



Решение неравенств



Неравенства

**Подготовка к экзамену
9 класс**

*Число a больше числа b ,
если разность $a - b$ – положительное число
 $a > b$, если $a - b > 0$*

*Число a меньше числа b ,
если разность $a - b$ – отрицательное число
 $a < b$, если $a - b < 0$*

Если $a - b = 0$, то $a = b$

*На координатной прямой большее число
изображается точкой, лежащей правее, а
меньшее – точкой, лежащей левее*

1. Известно, что $a > b$. Сравните $a - b$ и $b - a$

1) $a - b > b - a$

2) $a - b < b - a$

3) $a - b = b - a$

4) Данных для сравнения недостаточно.

2. О числах a , b , c и d известно, что $a < b$, $b = c$, $d > c$.
Сравните d и a .

1) $d = a$

2) $d < a$

3) $d > a$

4) Сравнить невозможно.

Неравенство:

- *Это соотношения вида*

$$f(x) > g(x), f(x) < g(x) \quad \text{или} \quad f(x) \geq g(x), f(x) \leq g(x)$$

строгие

нестрогие

- *Решения неравенства- это значения переменной, обращающие его в верное числовое неравенство.*
- *Решить неравенство- значит найти все решения или доказать, что их нет.*

Виды неравенств

- *Числовое: $a > b$, где a и b - числа*
- *Линейное: $ax + b \leq 0$, где a и b - числа, x - переменная*
- *Квадратное: $ax^2 + bx + c > 0$ (неравенство II степени)
где a, b, c - числа, x - переменная*
- *Неравенство вида: $(x-a)(x-b)(x-c) > 0$
где a, b, c - числа, x - переменная*

1. Сформулируйте свойства числовых неравенств.

$$a > b \quad \Rightarrow \quad b < a$$

$$a > b, \quad b > c \quad \Rightarrow \quad a > c$$

$$a > b, \quad c - \text{любое число} \quad \Rightarrow \quad a + c > b + c$$

$$a > b \quad \text{и} \quad c > 0 \quad \Rightarrow \quad ac > bc$$

$$a > b \quad \text{и} \quad c < 0 \quad \Rightarrow \quad ac < bc$$

$$a > b, \quad c > d \quad \Rightarrow \quad a + c > b + d$$

$$a > b, \quad c > d \quad \Rightarrow \quad ac > bd$$

$$a > b, \quad a > 0, \quad b > 0 \quad \Rightarrow \quad a^n > b^n$$

1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

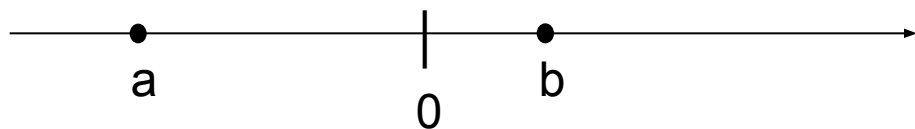
1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

$$2) -a > -b$$

$$3) 2b > 2a$$

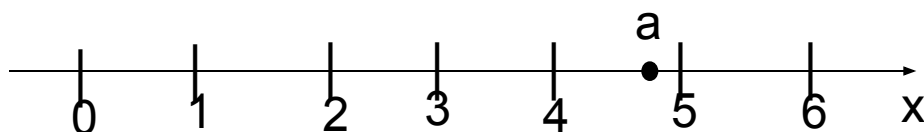
1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

2. На координатной прямой отмечены числа a и b .



1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

3. На координатной прямой отмечено число a



Какое из утверждений относительно этого числа является верным?

Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

1. Определение линейного неравенства

1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

2. Свойства неравенств с одной переменной

а) Можно переносить из одной части неравенства в другую, изменяя знаки слагаемых.

$$ax + b > c \quad ax > c - b$$

б) Обе части неравенства можно умножать (делить) на одно и то же отличное от нуля число.

$$ax > b \mid :a \quad \begin{array}{l} a > 0 \longrightarrow x > \frac{b}{a} \\ a < 0 \longrightarrow x < \frac{b}{a} \end{array}$$

1. Какие неравенства соответствуют промежуткам?

$$[0; +\infty) \quad x < 5$$

$$(-\infty; 5) \quad x \leq -5$$

$$[-3; 5) \quad x \geq 0$$

$$(-\infty; -5] \quad -3 \leq x < 5$$

2. Изобразите геометрическую модель промежутков:

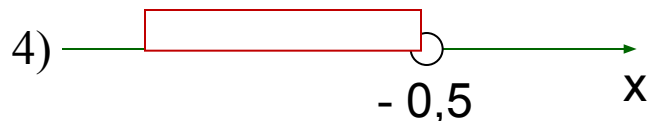
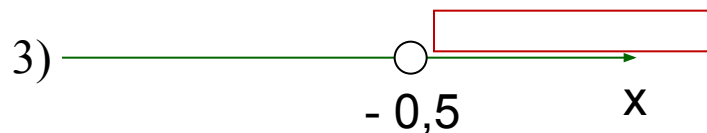
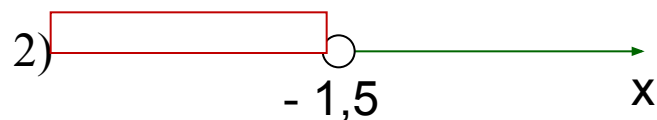
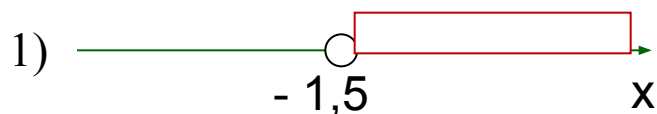
$$[-2; +\infty)$$

$$(4; 7)$$

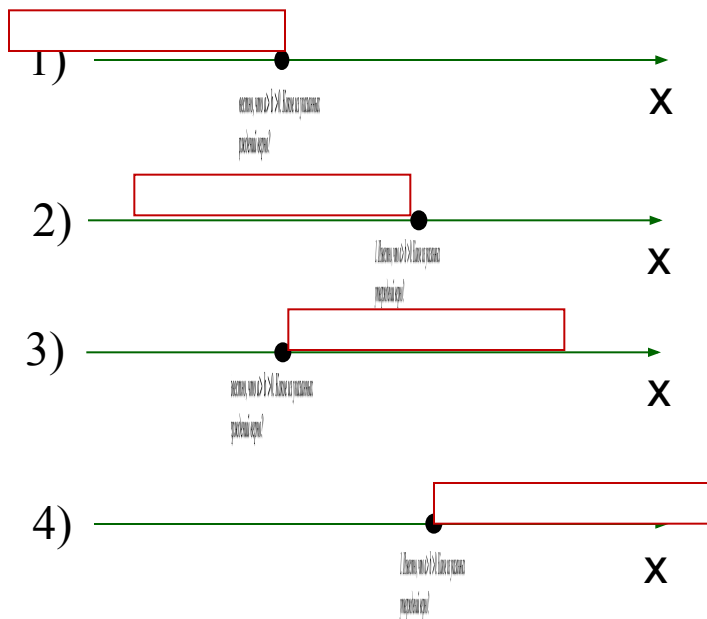
$$(-1; 2]$$

$$(-\infty; -5]$$

1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?



4. На каком рисунке изображено множество решений неравенства $4 - 7(x + 3) \leq -9$



МАЛЕНЬКИЙ ТЕСТ

1. Решите неравенство: $3(3x - 1) > 10x - 14$

- 1) $(-\infty; 11)$ 2) $(11; +\infty)$ 3) $(-\infty; -11)$ 4) $(-11; +\infty)$

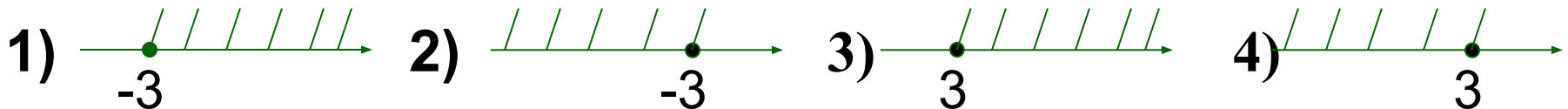
2. Решите неравенство: $6 - 3x > 19 - (x - 7)$

1) $x > -3$

! Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

4) $x < -3$

3. Решите неравенство: $x + 4 \geq 4x - 5$ и укажите, на каком рисунке изображено множество его решений



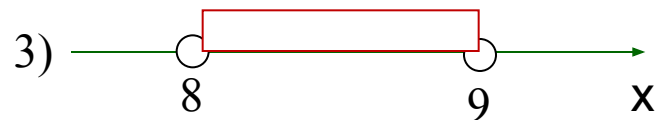
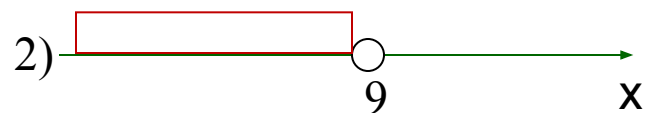
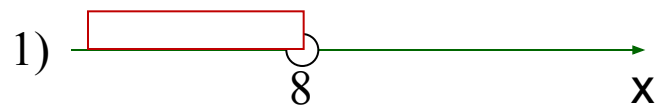
4. Какое из следующих чисел не является решением неравенства $6x - 15 > 8x - 11$?

- 1) $-1,8$ 2) $-2,6$ 3) $-3,7$ 4) $-8,9$

Системы неравенств

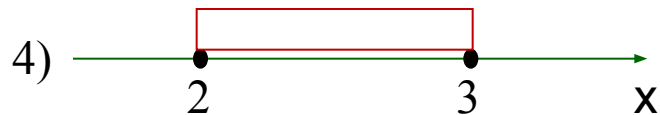
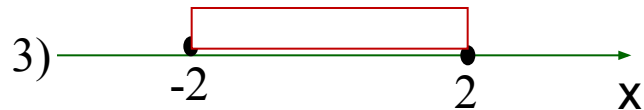
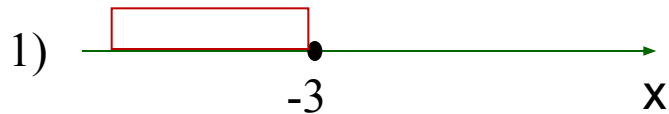
- *Система неравенств*- это несколько неравенств с одной переменной.
- *Решение системы неравенств*- это значение переменной, при котором каждое из неравенств системы обращается в верное числовое неравенство.
- *Общее решение неравенств*- это множество всех решений системы неравенств.

1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?



4) Система не имеет решений

1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?



1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

Алгоритм решения квадратных неравенств

$$ax^2 + bx + c > 0$$

1. Находят дискриминант квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ и выясняют, имеет ли трехчлен корни;

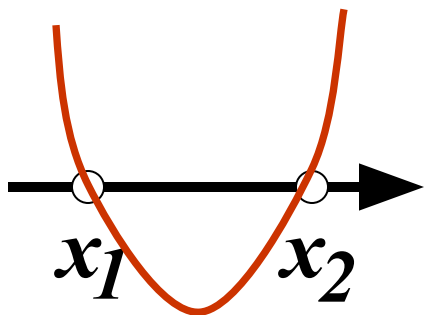
$D > 0$, два корня x_1 и x_2

$D = 0$, один корень x_0

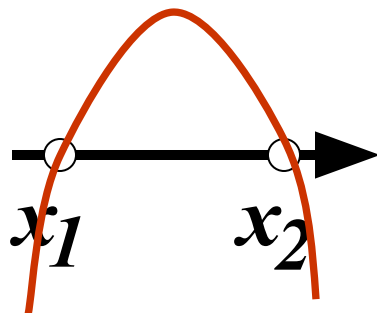
$D < 0$ корней нет

2. Если трехчлен имеет корни, то отмечают их на оси X и через отмеченные точки проводят схематически параболу, ветви которой направлены вверх при $a > 0$ или вниз при $a < 0$; если трехчлен не имеет корней, то схематически изображают параболу, расположенную в верхней полуплоскости при $a > 0$ или в нижней при $a < 0$;

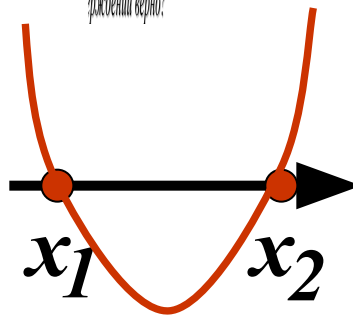
$$a > 0$$



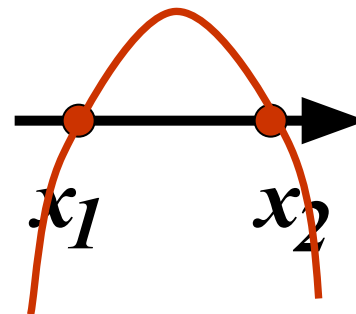
$$a < 0$$



известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных
утверждений верно?

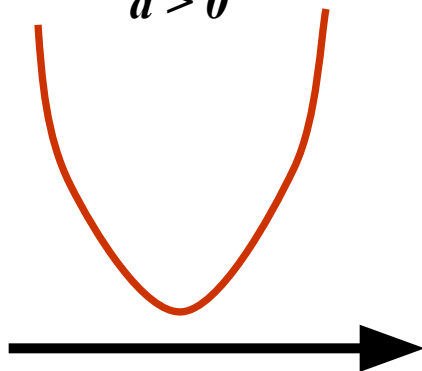


известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных
утверждений верно?

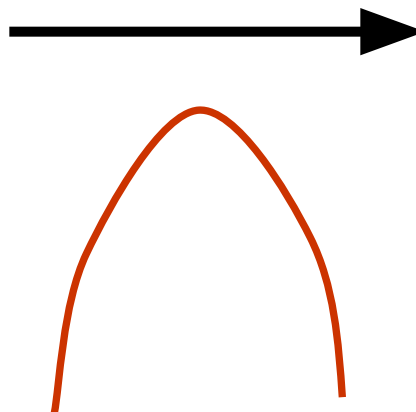


Трехчлен не имеет корней

$$a > 0$$

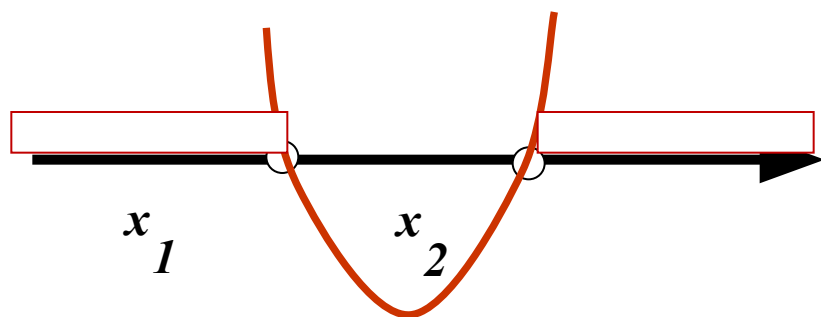


$$a < 0$$

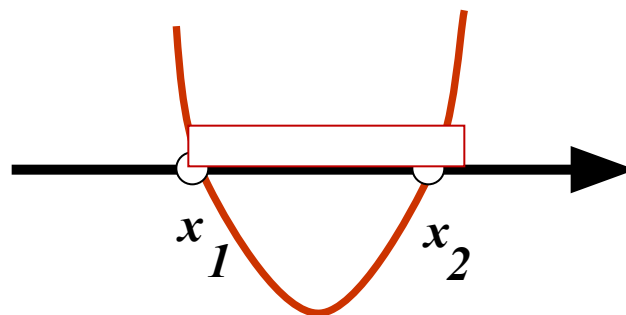


3. Находят на оси X промежутки, для которых точки параболы расположены выше оси X (если решают неравенство $ax+bx+c>0$) или ниже оси X (если решают неравенство $ax+bx+c<0$)

$$ax^2 + bx + c > 0$$



$$ax^2 + bx + c < 0$$



1. Для каждого неравенства укажите множество его решений

1) $\emptyset$

2) $(-\infty; -1) (1; +\infty)$

3) $(-\infty; +\infty)$

4) $(-1; 1)$

A	Б	В

2. На рисунке изображен график функции.

$$x^2 + 2x - 3 < 0$$

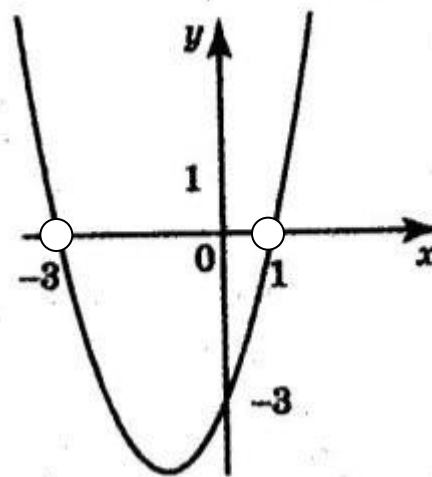
Используя рисунок решите неравенство

1) $-3 < x < 1$

2) $-3 \leq x \leq 1$

3) $x \leq -3$ или $x > 1$

4) $x < -3$ или $x > 1$



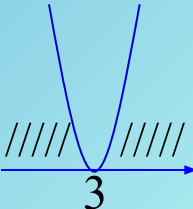
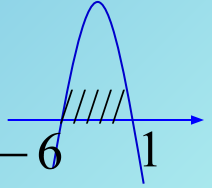
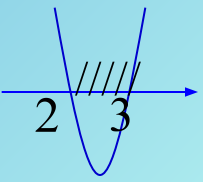
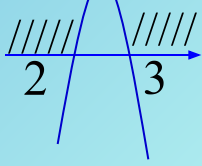
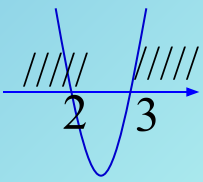
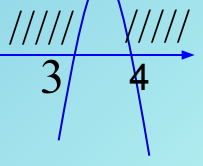
3. Выберите из таблицы графическую интерпретацию для каждого из неравенств:

$$-x^2 - 5x + 6 > 0.$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0.$$

$$-x^2 + 7x - 12 < 0.$$

$$x^2 - 6x + 9 > 0.$$

a	b	c	d	e	f
					

4. Решите неравенство

известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных
утверждений верно?

1) $(-\infty; 3]$

2) $(-\infty; 9]$

3) $[-3; 3]$

4) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$

5. Укажите неравенство, которое не имеет решений:

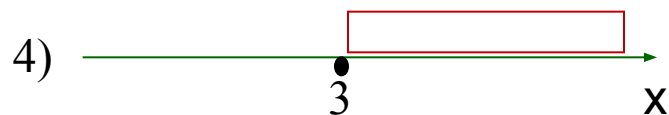
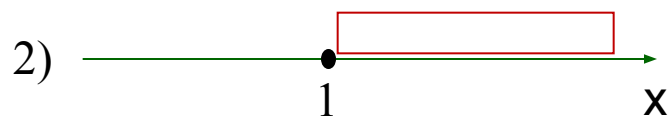
Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?

1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?



Алгоритм решения методом интервалов

- *Разложить многочлен на простые множители:*

$$(x-a)(x-b) > 0$$

- *найти корни многочлена;*

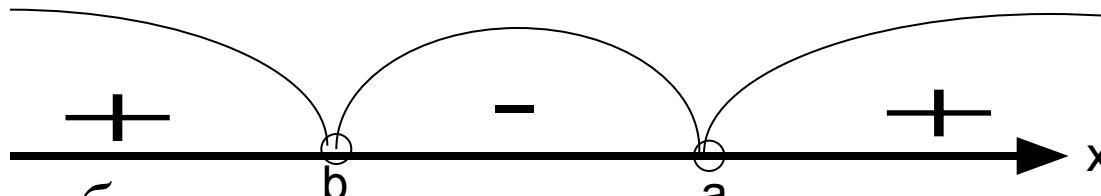
$$x - a = 0$$

$$x - b = 0$$

$$x = a$$

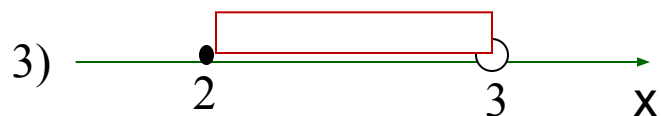
$$x = b$$

- *изобразить их на числовой прямой;*



- *разбить числовую прямую на интервалы;*
- *определить знаки множителей на интервалах
знакопостоянства;*
- *выбрать промежутки нужного знака;*
- *записать ответ (с помощью скобок или знаков
неравенства).*

1. Известно, что $a > b > 0$. Какое из указанных утверждений верно?



Самостоятельная работа

• 1 вариант

$$x^2 - 8x + 15 > 0$$

$$3x^2 + 11x - 4 < 0$$

$$x^2 - 9 \geq 0$$

$$(x - 1)(x - 3) < 0$$

$$x(5 - x)(x + 2) \leq 0$$

• 2 вариант

$$x^2 - 10x + 21 > 0$$

$$4x^2 + 11x - 3 < 0$$

$$5x - x^2 > 0$$

$$(x - 2)(x - 5) \geq 0$$

$$6(x + 11)(4 - x) \geq 0$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1)Решите неравенство:

А) $4+12x>7+13x$

Б)- $(2-3x)+4(6+x)>1$

2)Решите систему неравенств:

$3x+4\leq 4x+6,$

$x-5\leq 4-2x$

3)Решите двойное неравенство (2 способами)

$-3<2-5x<1$