высокотехнологических конструкций в строительстве и в машиностроении основная роль остается за механикой деформируемых тел, частью которой является «Техническая механика», как науки о методах расчета, экономичных в изготовлении и надежных в работе и эксплуатации сооружений, машин и механизмов.



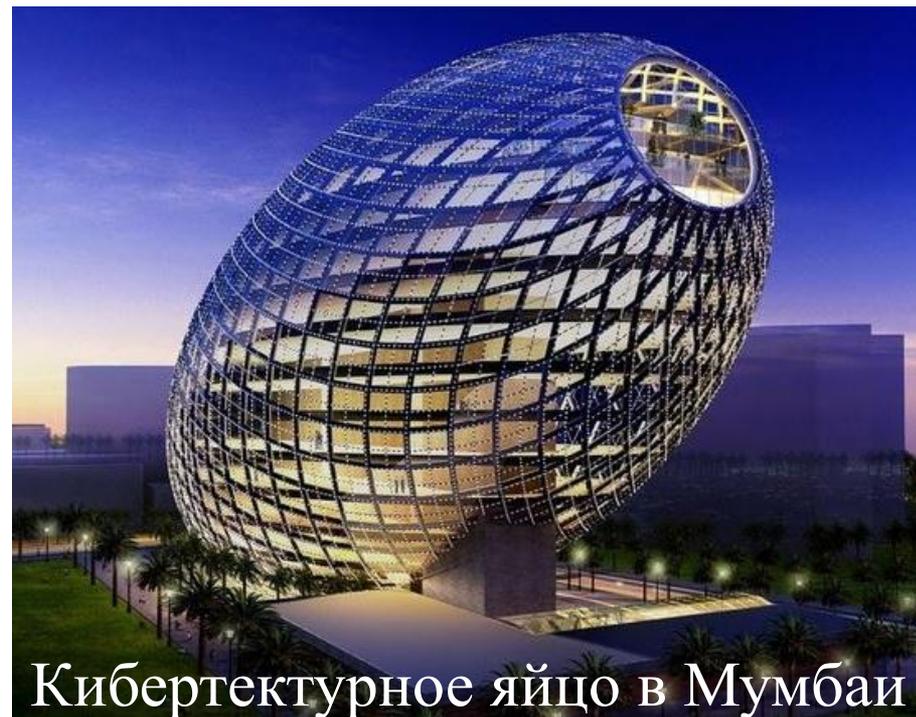
Храм Лотоса в Дели



Швейцария железнодорожный мост  $h=65\text{м}$  и  $l=136\text{м}$



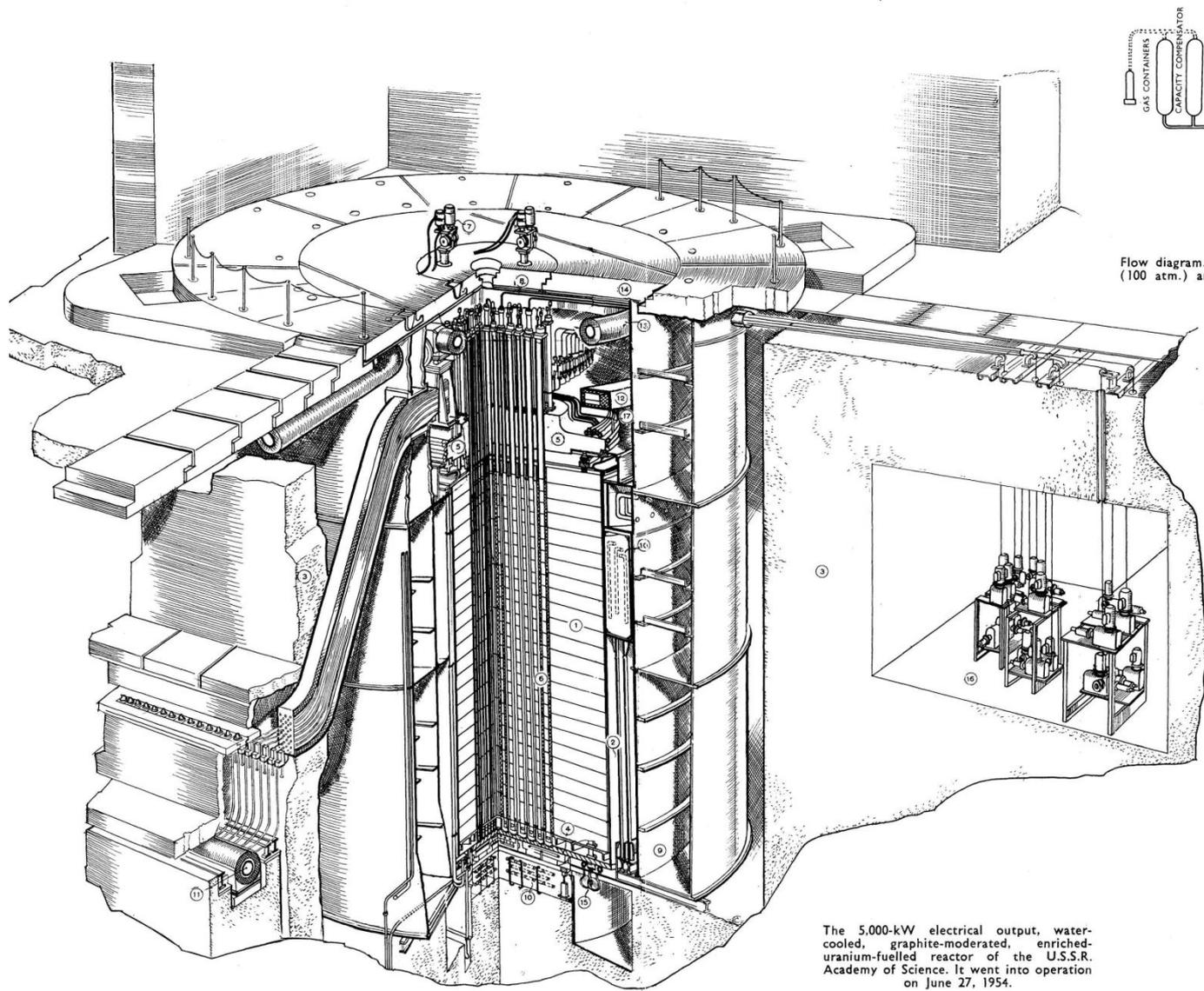
"Ворота Европы" в Мадриде  
 $h=115\text{м}$  и  $\alpha=15\text{град}$



Кибертектурное яйцо в Мумбаи

**РЕАКТОР ПЕРВОЙ АТОМНОЙ ЭЛЕКТРОСТАНЦИИ**  
 мощностью 5000<sub>квт</sub>, действующей в СССР с 27 июня 1954 года.

*Drawings supplied by the Ministry of Electrical Power  
 Stations of the U.S.S.R., Technical Administration, at the  
 request of the Minister, Mr. G. M. Malenkov.*



Flow diagram.  
 (100 atm.) ant

The 5,000-kW electrical output, water-cooled, graphite-moderated, enriched-uranium-fuelled reactor of the U.S.S.R. Academy of Science. It went into operation on June 27, 1954.



Таким образом, техническая механика является началом науки механики деформируемых тел, опирающейся на результаты опыта и наблюдений и использующей математические аппараты при анализе этих результатов.

*Техническая механика – это начало изучения науки о прочности, жесткости и устойчивости элементов конструкций, сооружений, деталей машин и механизмов.*

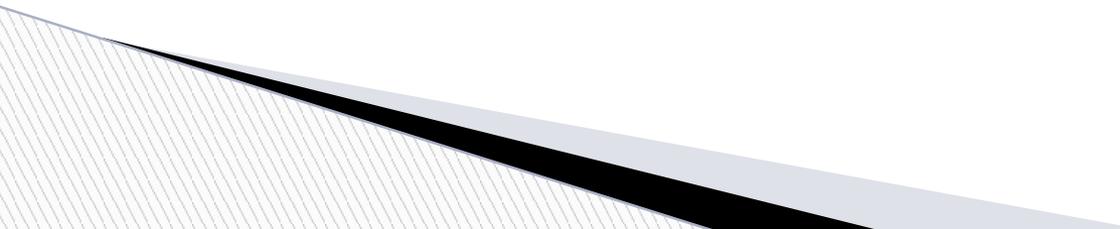
Техническая механика относится к фундаментальным дисциплинам общетехнической подготовки специалистов с высшим техническим образованием.

При проектировании строительных конструкций, машин и механизмов инженер должен обеспечить необходимые геометрические параметры элементов, характеризующие их **прочность, жесткость и устойчивость.**

Под **прочностью** понимают способность материала элемента конструкции **сопротивляться разрушению.**

**Жесткость** конструкции характеризует ее способность **сопротивляться деформированию.**

**Устойчивость** конструкции – способность **сохранять первоначальную форму равновесия.**



Действительное строение твердых тел, физико-механические свойства материалов и поведение в работе реального сооружения настолько сложны и многообразны и при изучении их в курсе технической механики невозможно учесть все разнообразие. Поэтому необходимо ввести различные исходные предпосылки, использующие кинематические и статические гипотезы, в достаточной степени, оправдываемые на практике. При изучении сложных процессов деформирования конструкций перед инженером возникает задача выявления главного в сложном физическом явлении, абстрагируясь от менее существенного. Это приводит к рассмотрению различных моделей, так называемых **расчетных схем, учитывающих только те особенности реального объекта, которые в каждом конкретном случае являются определяющими.**

Объектами исследования механики деформируемых тел являются детали машин и механизмов, элементы конструкций сооружений, которые состоят из:

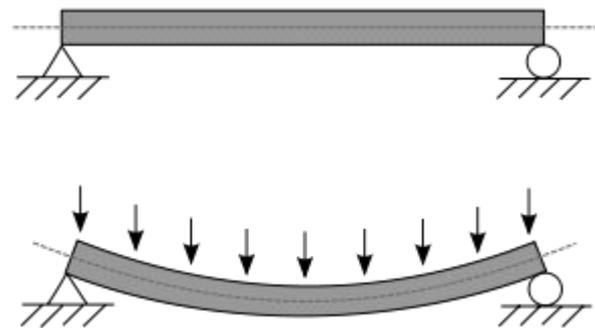
*1. Брус (стержень, балка)* – тело, длина которого существенно превышает линейные размеры поперечного сечения.



*Ось бруса* – геометрическое место точек, являющихся центрами тяжести поперечных сечений стержня.

*Поперечное сечение бруса* – сечение, перпендикулярное к его оси.

*Балка* - это одна из несущих конструкций, работающая преимущественно на изгиб, имеет разные формы.



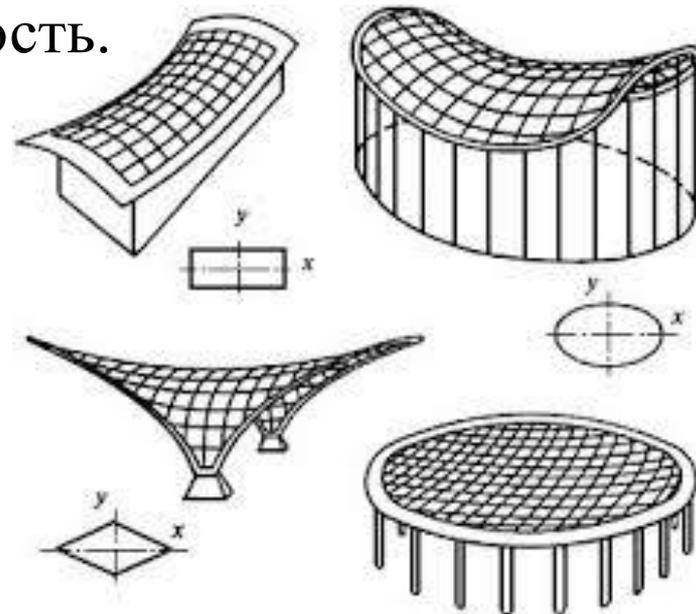
**2. Пластина** – тело, у которого толщина существенно меньше двух других размеров.

**Срединная поверхность** пластины – поверхность, равностоящая от крайних образующих поверхностей.

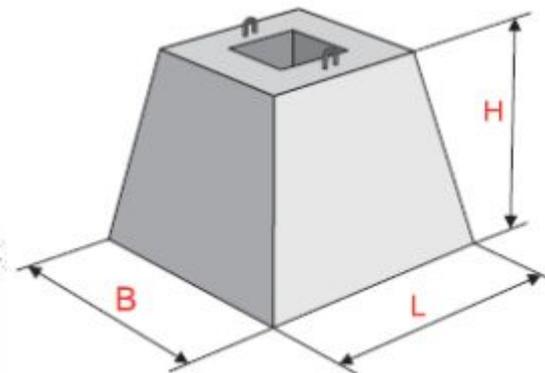
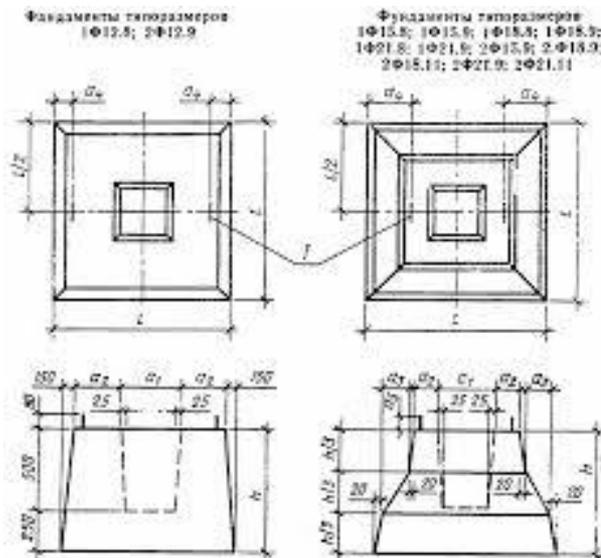
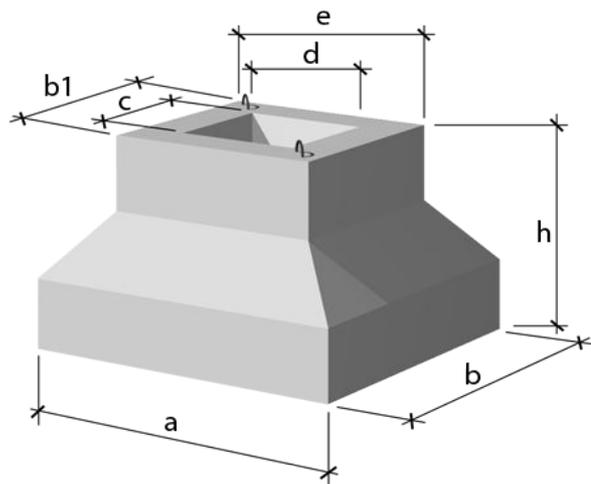
**Плита** – пластина, у которой срединная поверхность представляет собой плоскость.



**Оболочка** – пластина, у которой срединная поверхность представляет криволинейную поверхность.



**Массивное тело** – элемент, у которого все размеры являются величинами одного порядка.



В технической механике все **расчеты и исследования реального объекта** следует начинать с выбора **расчетной схемы**. Выбор расчетной схемы элемента конструкции в технической механике начинается со схематизации их механических характеристик и свойств материалов.

Невозможность учета всех особенностей строения реальных тел приводит к различным гипотезам, таким как, идеальная упругость материалов, линейная зависимость между напряжениями и деформациями в элементах конструкций, допущения об идеальной однородности, сплошности и изотропности, и т.д. Необходимо постоянно помнить о пределах применимости тех или иных гипотез. **Указанные допущения, справедливость которых проверена огромным количеством опытных наблюдений, дают возможность весьма просто оценивать поведение некоторых классов материалов элементов конструкций в определенных условиях.** Прежде всего это металлы и их сплавы, имеющие наибольшее распространение в инженерных конструкциях.

*Гипотеза* – это научное предположение, допущение, истинное значение которого неопределенно.

Все материалы рассматриваются как однородная сплошная среда, непрерывно заполненная веществами, имеющими одинаковые физико-механические характеристики по всем направлениям независимо от особенностей их микроструктуры.

Однородная сплошная среда элемента конструкции при выборе расчетной схемы наделяется свойствами, отвечающими основным свойствам реального материала.

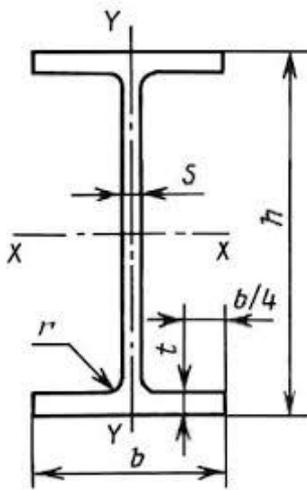
Для получения более простой математической модели процесса работы элементов конструкций под действием внешних нагрузок в механике деформируемого твердого тела вводят различные гипотезы и допущения, касающиеся характера деформирования элемента и физико-механических характеристик (свойств) его материала:

## *1 Гипотезы по свойствам материала:*

- *гипотеза однородности*. Материал элемента однороден, т.е. тело элемента полностью состоит из материала с одними и теми же физико-механическими характеристиками ;
- *гипотеза сплошности*. Материал элемента абсолютно сплошной, т.е. весь объем тела элемента полностью заполнен материалом без каких-либо пустот, трещин и ослаблений;
- *гипотеза изотропности*. Материал элемента изотропен, т.е. материал имеет по всем направлениям одинаковые физико-механические характеристики;
- *гипотеза идеальной упругости*. Материал элемента до определенного предела нагружения элемента обладает идеальной упругостью т.е. деформации элемента, вызванные внешними нагрузками, полностью исчезают и элемент восстанавливает первоначальную форму и размеры;

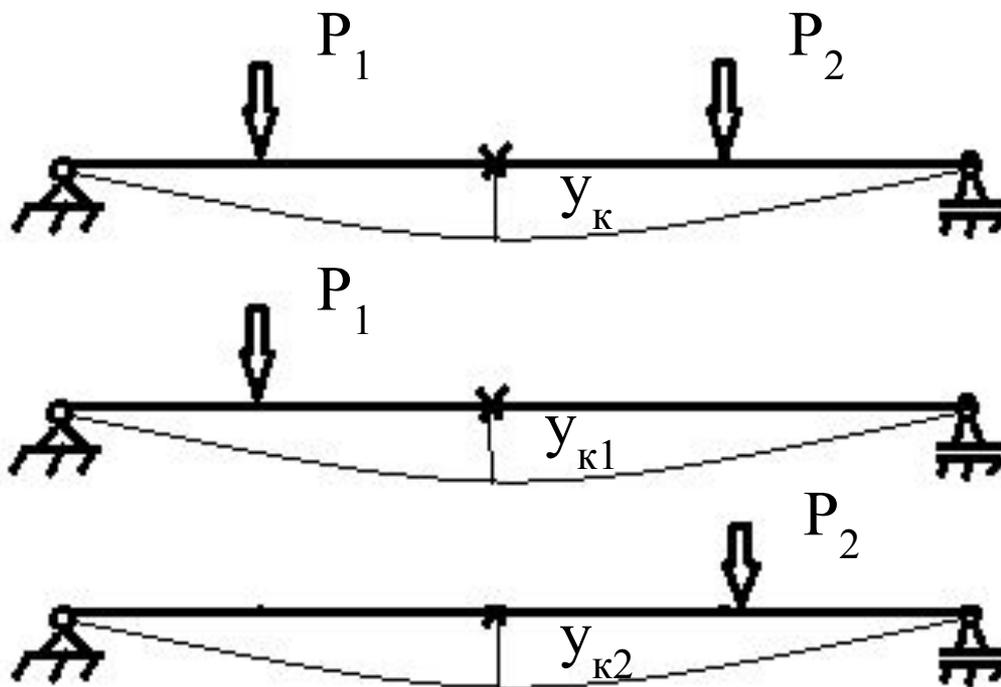
## 2 Гипотезы по характеру деформаций:

- **гипотеза малых деформаций.** Перемещения точек или отдельных элементов конструкций, вызванные общей деформацией сооружения, *весьма малы* по сравнению с ее размерами;
- **закон Гука.** Деформации элементов конструкции *прямо пропорциональны* действующим силам;
- **гипотеза Бернулли.** Поперечные сечения элементов *плоские* до деформирования остаются плоскими и после деформации;

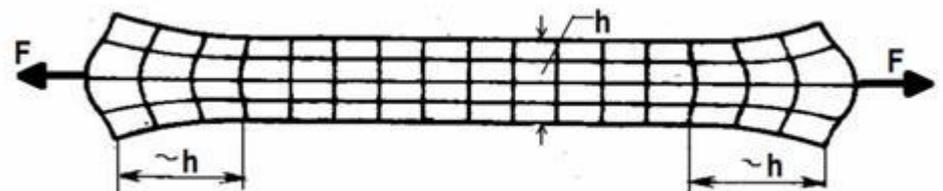
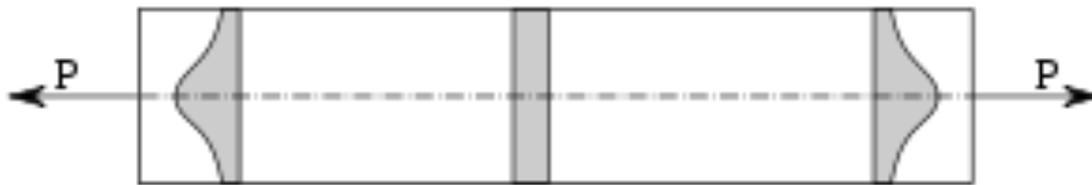


**3 Принцип независимости действия сил** – совокупный результат действия системы (группы) сил равен сумме результатов действия каждой силы этой системы в отдельности (данная гипотеза справедлива в пределах малых (упругих) деформаций);

$$y_{\text{к}} = y_{\text{к1}} + y_{\text{к2}}$$



**4 Принцип Сен-Венана** (принцип локальности эффекта самоуравновешенных внешних нагрузок). Если в какой-либо части тела приложена уравновешенная система сил, то она вызывает в теле **местные напряжения и деформации, очень быстро убывающие по мере удаления от этой части.** В точках, достаточно удаленных от мест приложения внешних нагрузок, напряжения и деформации весьма мало зависят от способа приложения этих нагрузок и подчиняются общим законам распространения деформаций и внутренних сил по рассматриваемому элементу.



## Внешние силы - нагрузки

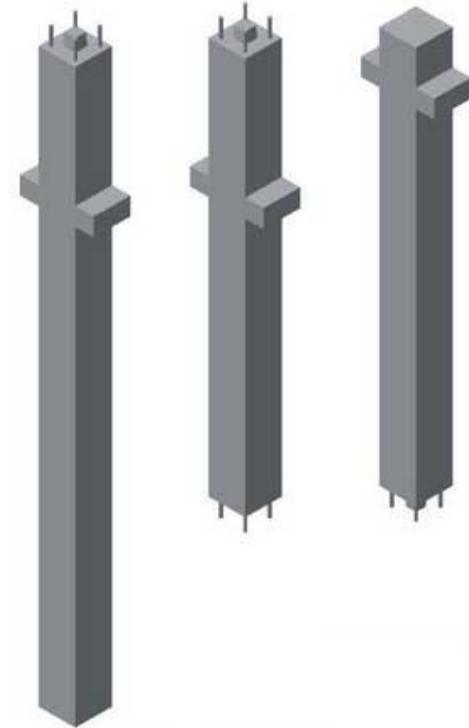
В процессе работы, эксплуатации машин и сооружений элементы их конструкций испытывают воздействие различных сил.

Силы являются мерой механического взаимодействия отдельных тел между собой. Если конструкция рассматривается изолированно от окружающих тел, то действие последних на конструкцию заменяется силами, которые называются внешними.

*Внешние силы*, действующие на элементы конструкции, это давление на контактную часть элемента конструкции от окружающей ее среды или от соседних частей конструкции.

Внешние силы подразделяются на объемные и поверхностные:

*Объемные силы* распределены по всему объему и приложены к каждой его частице (собственный вес, инерционные силы, действие магнитного поля и т.п.), (единица измерения -  $\text{Н/м}^3$ ).

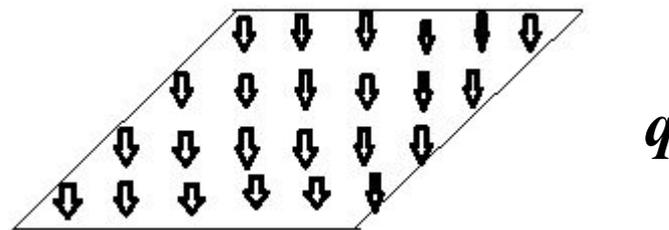


Средний вес одного куба железобетона составляет около 2500 килограмм. Сколько весит колонна высотой 4 м и сечением 40\*40?

**Поверхностные силы** приложены к участкам поверхности, характеризуют непосредственное контактное взаимодействие рассматриваемого объекта с окружающими телами и представляют собой:

• **Сосредоточенная сила** – это давление, передающееся на элемент конструкции через площадку, размеры которой очень малы (Н);  $P$  

• **Распределенная нагрузка** – это давление, передающееся на элемент конструкции непрерывно через некоторую длину или площадку (Н/м, Н/м<sup>2</sup>);



• **Момент силы** – это действие пары сил, равное произведению силы на плечо (Н·м).



## Внешние силы различают:

- *по времени действия:*

*1. постоянные нагрузки* – нагрузки, действующие в течение всего или длительного периода времени эксплуатации конструкции (собственный вес сооружения, оборудования и т. п.);

*2. временные нагрузки* – нагрузки, действующие лишь в течение некоторого промежутка времени;

- *по характеру действия:*

*1. нагрузки статического действия* нагружают конструкцию постепенно, будучи приложены к сооружению, они не меняются или меняются незначительно. При приложении статических нагрузок на конструкции ускорения массы элементов от деформации практически отсутствуют или настолько малы, что ими можно пренебречь;

**2. Нагрузки динамического действия** вызывают значительные ускорения масс элементов конструкции или изменение их скорости при деформации за короткий промежуток времени;

а). **инерционные нагрузки** – динамические нагрузки, вызванные при движении тела массой  $m$  с некоторым ускорением;

в). **ударные нагрузки** – динамические нагрузки, возникающие при быстром изменении скорости соприкасающихся элементов конструкции (ударяющего тела);

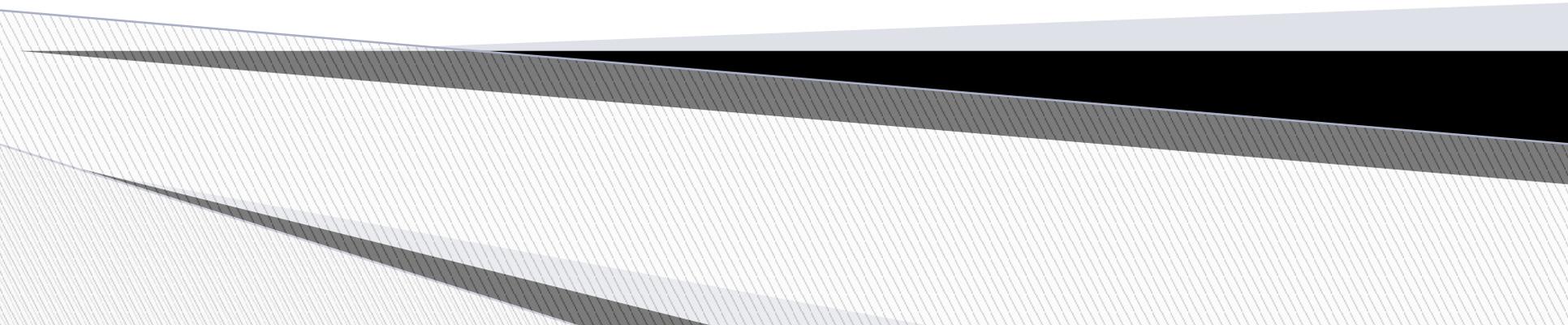
г). **повторно-переменные нагрузки** – динамические нагрузки, действующие на элемент конструкции, повторяясь значительное количество раз.

- д). **импульсные нагрузки** – динамические нагрузки, возникающие при кратковременном действии нагрузок т. е. характерна быстрым развитием и исчезновением (мгновенное действие нагрузки);
- е). **подвижная нагрузка** – характерна изменением своего положения на сооружение;
- ж). **сейсмическая нагрузка** -- это беспорядочное движение основания сооружения (толчки, удары, колебания при землетрясении).



**Внутренние силы.**

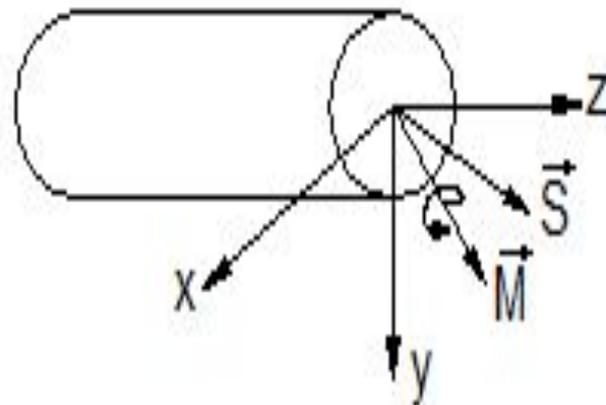
**Напряжения и деформации**



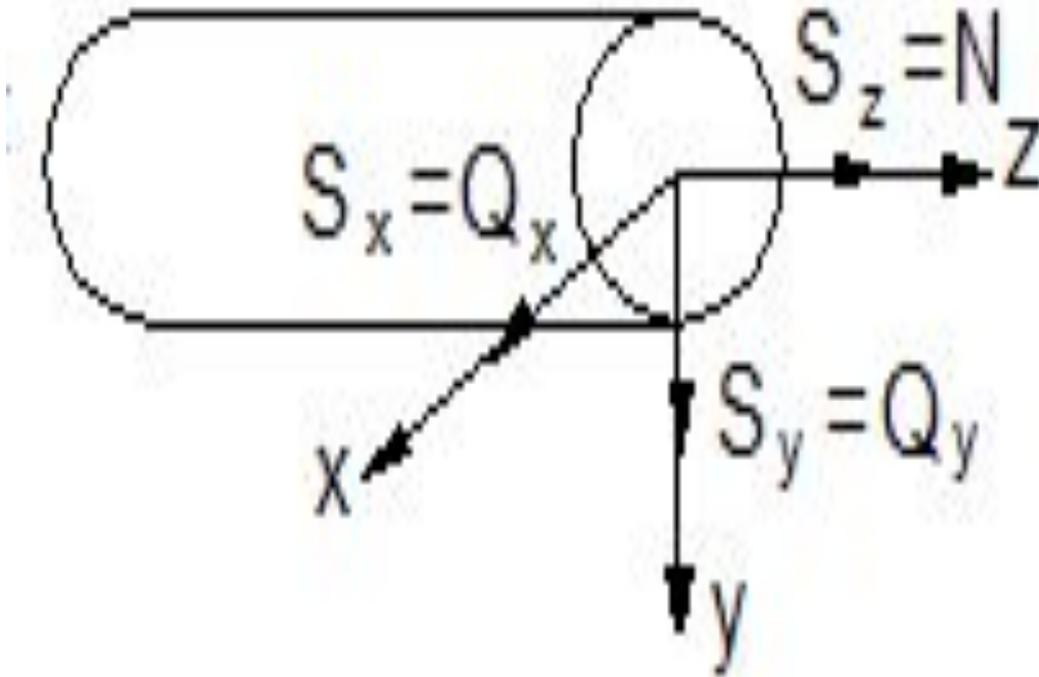
## Внутренние силы

*Внутренние силы* в элементах конструкции – это силы взаимодействия между отдельными частицами элемента, которые вызываются стремлением внешних сил (нагрузок) разрушить элемент, изменить его форму и размеры, отделить одну часть от другой.

Внутренние усилия определяются **метод сечений**. Взаимодействие отдельных частей заменяется их внутренними усилиями, действующими по всему сечению, которые представляются через **главный вектор сил** -  $S$  и **главный вектор-момент** -  $M$ , приложенные к центру тяжести сечения.



Разложение этих векторов по трем координатным осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$  дают **шесть составляющих** (компонентов) внутренних усилий.

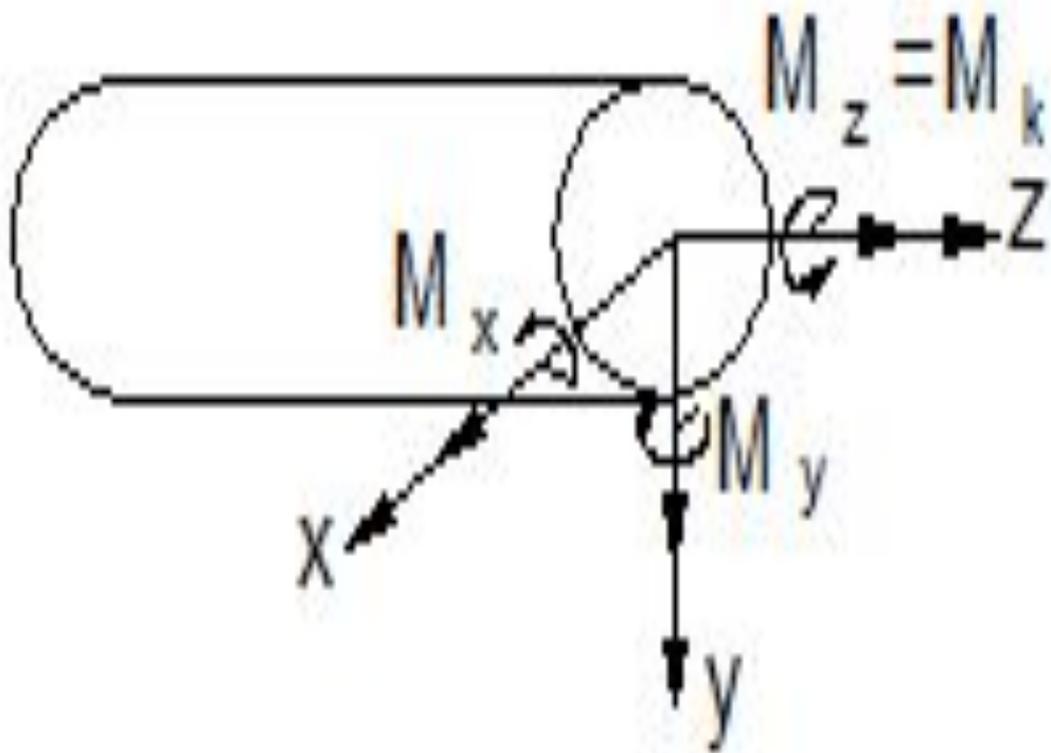


Проекции главного вектора сил  $S$ :

$S_z = N$  – продольная сила;

$S_y = Q_y$  – поперечная сила по оси  $y$ ;

$S_x = Q_x$  – поперечная сила по оси  $x$ ;



Проекции главного вектора-момента  $M$ :

$M_z = M_k$  – крутящий момент;

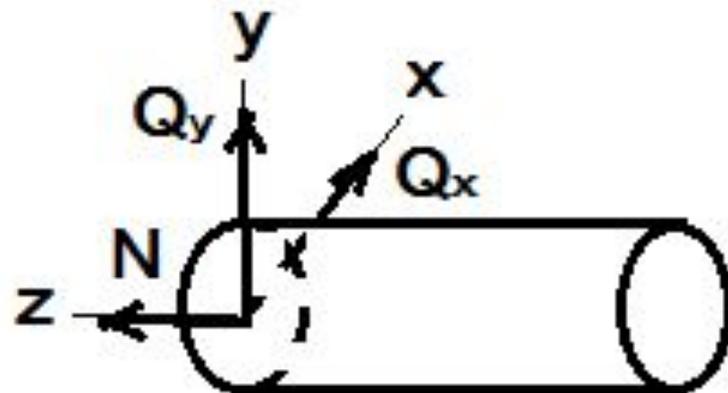
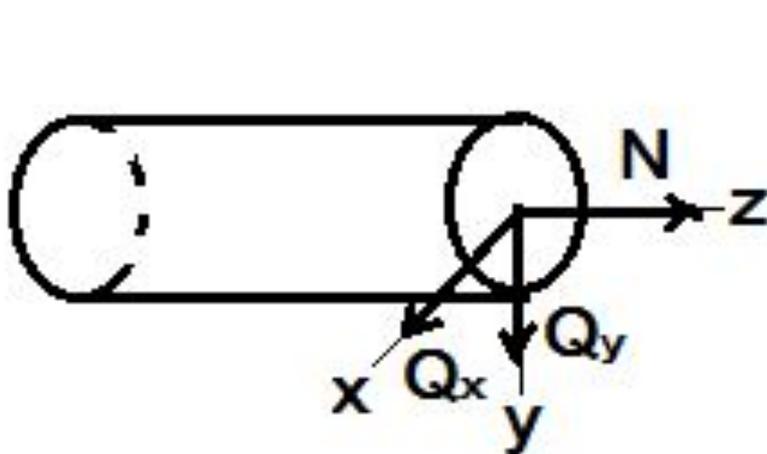
$M_y$  – изгибающий момент относительно оси  $y$ ;

$M_x$  – изгибающий момент относительно оси  $x$ .

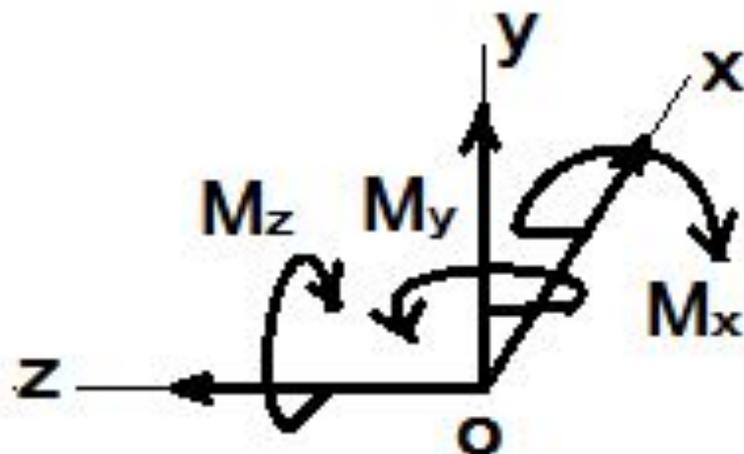
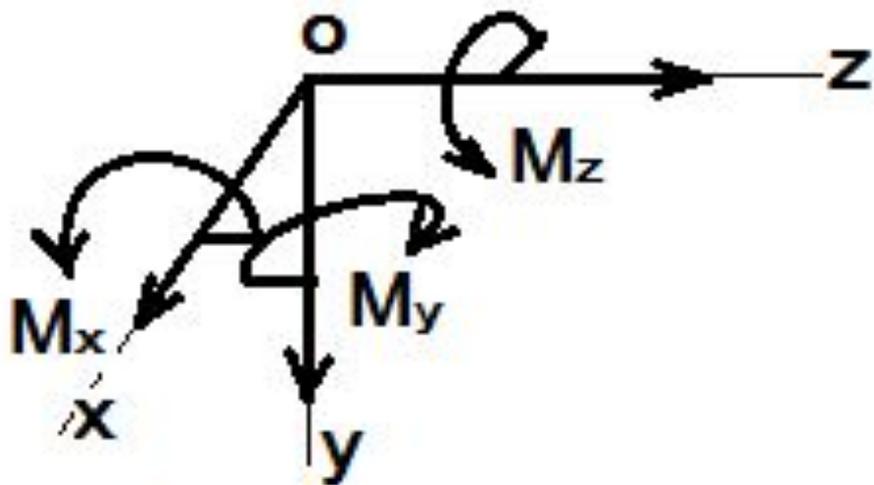
## Знаки внутренних сил в пространственной системе координат

Нормальная (продольная) сила  $N$  считается **положительной**, если направлена **от сечения** и растягивает элемент, то есть одна часть тянется к другой.

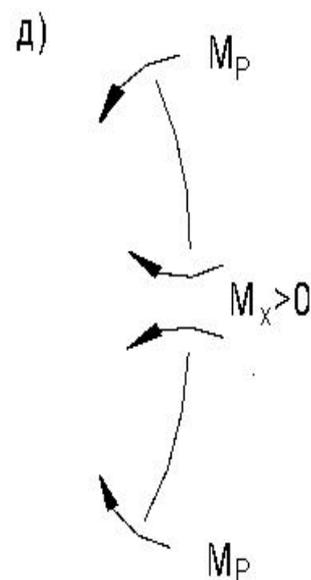
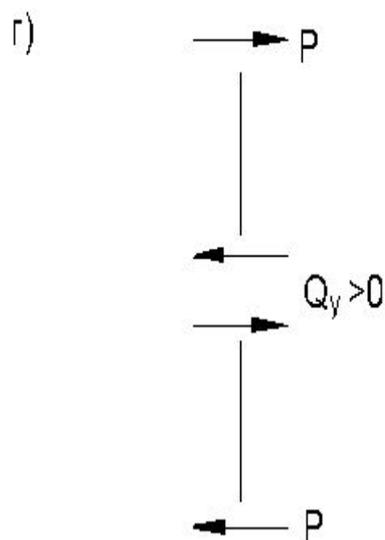
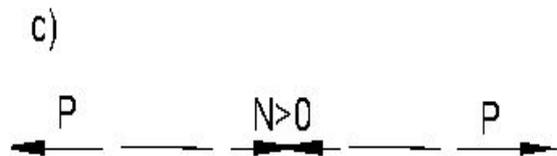
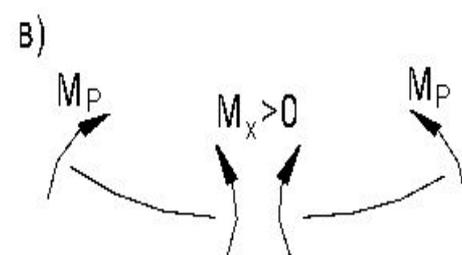
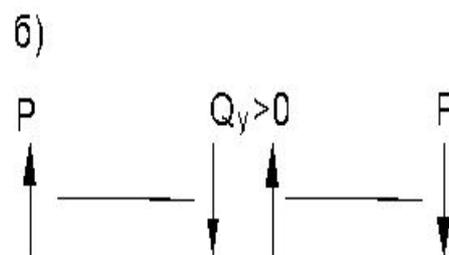
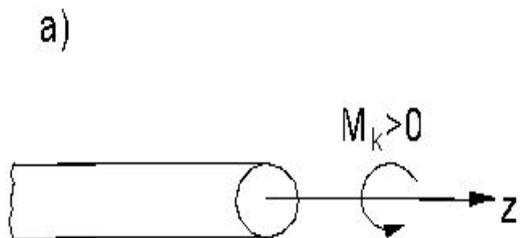
Поперечные силы  $Q_x$  и  $Q_y$  считаются **положительными**, если они стараются повернуть отсеченную часть **по ходу часовой стрелки**.



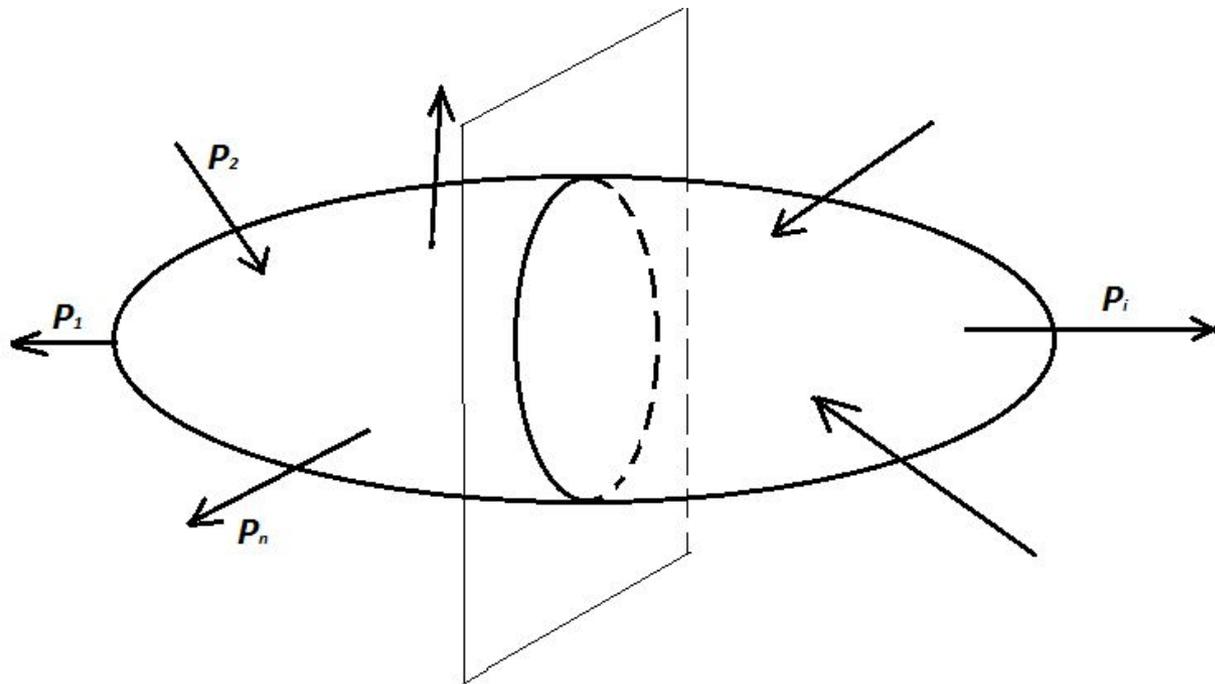
Крутящий  $M_k$  и изгибающие моменты  $M_y$ ,  $M_x$  считаются положительными, если они поворачивают против хода часовой стрелки, если смотреть от конца осей  $z$ ,  $x$  и  $y$  (правило правого буравчика).

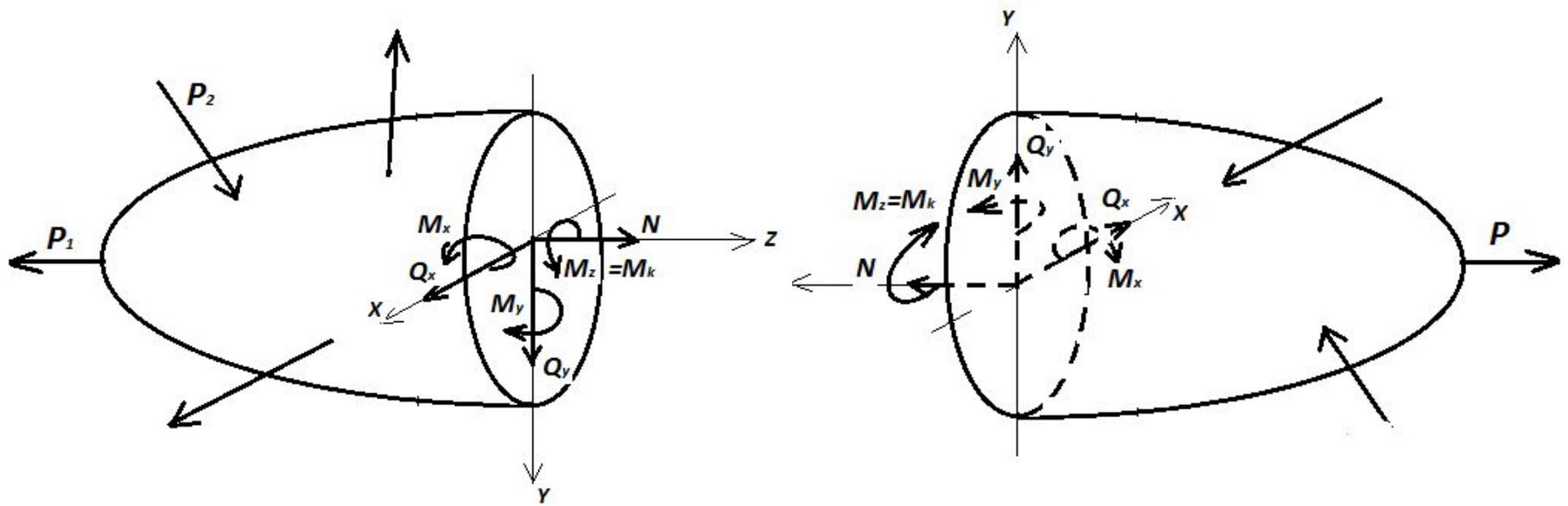


# Правило знаков внутренних усилий в плоской системе координат



В технической механике расчет элементов конструкций всегда начинается с определения внутренних усилий и построения их эпюр. При использовании метода сечений для определения внутренних усилий элемент конструкции мысленно разрезается сечением в том месте, где необходимо определить внутренние силы и разделяется на две части.





При этом любая из этих частей находится в состоянии равновесия под действием всех внутренних и внешних сил, действующих на эту часть, если вся система находится в состоянии равновесия.

Составляем **уравнения равновесия** для рассматриваемой части:

– в общем случае (в пространственной системе)

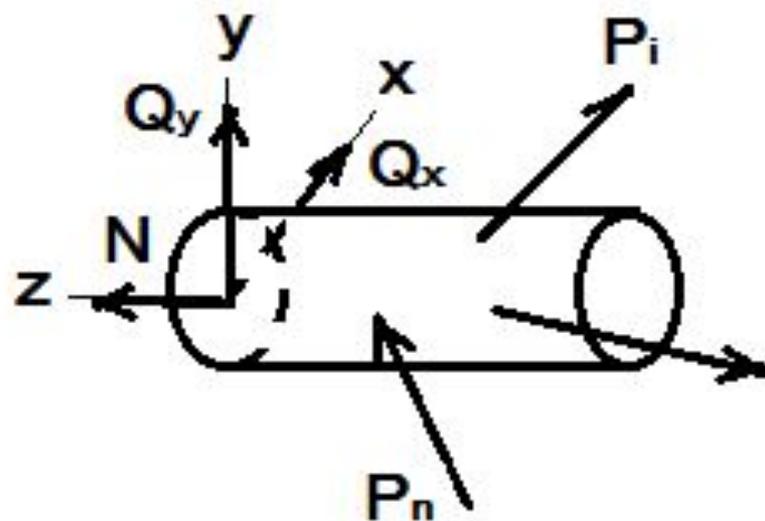
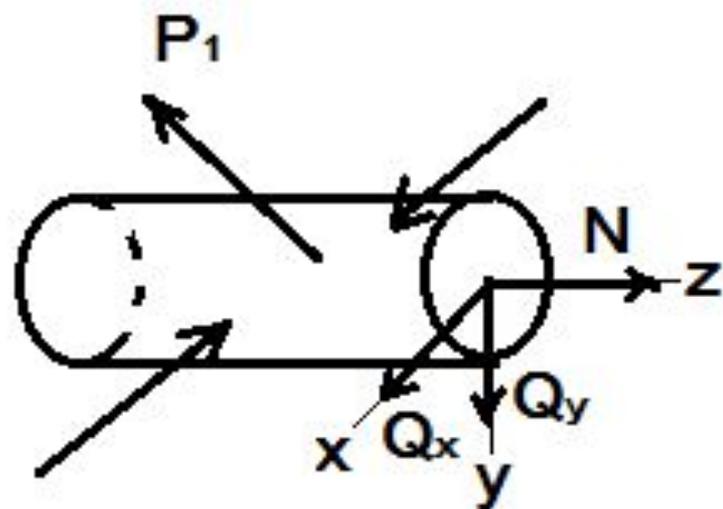
$$\sum X = 0, \sum Y = 0, \sum Z = 0, \sum m_x = 0, \sum m_y = 0, \sum m_z = 0,$$

из которых определяем шесть компонентов внутренних усилий  **$N$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  и  $M_k$** ;

– при плоской системе координат

$$\sum Z = 0, \sum Y = 0, \sum m_0 = 0,$$

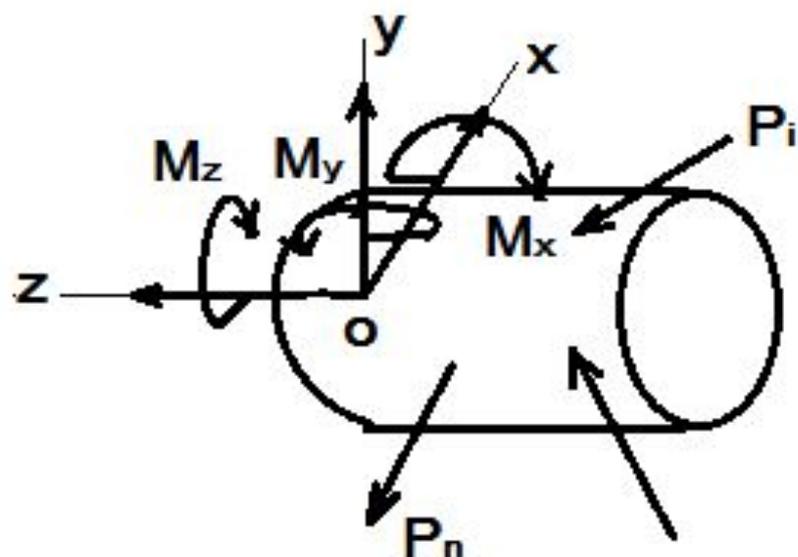
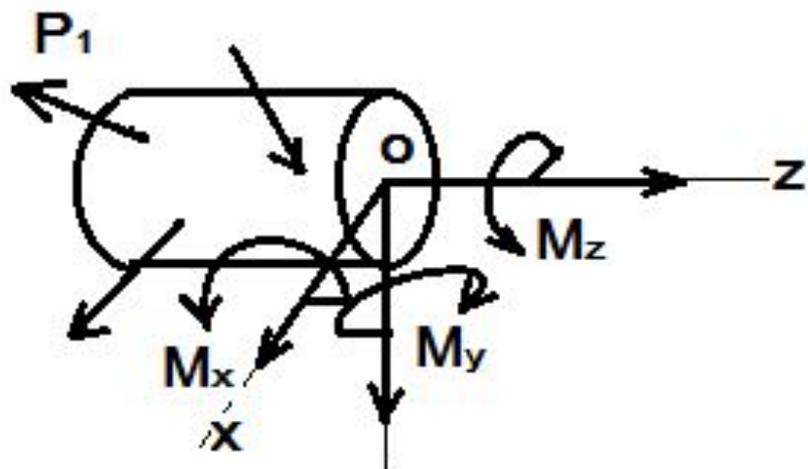
из которых определяем  **$N$ ,  $Q_y$ ,  $M_x$** .



$$\sum Z = N - \sum P_z = 0 \quad \text{отсюда} \quad N = \sum P_z$$

$$\sum X = Q_x - \sum P_x = 0 \quad \text{отсюда} \quad Q_x = \sum P_x$$

$$\sum Y = Q_y - \sum P_y = 0 \quad \text{отсюда} \quad Q_y = \sum P_y$$

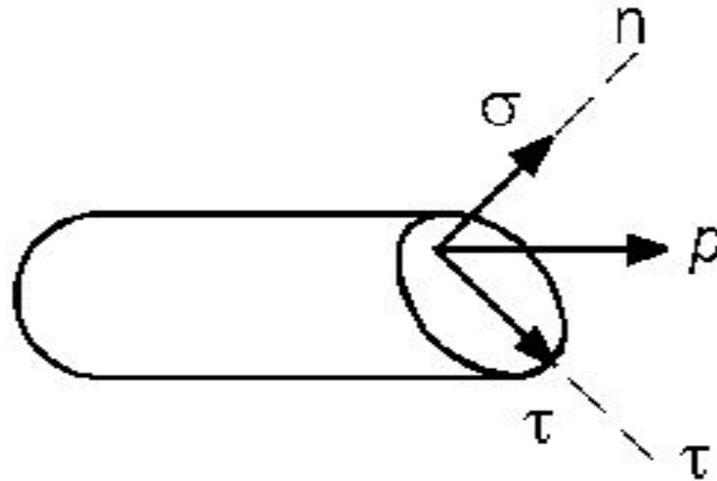


$$\sum m_x = M_x - \sum m_x(P) = 0 \quad \text{отсюда} \quad M_x = \sum m_x(P)$$

$$\sum m_y = M_y - \sum m_y(P) = 0 \quad \text{отсюда} \quad M_y = \sum m_y(P)$$

$$\sum m_z = M_k - \sum m_z(P) = 0 \quad \text{отсюда} \quad M_k = \sum m_z(P)$$

**Напряжение** – внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади, в окрестности какой-либо точки рассматриваемого сечения.



$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{S}}{\Delta A}$$
 – **полное напряжение**, где  $\Delta S$  – элементарное внутреннее усилие, приходящееся на элементарную площадь  $\Delta A$  в окрестности рассматриваемой точки. Единица измерения полного напряжения – Паскаль (**Па = Н / м<sup>2</sup>**).

Мера измерения **напряжений** такая же как у **давления**:

По стандарту международной системы единиц (СИ):

$$\text{Паскаль} - \text{Па} = \text{Н} / \text{м}^2$$

(что соответствует давлению около 100 грамм на 1 м<sup>2</sup>)

В механике чаще используется с кратной приставкой

$$\text{Мега} = 10^6 = 1\,000\,000 \qquad 1 \text{ МПа} = 1 \text{ Н} / \text{мм}^2$$

Соотношение между старым стандартом и стандартом СИ:

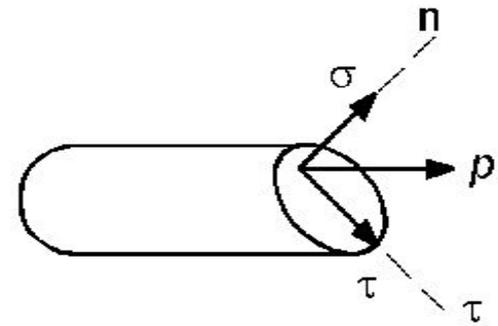
$$1 \text{ МПа} = 10 \text{ атм} = 10 \text{ кГ} / \text{см}^2 \qquad 1 \text{ атм} = 0,1 \text{ Мпа.}$$

*Например,* давление в шинах легкового автомобиля

$$2,2 \text{ атм} = 0,22 \text{ МПа} = 220 \text{ кПа}$$

**Международная система единиц, СИ** ([фр.](#) *Le Système International d'Unités, SI*) — система единиц физических величин, современный вариант метрической системы. Основные единицы: килограмм, метр, секунда, ампер, кельвин, моль и кандела. В рамках СИ считается, что эти единицы имеют независимую размерность, то есть ни одна из основных единиц не может быть получена из других.

При практических расчетах применяются составляющие полного напряжения на нормальные и касательные оси.



Нормальной называется ось, направленная перпендикулярно к рассматриваемому сечению (нормаль – перпендикуляр). Касательной называется ось, направленная по рассматриваемому сечению перпендикулярно к нормали  $n$  (касающаяся сечение).

$\sigma$  – нормальное напряжение, составляющая полного напряжения, равная проекции  $p$  на ось  $n$ , перпендикулярную к данному сечению (Па, МПа).

$\tau$  – касательное напряжение, составляющая полного напряжения, равная проекции  $p$  на ось, касательную к данному сечению (Па, МПа).

Связь между внутренними силами  $N$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $M_k$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  и нормальными-  $\sigma$ , касательными-  $\tau$  напряжениями в поперечных сечениях элементов конструкций в интегральной форме:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA \quad \text{— продольная сила через нормальные напряжения}$$

$$Q_x = \int_A \tau_{zx} \cdot dA \quad \text{— поперечная сила по оси x через касательные напряжения}$$

$$Q_y = \int_A \tau_{zy} \cdot dA \quad \text{— поперечная сила по оси y через касательные напряжения}$$

$$M_k = \int_A (-\tau_{zx} \cdot y \cdot dA + \tau_{zy} \cdot x \cdot dA)$$

— крутящий момент через касательные напряжения

$$M_x = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA$$

— изгибающий момент относительно оси x  
через нормальные напряжения

$$M_y = \int_A \sigma \cdot x \cdot dA$$

— изгибающий момент относительно оси y  
через нормальные напряжения

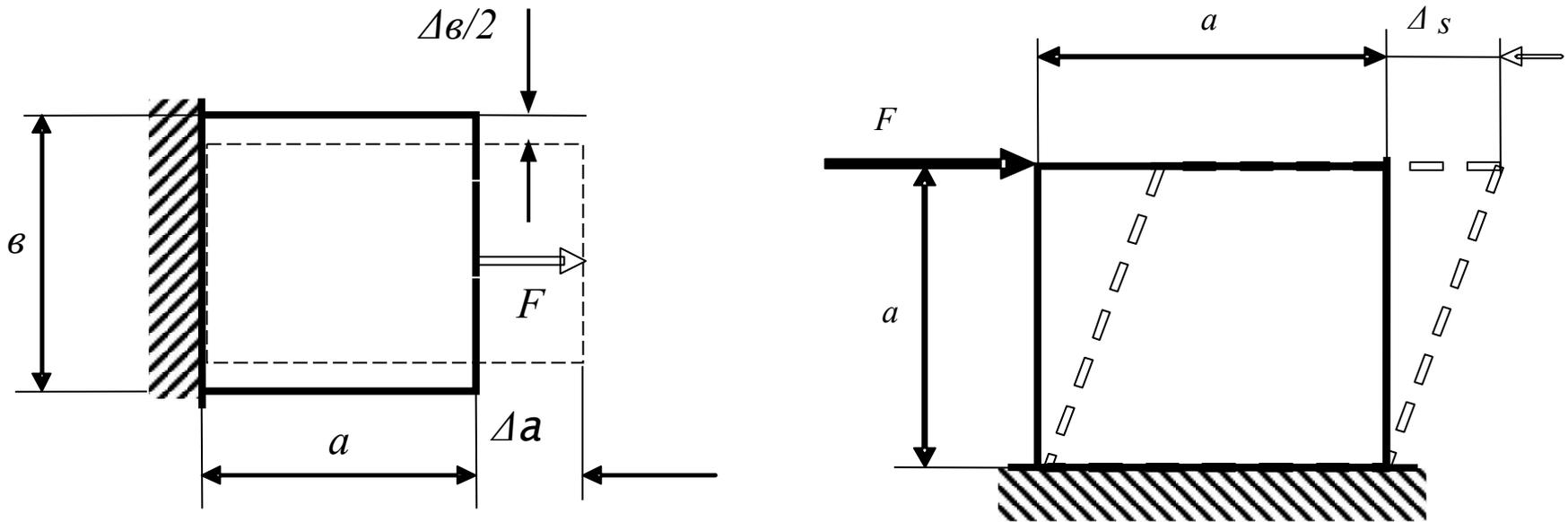
**Деформация** – это изменение формы и размеров элементов конструкции под действием внешних сил:

**1. Упругие деформации** – изменения формы и размеров элемента, исчезающие после снятия вызвавших их сил, тело полностью восстанавливает первоначальную форму и размеры;

**2. Остаточные деформации** – это изменения формы и размеров элементов, которые остаются в элементах после снятия этих нагрузок;

**3. Линейные деформации** – это изменение линейных размеров элемента.  $\Delta l$  – абсолютное удлинение (укорочение) линейных размеров элемента (м);  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  – относительное удлинение (укорочение) линейных размеров элемента (безразмерная величина);

**4. Угловые деформации ( $\gamma, \phi, \theta$ )** – это изменение углов между отдельными гранями элемента за счет изменения первоначальной формы (градусы или радианы).



**Перемещение ( $f, \phi$ )** — изменение положения элемента или точки элемента конструкции в рассматриваемом пространстве, вызванное общей деформацией конструкции или системы.

$f_x = u$  — проекция перемещения  $f$  на ось  $X$ ;

$f_y = v$  — проекция перемещения  $f$  на ось  $Y$ ;

$f_z = w$  — проекция перемещения  $f$  на ось  $Z$ ;

$\phi$  — угол поворота в пространстве;

## Условия прочности и жесткости элементов

Для обеспечения надежной работы элементов конструкции составляются условия прочности, жесткости, устойчивости и проверяются их выполнения.

**Надежностью** называется способность объекта сохранять в процессе эксплуатации качество, заложенное при проектировании.

### *Условие прочности*

При расчете конструкций на действие внешних нагрузок действительные значения напряжений, возникающие в элементах конструкции, не должны превышать допускаемые напряжения, установленные для материала этих элементов:

$$\sigma \leq [\sigma], \quad \tau \leq [\tau],$$

где:  $[\sigma]$ ,  $[\tau]$  – допускаемые напряжения - это максимальные значения напряжений, которые не должны превышать действительные значения напряжений, возникающие в элементах конструкции под действием внешних нагрузок.

Допускаемые напряжения для определенных материалов устанавливаются по результатам лабораторных испытаний и эксплуатационных наблюдений:

• для хрупких и для высокопрочных материалов с небольшими остаточными деформациями:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_v}{K}$$

• для упруго-пластичных материалов со значительными остаточными деформациями:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{K},$$

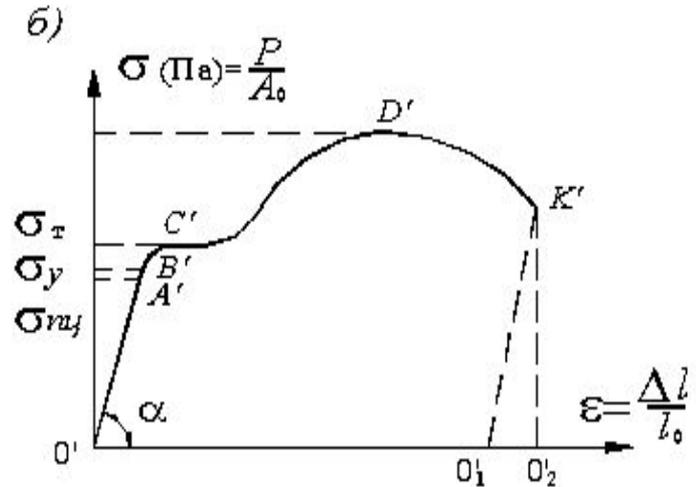
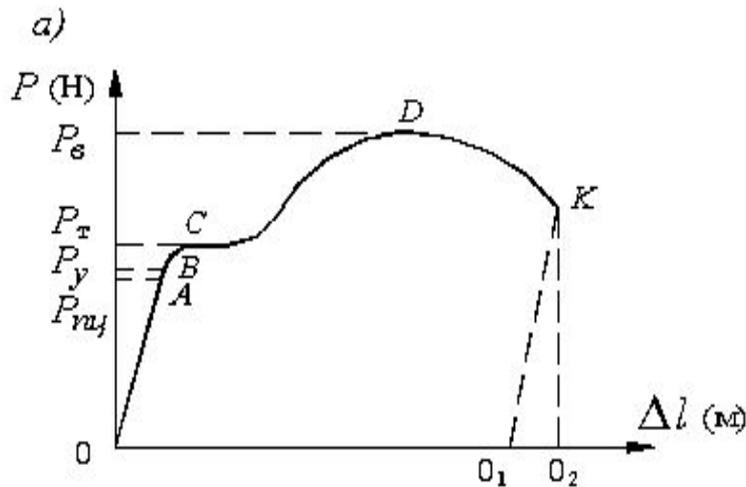
$$[\sigma] = \frac{\sigma_{0,2}}{K}$$

где:  $\sigma_e$  – предел прочности или временное сопротивление материала;

$\sigma_T$  – физический предел текучести материала;

$\sigma_{0.2}$  – условный предел текучести материала;

$K$  – коэффициент запаса прочности элементов (по материалу) – число, показывающее во сколько раз допускаемые напряжения в элементах конструкции меньше предела прочности или предела текучести материала.



Диаграммы растяжения

## *Условие жесткости*

Действительные значения перемещений (линейные и угловые) элементов конструкций, вызванные общей деформацией конструкции, не должны превышать установленные их предельные величины.

$$f \leq [f], \quad \phi \leq [\phi].$$

где  $[f]$ ,  $[\phi]$  – допускаемые линейные и угловые перемещения - предельные величины линейных и угловых перемещений, которые устанавливаются по технологическим и эксплуатационным требованиям к конструкциям и их элементам.

## Простейшие виды деформации

*Растяжение и сжатие* наблюдаются, когда в элементе возникает деформация удлинения или укорочения под действием продольных сил.

*Сдвиг* возникает, когда в элементе соседние сечения перемещаются параллельно друг другу под действием поперечных сил.

*Кручение* возникает, когда соседние поперечные сечения элемента поворачиваются относительно друг друга под действием крутящих моментов, относительно оси рассматриваемого элемента.

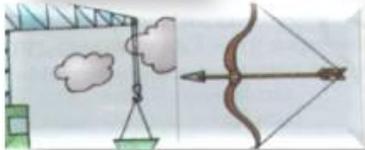
*Изгиб* возникает, когда ось элемента (бруса или срединная поверхность пластины) меняет свою кривизну под действием изгибающих моментов.

# Виды деформаций:

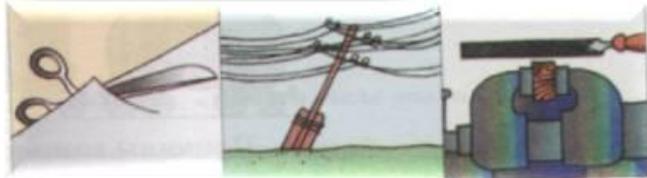
растяжение



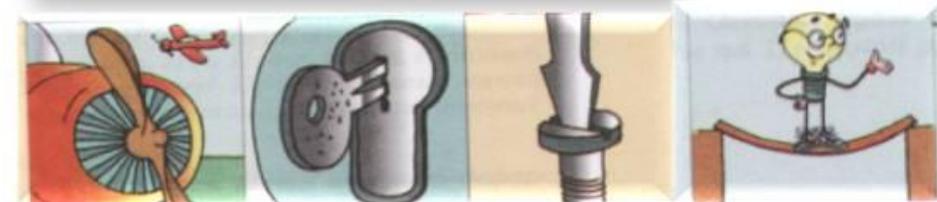
сжатие



кручение



изгиб



сдвиг