Рациональные выражения

Частный случай

Рациональные дроби

$\frac{5}{a}$; $\frac{b-3}{10}$; $\frac{3}{m^2+n}$

Целые выражения

$7a^2b$; $\frac{a+5}{8}$

Дробные выражения

$y+\frac{x+y}{x^2-3}$; $\frac{5}{a+b}$

Тождественно равные выражения (тождества)

$$\frac{-5}{2a}=\frac{-5}{2a},\quad a\neq 0$$

Основное свойство дроби

$$\boxed{\frac{a\cdot c}{b\cdot c}=\frac{a}{b},\quad b\neq 0,\ c\neq 0}$$

Действия с рациональными дробями

1) Сложение и вычитание

$$\boxed{\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c},}\quad c\neq 0$$

$$\boxed{\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}}, \; b\neq 0,\ d\neq 0$$

$$\frac{3a}{7b}+\frac{5}{7b}=\frac{3a+5}{7b}$$

$$\frac{x}{4a}-\frac{5}{6b}=\frac{3bx-10a}{12ab}$$

2) Умножение и деление

$$\boxed{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}},\quad b\neq 0,\quad d\neq 0$$

$$\frac{5}{3b}\cdot\frac{6}{x}=\frac{5\cdot 2}{1\cdot b\cdot x}=\frac{10}{bx}$$

$$\boxed{\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}},\quad b\neq 0,\quad c\neq 0,\quad d\neq 0$$

$$\frac{10}{3b}:\frac{5c}{3}=\frac{10}{3b}\cdot\frac{3}{5c}=\frac{2\cdot 1}{1\cdot b\cdot c}=\frac{2}{bc}$$

3) Возведение произведения и дроби в степень

$$\boxed{(a\cdot b)^n=a^n\cdot b^n}$$

$$(5\cdot x)^3=5^3\cdot x^3=125x^3$$

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}},\quad b\neq 0$$

$$\left(\frac{3}{x}\right)^2=\frac{3^2}{x^2}=\frac{9}{x^2}$$

Определение. Выражение, составленное из чисел и переменных с помощью действий сложения, вычитания, умножения, а также деления на число, отличное от нуля, называется ***целым выражением.*** Если выражение помимо действий сложения, вычитания и умножения содержит деление на выражение с переменной, то это выражение называется ***дробным выражением.***

Целые и дробные выражения называют ***рациональными выражениями.***

Определение. Дробь, числитель и знаменатель которой многочлены, называется **рациональной дробью.**

Определение. Значения переменных, при которых выражение имеет смысл называют ***допустимыми значениями*** переменных

<u>Основное свойство дроби</u> Если числитель и знаменатель рациональной дроби умножить на один и тот же ненулевой многочлен, то получится равная ей дробь.

Определение. ***Тождеством*** называется равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

Правило. Чтобы ***сложить*** две рациональные дроби с ***одинаковыми*** знаменателями,
надо сложить их числители, а знаменатель оставить тем же.

Правило. Чтобы выполнить ***вычитание*** рациональных дробей с ***одинаковыми*** знаменателями, надо из числителя первой дроби вычесть числитель второй дроби, а знаменатель оставить тем же.

Правило. Чтобы ***сложить*** две дроби с ***разными*** знаменателями надо привести дроби к наименьшему общему знаменателю и сложить полученные дроби с одинаковыми знаменателями.

Правило. Чтобы выполнить ***вычитание*** рациональных дробей с ***разными*** знаменателями, надо привести дроби к наименьшему общему знаменателю и выполнить вычитание полученных дробей с одинаковыми знаменателями.

Правило. Чтобы ***умножить*** дробь на дробь, надо перемножить их числители, перемножить их знаменатели и первое произведение записать числителем, а второе - знаменателем дроби.

Правило. Чтобы ***разделить*** одну дробь на другую, надо первую дробь умножить на дробь, обратную второй.

Правило. Чтобы ***возвести произведение в степень***, надо возвести в эту степень