Простейшие задачи в координатах

Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"

Найти координаты векторов.

$\vec{a}\{2;\ 4;-1\};\qquad 3\vec{a}\{\qquad\qquad\}$

$\vec{b}\{-2;\ 0;1,5\};\quad -2\vec{b}\{\qquad\qquad\}$

$\vec{d}\{-2;-3;\ \frac{2}{3}\ \};\quad -3\vec{d}\{\qquad\qquad\}$

$\vec{c}\{2;-5;0\};\qquad -\vec{c}\{\qquad\qquad\}$

$\vec{e}\{2;-3;8\};\quad 0,5\vec{e}\{\qquad\qquad\}$

$\vec{f}(0;\ 5;-\frac{1}{2}\};\quad -2\vec{f}\{\qquad\qquad\}$

Вводите ответы в текстовые поля, не делая пробелов

Найти координаты векторов, противоположных данным.

$\vec{a}\{2; 4;-5\}$; $-\vec{a}\{\qquad\}$

$\vec{b}\{-2; 0;-1\}$; $-\vec{b}\{\qquad\}$

$\vec{d}\{0; 0; 0\}$; $-\vec{d}\{\qquad\}$

$-\vec{j}\{\qquad\}$

$-\vec{i}\{\qquad\}$

$-\vec{k}\{\qquad\}$

Вводите ответы в текстовые поля, не делая пробелов

Найти координаты векторов.

$\vec{a}\{2;\ 4;\ 3\}$; $\vec{c}\{3;\ 2;-3\}$; $\vec{a}+\vec{c}\{\qquad\}$

$\vec{b}\{-2;\ 0;\ 4\}$; $\vec{d}\{-2;-3;-1\}$; $\vec{b}+\vec{d}\{\qquad\}$

$\vec{c}\{2;-5;\ 4\}$; $\vec{e}\{2;-3;-9\}$; $\vec{c}+\vec{e}\{\qquad\}$

$\vec{f}(0;\ 5;-3\}$; $\vec{d}\{-2;-3;7\}$; $\vec{f}-\vec{d}\{\qquad\}$

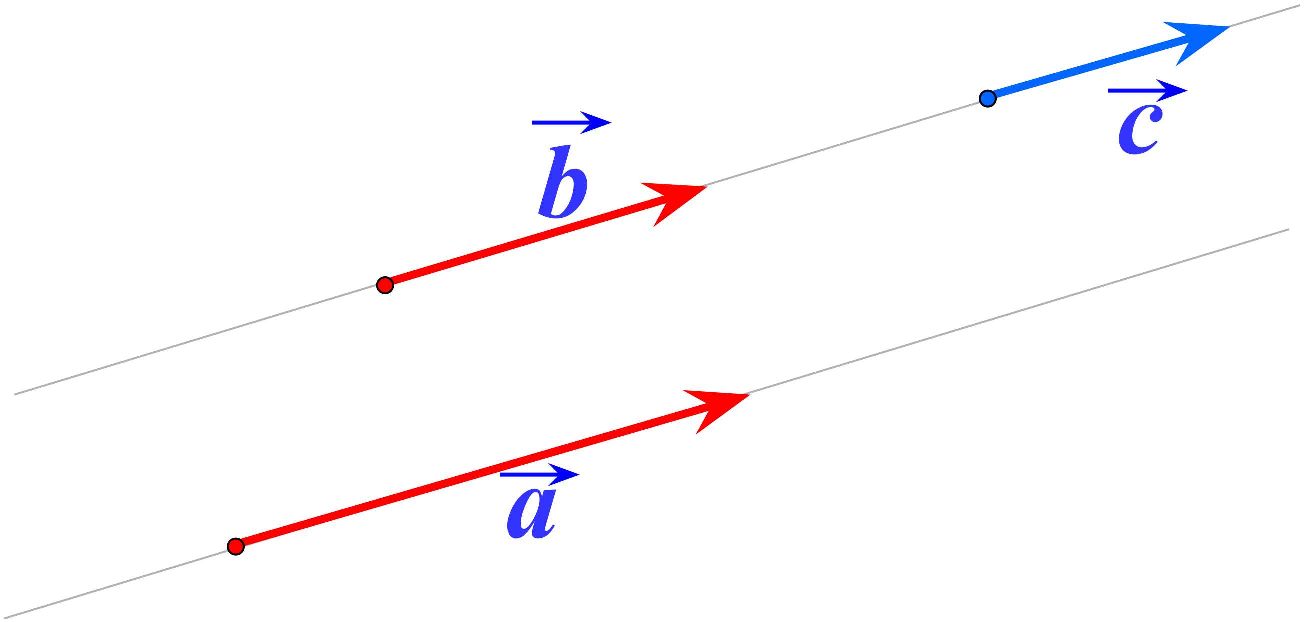
$\vec{b}\{-2;\ 0;-1\}$; $\vec{d}\{-2;-3;-4\}$; $\vec{b}-\vec{d}\{\qquad\}$

$\vec{a}\{2;\ 4;0\}$; $\vec{c}\{3;\ 2;-9\}$; $\vec{a}-\vec{c}\{\qquad\}$

Вводите ответы в текстовые поля, не делая пробелов

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными,** если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарные, сонаправленные векторы



$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{a}$

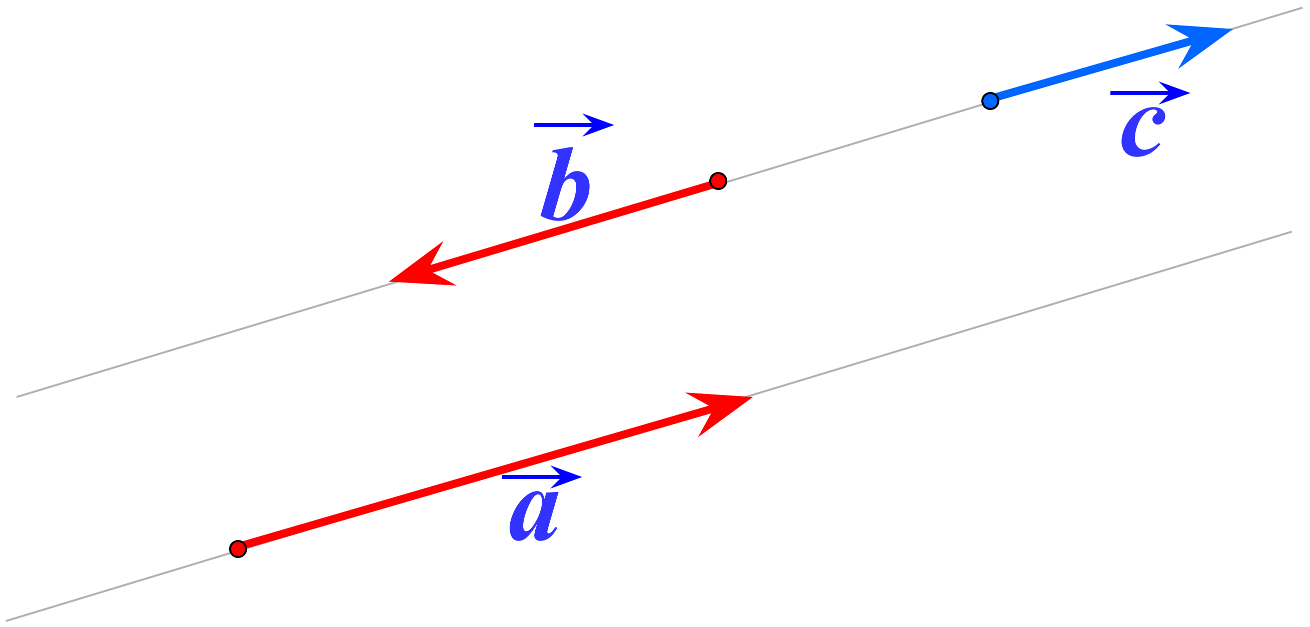
Нулевой вектор условимся считать сонаправленным с любым вектором.

$\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{a}$ $\quad$ $\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{c}$ $\quad$ $\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{b}$

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными,** если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарные,

противоположно направленные векторы



$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{b}$

Коллинеарны ли векторы

$$\vec{a}\,\{3;\ 6;\ 8\};\quad \vec{b}\{6;12;16\}$$

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{1}{2} \qquad \vec{b} = 2\vec{a} \quad \text{или} \quad \vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b}$$

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны.

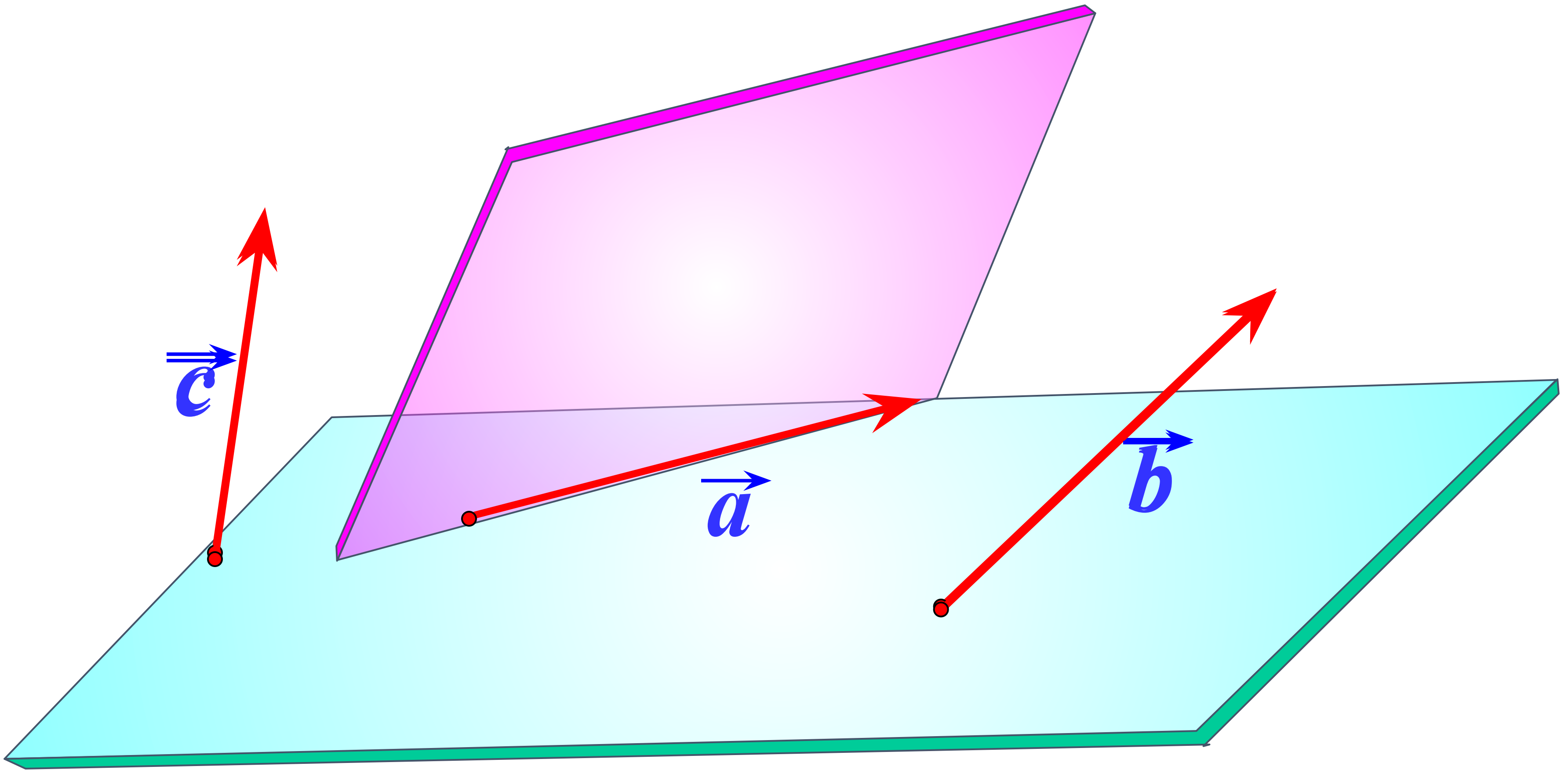
Замените * так, чтобы векторы были коллинеарны.

$$\vec{a}\,\{2;-1{,}5;\ 6\};\quad \vec{b}\{4;-3;12\}$$

$$\vec{c}\,\{0;\ 2;-12\};\quad \vec{f}\{\ 0;-0{,}5;3\}$$

Векторы называются **компланарными**, если при откладывании их от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости.

Другими словами, векторы называются **компланарными**, если имеются равные им векторы, лежащие в одной плоскости.



Любые два вектора компланарны.

Три вектора, среди которых имеются два коллинеарных, также компланарны.

Признак компланарности

Если вектор $\vec{c}$ можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, т.е. представить в виде $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$

где x и y – некоторые числа, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$

компланарны.

Компланарны ли векторы

$\vec{a}\{2;\ 6;-3\};\ \vec{b}\{6;18;-9\}$ и $\vec{i}$

$$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{1}{3}$$

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны.

Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{i}$ компланарны.

Компланарны ли векторы

$\vec{a}\{2;\ 4;\ 3\};\ \vec{b}\{6;11;-9\};$ и $\overrightarrow{MM} = \vec{0}$

Нулевой вектор коллинеарен любому вектору.
Значит, эти векторы компланарны.

Компланарны ли векторы

$\vec{n}\,\{2;\ 6;-3\};\ \vec{f}\{0;\ 5;\ 0\}$ и $\vec{j}\{0;\ 1;\ 0\}$

Векторы $\vec{f}$ и $\vec{j}$ коллинеарны.

Векторы $\vec{n}$, $\vec{f}$, $\vec{j}$ компланарны.

Компланарны ли векторы

$\vec{a}\,\{-3;-3;\ 0\};\ \vec{i}\,\{1;\ 0;\ 0\};$ и $\vec{j}\,\{0;\ 1;\ 0\}$

Компланарны ли векторы $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$

$\vec{a}\{-3;-3;\ 0\};$

$\vec{i}\{\ 1;\ 0;\ 0\};$

$\vec{j}\{\ 0;\ 1;\ 0\}$

$$\begin{cases} -3 = x\cdot 1 + y\cdot 0 \\ -3 = x\cdot 0 + y\cdot 1 \\ 0 = x\cdot 0 + y\cdot 0 \end{cases}$$

1 уравнение

2 уравнение

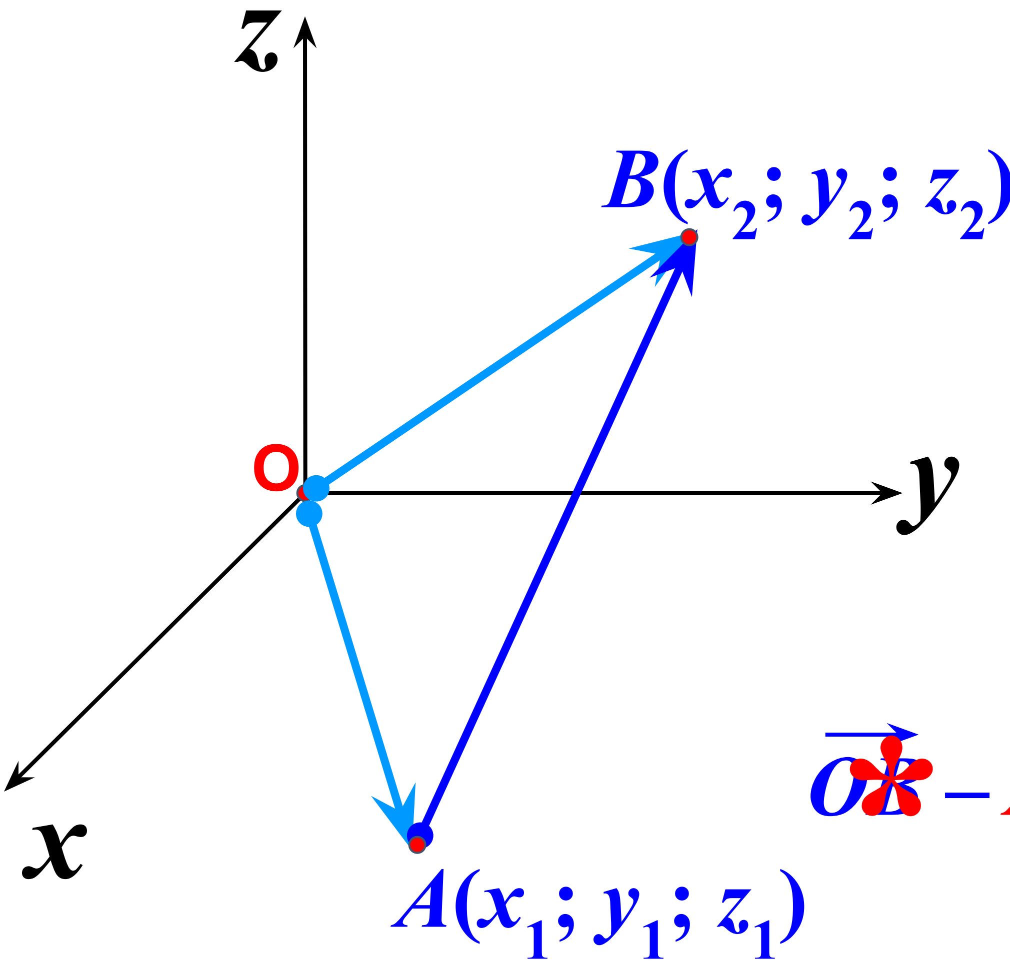
3 уравнение

Признак компланарности

Проверим, можно ли разложить, например , вектор $\vec{a}$ по векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$.

Существуют ли такие числа x и y, что $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$

Каждая координата вектора равна разности соответствующих координат его конца и начала.



$\overrightarrow{OA}\{x_1;\ y_1;\ z_1\}$

$\overrightarrow{OB}\{x_2;\ y_2;\ z_2\}$

$$
\begin{array}{r}
-\overrightarrow{OA}\{-x_1;\ -y_1;\ -z_1\} \\
+\ \overrightarrow{OB}\{x_2;\ y_2;\ z_2\} \\
\hline
\end{array}
$$

$\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\ \{x_2-x_1;\ y_2-y_1;\ z_2-z_1\}$

$\overrightarrow{AB}$

$A(3;5;7)$, $B(5;4;-1)$, $\overrightarrow{AB}$

$$\begin{array}{r} A(3;5;7) \\ - \\ B(5;4;-1) \\ \hline \overrightarrow{AB}\{2;-1;-8\} \end{array}$$

$N(3;2;-3)$, $O(0;0;0)$, $\overrightarrow{ON}$ Радиус-вектор $\overrightarrow{ON}\{3; 2;-3\}$

$P(2;-1;0)$, $C(4;-4;2)$, $\overrightarrow{PC}$

$$\begin{array}{r} P(2;-1;0) \\ - \\ C(4;-4;2) \\ \hline \overrightarrow{PC}\{2;-3; 2\} \end{array}$$

$R(-4;0;-4)$, $T(0;5;-1)$, $\overrightarrow{TR}$

$$\begin{array}{r} R(-4;0;-4) \\ - \\ T(0; 5;-1) \\ \hline \overrightarrow{TR}\{-4;-5;-3\} \end{array}$$

$D(-3;-4;0)$, $O(0;0;0)$, $\overrightarrow{OD}$

Радиус-вектор $\overrightarrow{OD}\{-3;-4; 0\}$

Найдите координаты векторов

R(2;7;1); M(-2;7;3); $\overrightarrow{RM}$

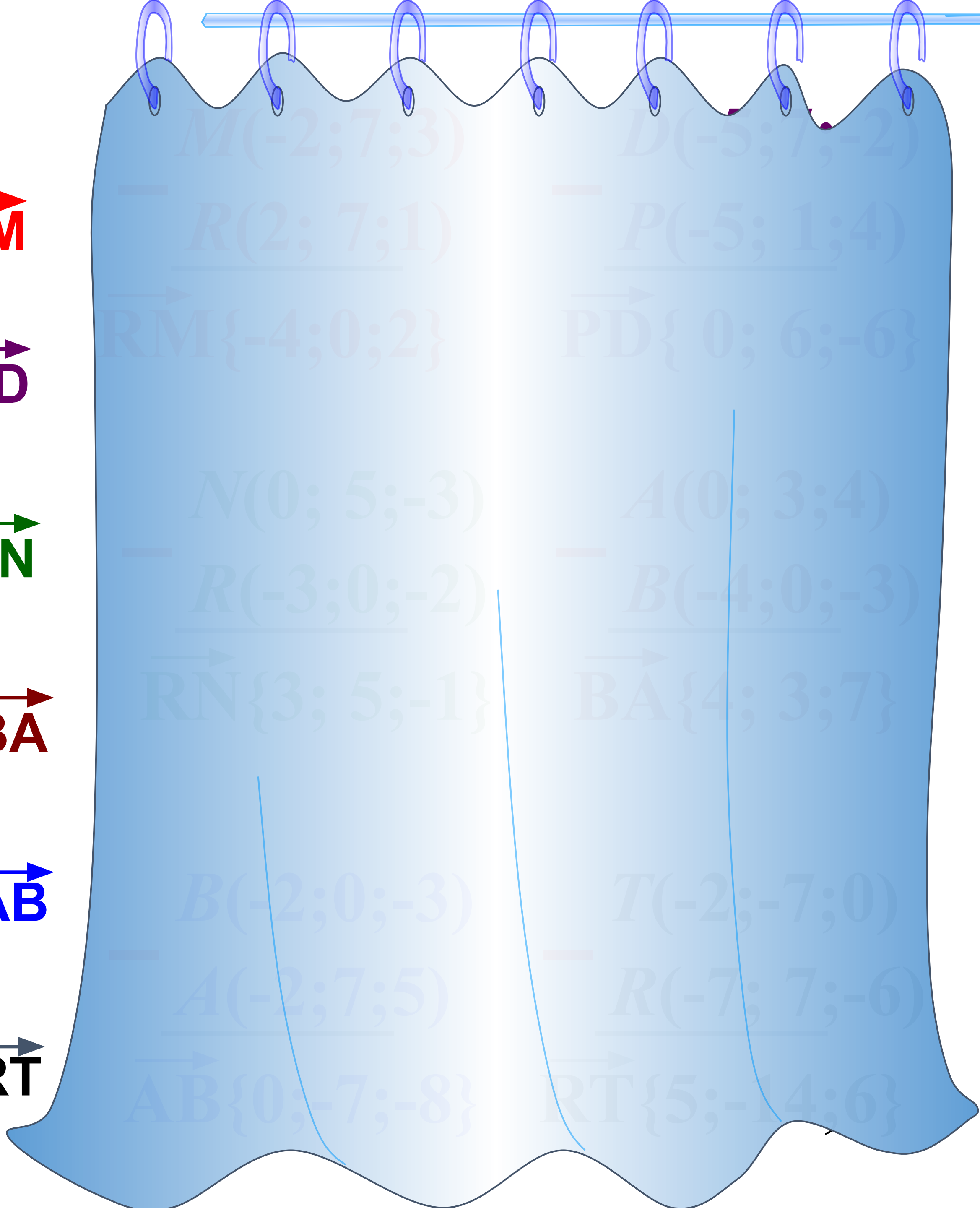
P(-5;1;4); D(-5;7;-2); $\overrightarrow{PD}$

R(-3;0;-2); N(0;5;-3); $\overrightarrow{RN}$

A(0;3;4); B(-4;0;-3); $\overrightarrow{BA}$

A(-2;7;5); B(-2;0;-3); $\overrightarrow{AB}$

R(-7;7;-6); T(-2;-7;0); $\overrightarrow{RT}$



Найти координаты векторов.

R(2;7;1); M(-2;7;3); $\overrightarrow{RM}$ { }

P(-5;1;4); D(-5;7;-2); $\overrightarrow{PD}$ { }

R(-3;0;-2); N(0;5;-3); $\overrightarrow{RN}$ { }

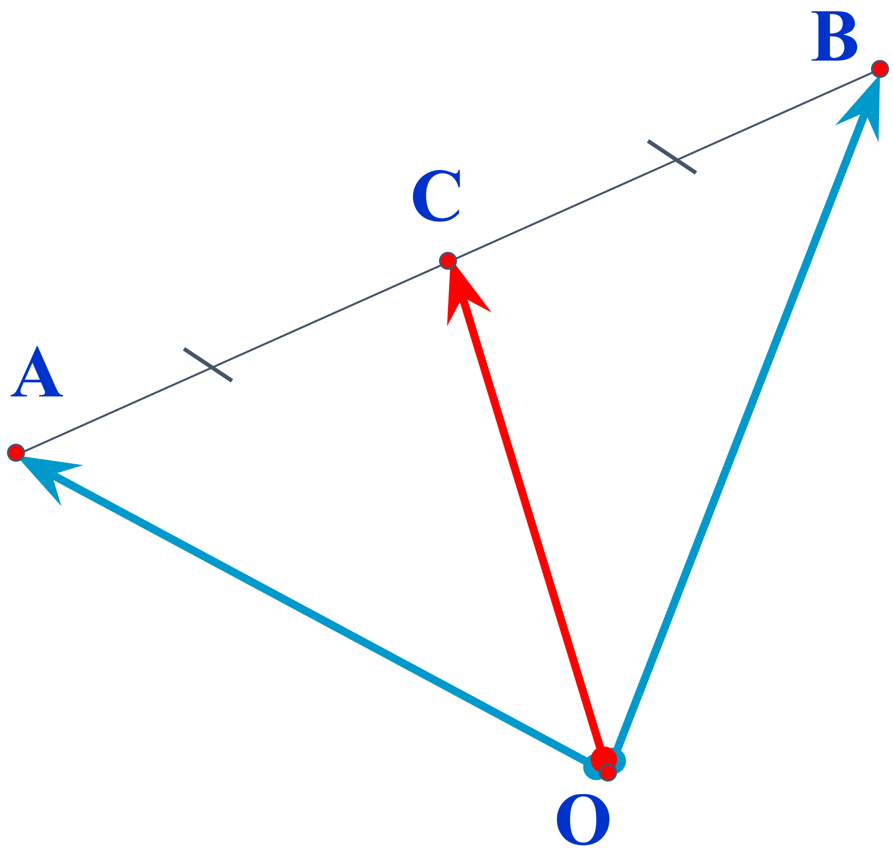
A(0;3;4); B(-4;0;-3); $\overrightarrow{BA}$ { }

A(-2;7;5); B(-2;0;-3); $\overrightarrow{AB}$ { }

R(-7;7;-6); T(-2;-7;0); $\overrightarrow{RT}$ { }

Вводите ответы в текстовые поля, не делая пробелов

Планиметрия



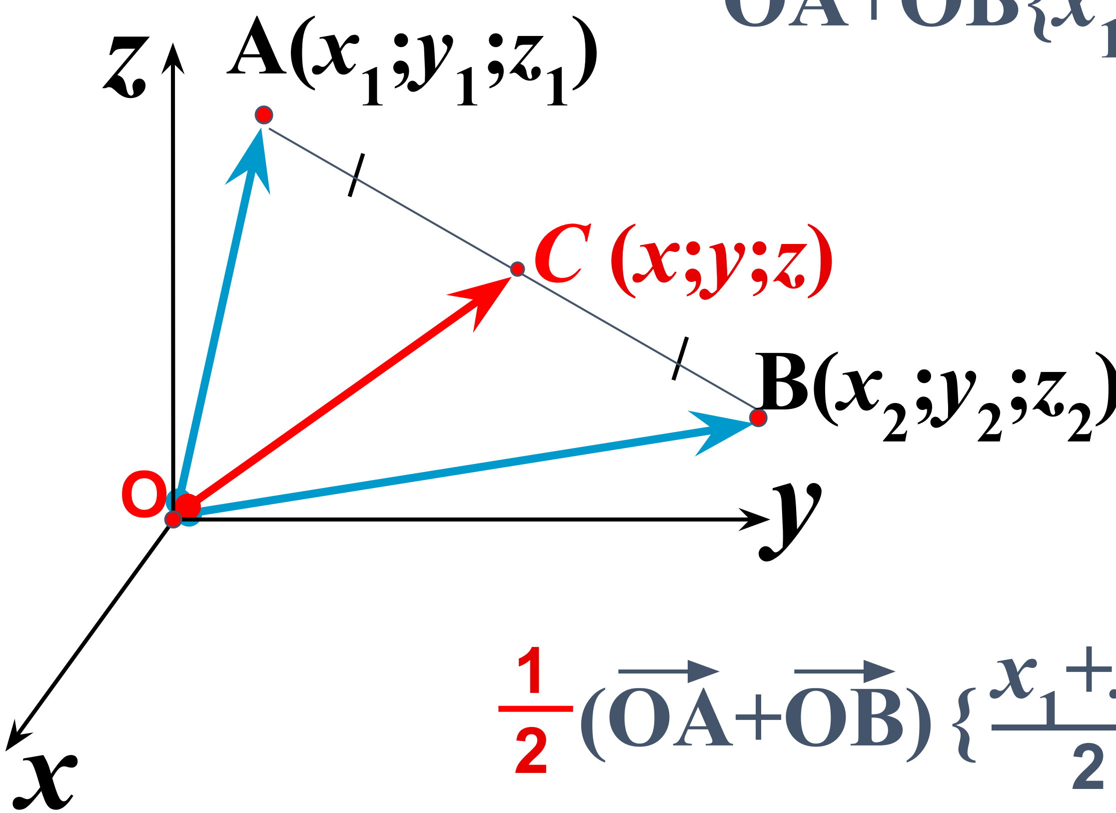
$$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})$$

Координаты середины отрезка

$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$$

$$+\begin{array}{l}\overrightarrow{OA}\{x_1; y_1; z_1\}\\ \overrightarrow{OB}\{x_2; y_2; z_2\}\end{array}$$

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\{x_1 + x_2;\ y_1 + y_2; z_1 + z_2\} / :2$$

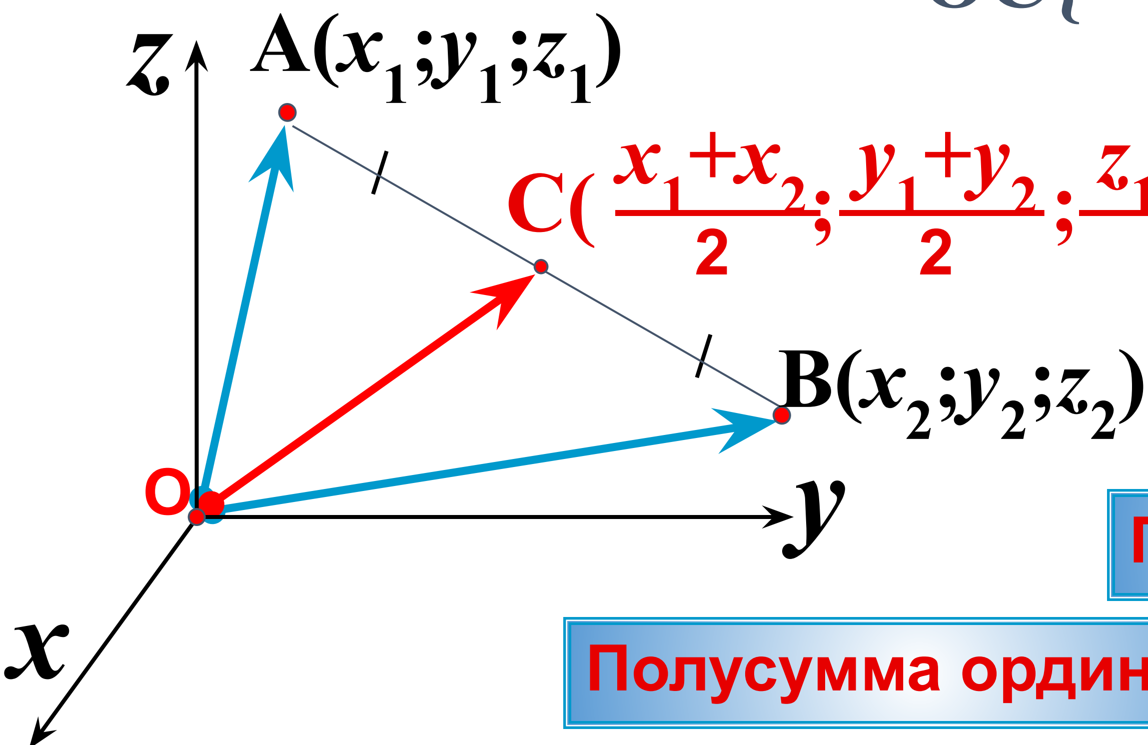


$$\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})\left\{\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}; \frac{z_1 + z_2}{2}\right\}$$

$$* \quad x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}; \quad z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

Каждая координата середины отрезка равна **полусумме** соответствующих координат его концов.

$$\overrightarrow{OC}\left\{\frac{x_1+x_2}{2};\ \frac{y_1+y_2}{2};\ \frac{z_1+z_2}{2}\right\}$$



$$C\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2};\frac{z_1+z_2}{2}\right)$$

Полусумма аппликат

Полусумма ординат

Полусумма абсцисс

* $z = \dfrac{z_1+z_2}{2}$

* $y = \dfrac{y_1+y_2}{2};$

* $x = \dfrac{x_1+x_2}{2};$

Найдите координаты середины отрезка

A(0; 3;-4), *B*(-2;2;0), середина – точка ***M*(-1; 2,5; -2)**

Полусумма абсцисс

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2};$$

$$x = \frac{0 + (-2)}{2} = -1$$

Полусумма ординат

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2};$$

$$y = \frac{3 + 2}{2} = 2{,}5$$

Полусумма аппликат

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2};$$

$$z = \frac{-4 + 0}{2} = -2$$

Найдите координаты
середины отрезков

R(2;7;4); M(-2;7;2); C (

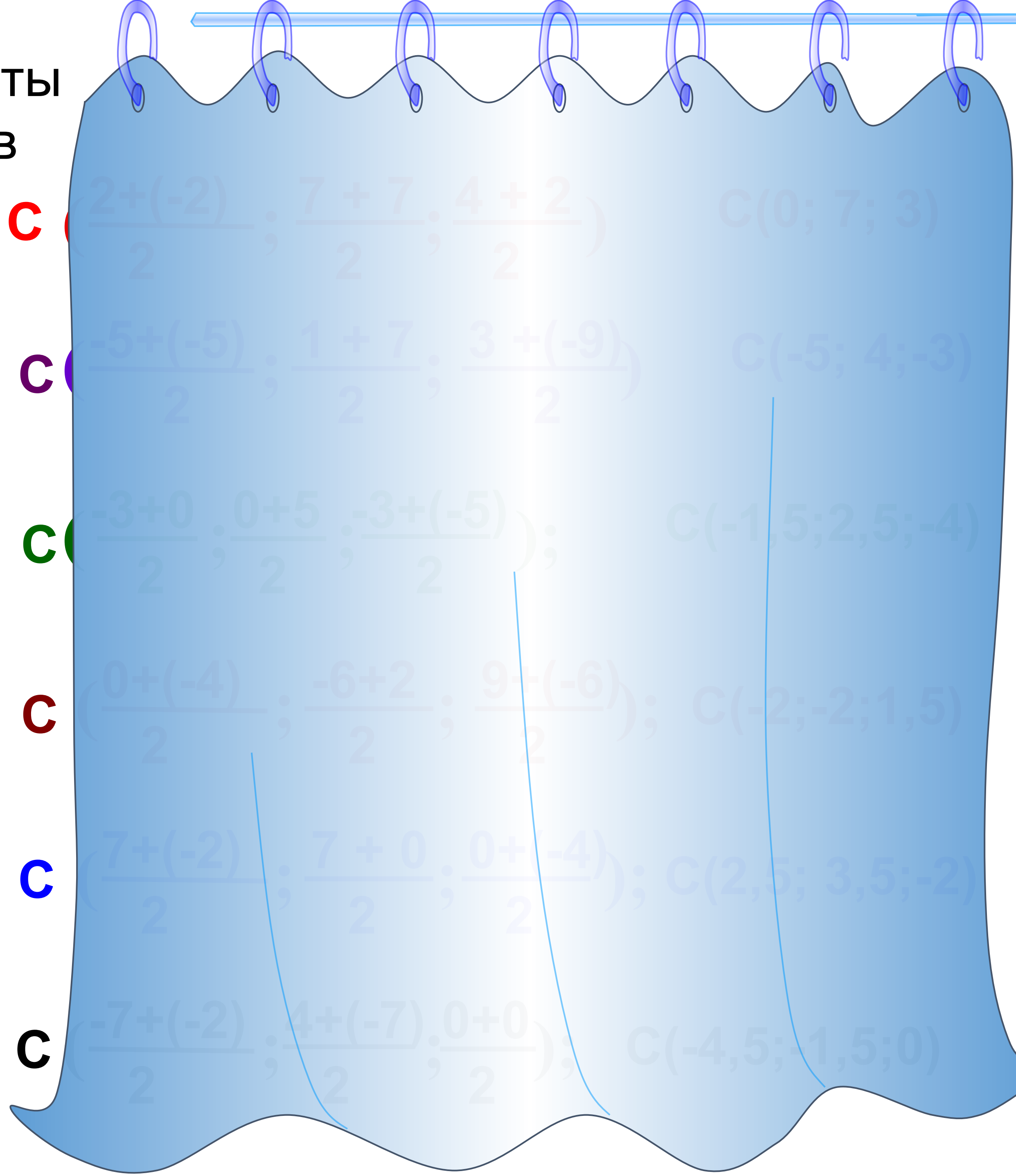
P(-5;1;3); D(-5;7;-9); C (

R(-3;0;-3); N(0;5;-5); C (

A(0;-6;9); B(-4;2;-6); C

A(7;7;0); B(-2;0;-4); C

R(-7;4;0); T(-2;-7;0); C



Найти координаты середин отрезков.

R(2;7;4); M(-2;7;2); C( )

P(-5;1;3); D(-5;7;-9); C( )

R(-3;0;-3); N(0;5;-5); C( )

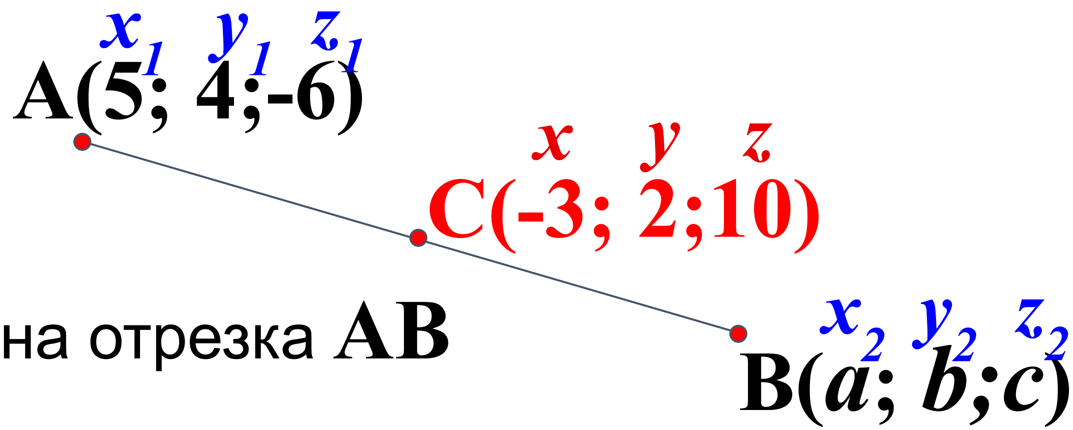
A(0;-6;9); B(-4;2;-6); C( )

A(7;7;0); B(-2;0;-4); C( )

R(-7;4;0); T(-2;-7;0); C( )

Вводите ответы в текстовые поля, не делая пробелов.

Обратная задача.



Дано: **A(5; 4; -6);**

C(-3; 2; 10) – середина отрезка **AB**

Найти: **B(*a*; *b*;*c*)**

$$x=\frac{x_1+x_2}{2}; \qquad y=\frac{y_1+y_2}{2}; \qquad z=\frac{z_1+z_2}{2}$$

$$-3=\frac{5+a}{2}; \;\; / \cdot 2 \qquad 2=\frac{4+b}{2}; \;\; / \cdot 2 \qquad 10=\frac{-6+c}{2} \;\; / \cdot 2$$

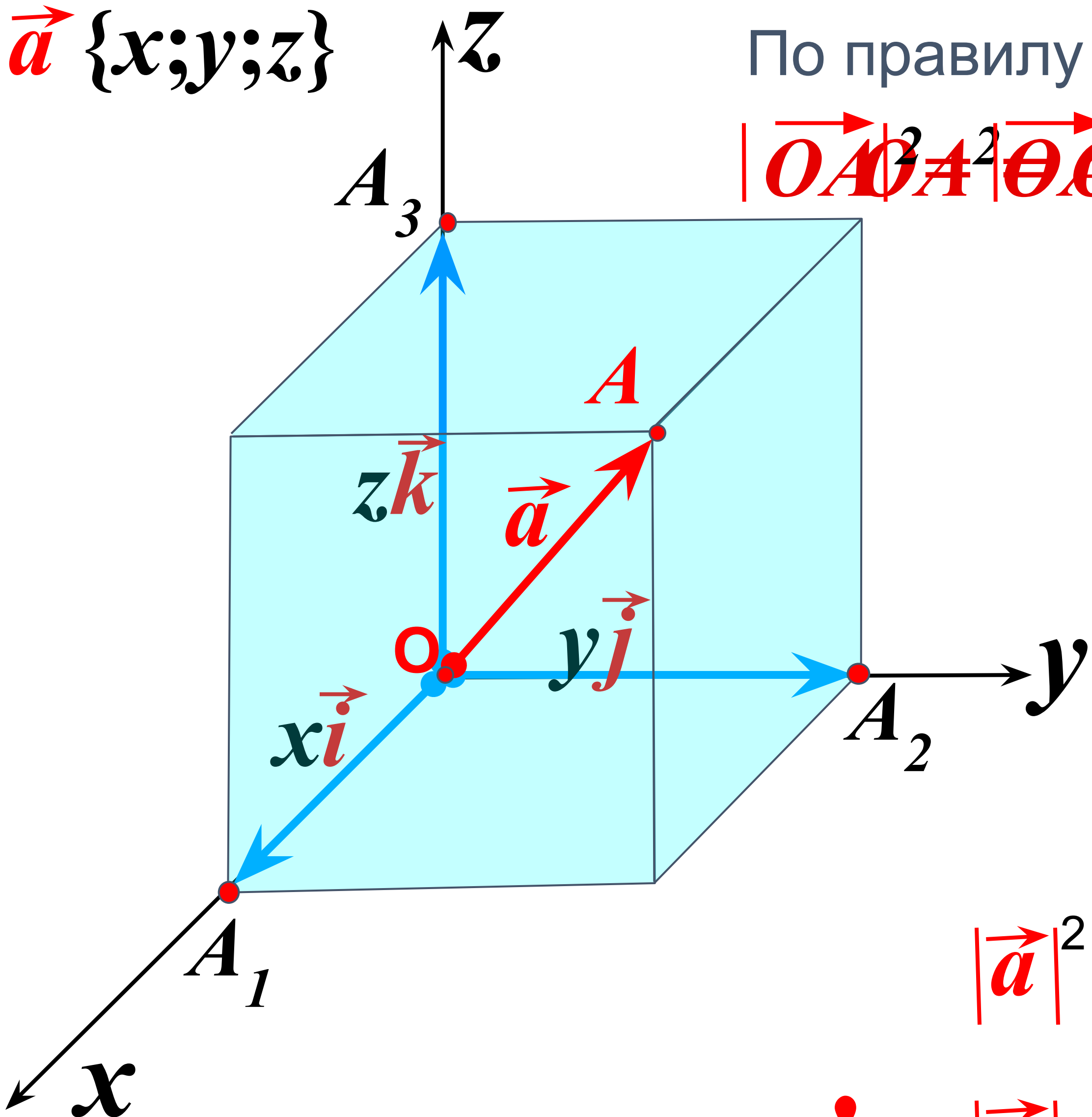
$$-6=5+a \qquad 4=4+b \qquad 20=-6+c$$

$$a=-11 \qquad b=0 \qquad c=26$$

B(-11; 0;26)

Вычисление длины вектора по его координатам

$\vec{a}\,\{x;y;z\}$



По правилу параллелепипеда

$$|\overrightarrow{OA}|^2 = |\overrightarrow{OA_1}|^2 + |\overrightarrow{OA_2}|^2 + |\overrightarrow{OA_3}|^2$$

$$|\overrightarrow{OA_1}| = |x\vec{i}\,| = |x|$$

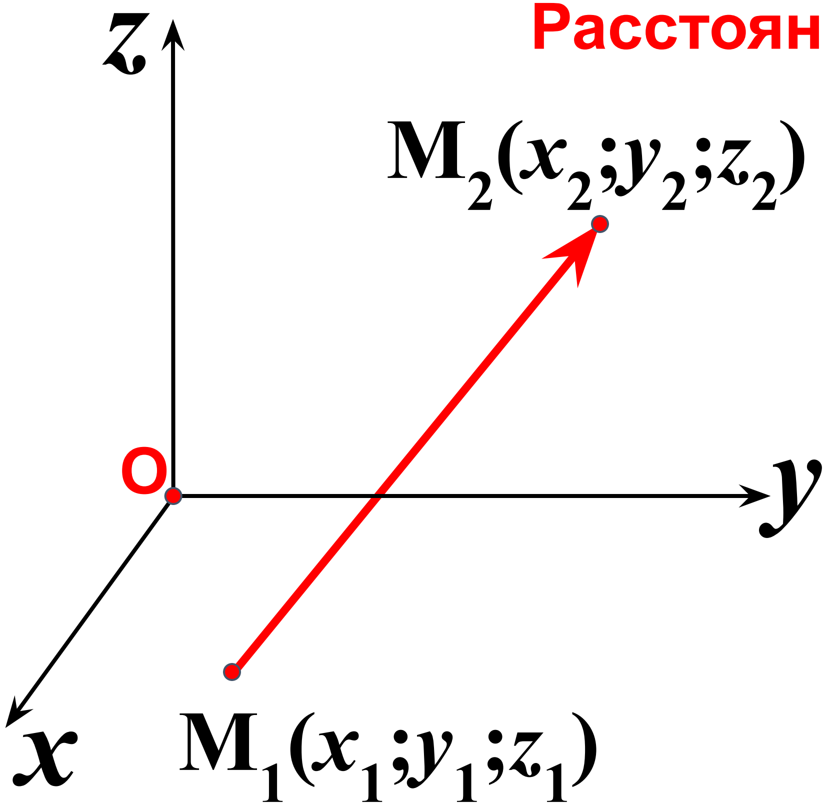
$$|\overrightarrow{OA_2}| = |y\vec{j}\,| = |y|$$

$$|\overrightarrow{OA_3}| = |z\vec{k}\,| = |z|$$

$$|\vec{a}|^2 = |x|^2 + |y|^2 + |z|^2$$

$$* \quad |\vec{a}| = \sqrt{|x|^2 + |y|^2 + |z|^2}$$

Расстояние между двумя точками d



$$-\ \begin{array}{l} M_2(x_2;y_2;z_2) \\ \underline{M_1(x_1;y_1;z_1)} \end{array}$$

$$\overrightarrow{M_1M_2}\ \{x_2-x_1;\ y_2-y_1;z_2-z_1\}$$

$$* \quad |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$|\overrightarrow{M_1M_2}| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

$$* \quad d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}$

A(-1;0;2) и B(1;-2;3)

1 способ

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

1) $$\begin{array}{r} B(1;-2;3) \\ -\ A(-1;0;2) \\ \hline \overrightarrow{AB}\{2;-2;1\} \end{array}$$

2) $$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2+(-2)^2+1^2} = \sqrt{9} = 3$$

2 способ

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(1+1)^2+(-2-0)^2+(3-2)^2}$$

Найдите длину вектора $\overrightarrow{AB}$

A(-35;-17;20) и **B(-34;-5;8)**

1 способ

2 способ